Доклады Академии Наук СССР
1945. Том XLVI, № 4

ФИЗИКА

Д. И. БЛОХИНЦЕВ

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЗВУКА В ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 17 V 1944)

Звук, распространяющийся в атмосфере, даже при весьма благоприятных условиях (слабый ветер, штиль) испытывает сильное затухание, значительно превосходящее затухание, обусловленное атомной структурой газа (вязкость, теплопроводность, эффект Кнезера [1,2]). Можно считать общепринятым мнение, что это большое затухание вызвано турбулентностью атмосферы. Однако о механизме затухания нет определенного представления, равным образом не существует и расчетных формул для вычисления коэффициента этого затухания. Недавно А. М. Обухов [3] подсчитал рассеяние звука турбулентным потоком, но полученная им формула содержит некоторую неопределенную функцию от отношения масштаба турбулентности l к длине волны λ.

К тому же само понятие масштаба турбулентности для ветра очень неопределенно.

Совсем из других соображений исходит Р. Э. Соловейчик [4], который вводит понятие турбулентной вязкости для звука, долженствующей якобы заменить истинную вязкость воздуха в уравнении для распространения звуковой волны.

Столь неудовлетворительное положение дел с расчетом затухания звуковой волны в турбулентной атмосфере заставило нас подробнее исследовать этот вопрос.

Прежде всего следует иметь в виду, что те пульсации скорости потока, размеры которых l настолько велики по сравнению с длиной волны звука λ, что при рассмотрении распространения звука через них применимы методы геометрической акустики, вообще не приводят к рассеянию звука. Они вызывают лишь изменения формы лучей и, следовательно, общее колебание интенсивности звука в месте нахождения приемника. Поэтому скорость турбулентного потока следует разбить на две компоненты. Одну из них назовем макрокомпонентой $\vec{v}$, а другую микрокомпонентой $\vec{u}$:

$$\vec{v} = \int\limits_{q<q_0} e^{i(\vec{q}\,\vec{x})} d\vec{U}(\vec{q}), \qquad \vec{u} = \int\limits_{q>q_0} e^{i(\vec{q}\,\vec{x})} d\vec{U}(\vec{q}), \tag{1}$$

причем $\vec{v}$ включает в себя и среднюю скорость потока $\vec{v}_0$. Величина $q_0 = k/\mu$, где $k = 2\pi/\lambda$, есть волновое число звука, а μ — отвлеченное число $\gg 1$. Подобно тому, как это сделано в работе А. М. Обухова [3], рассмотрим рассеяние звука из параллелепипеда L^3, причем мы возьмем $L \gg \lambda$, $L \lesssim 2\pi/q_0$. Тогда скорость $\vec{v}$ можно считать в этом объеме примерно постоянной.

Если перейти к системе координат, которая движется со скоростью $\vec{v}$, то в ней частота звука f изменится лишь на малую величину $f\frac{v}{c}$, частоты же турбулентных пульсаций в этой системе равны $\nu = u(l)/l$, где l — масштаб пульсаций, а $u(l)$ — скорость пульсаций масштаба l. Для изотропной и однородной турбулентности имеет место закон «2/3» (см. А. М. Обухов ([5],[6])), согласно которому $u^2 = \text{const}\cdot l^{2/3}$, где const $\cong 1$ см$^{4/3}$/сек.^{2}, так что $\nu \cong \text{const}^{1/2} l^{-2/3} \ll f$ для всех практически интересных f. В силу этого обстоятельства при распространении звука через турбулентный поток имеет значение лишь мгновенный снимок с турбулентности, а не ее течение по времени.

Поэтому понятие турбулентной вязкости для звука следует считать несостоятельным. Тензор турбулентных напряжений, введенный О. Рейнольдсом, с которым и связано понятие турбулентной вязкости, получается как результат усреднения турбулентных пульсаций при заданном среднем потоке. Это усреднение предполагает, что все изменения в среднем потоке происходят медленнее случайных пульсаций скорости, вызванных турбулентностью.

Для звуковой волны положение дел, как мы видим, как раз обратное ($f \gg \nu$).

Воздействие турбулентного потока на звуковую волну должно сводиться к рассеянию звука, подобному рассеянию света, проходящего через мутную среду (в обоих случаях имеют место случайные изменения скорости распространения колебаний). Обратимся теперь к оценке величины этого рассеяния.

Уравнение для распространения звука в движущейся среде гласит ([7]), ([8]):

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \Delta\varphi + \frac{2}{c^2}\left(\vec{V},\ \vec{\nabla}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) - \int^t (\vec{\nabla}\varphi,\ \Delta\vec{V})\,dt = 0, \tag{2}$$

где $V = \vec{v} + \vec{u}$ — скорость потока, а φ — «квазипотенциал» звуковой волны.

Если перейти к системе координат, в которой $\vec{v} = 0$, то получим уравнение:

$$\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial t^2} - \Delta\varphi = -\frac{2}{c^2}\left(\vec{u},\ \vec{\nabla}\frac{\partial\varphi}{\partial t}\right) + \int^t (\vec{\nabla}\varphi,\ \Delta\vec{u})\,dt. \tag{2'}$$

Отбрасывая правую часть, мы найдем решение φ_0, представляющее первичную волну:

$$\varphi_0 = Ae^{[\omega t - k(\vec{n}_1\vec{x})]}, \tag{3}$$

$\vec{n}_1$ — единичный вектор в направлении распространения первичной волны в пределах избранного параллелепипеда L^3. Полное решение будет $\varphi = \varphi_0 + \psi$, где ψ — рассеянная волна. Для больших расстояний R от параллелепипеда ψ имеет вид:

$$\psi = \frac{B}{R}e^{i(\omega t - kR)}. \tag{4}$$

Амплитуда рассеянной волны B может быть вычислена обычными приближенными методами (ср. ([3])).

Вводя вектор рассеяния

$$\vec{K} = k(\vec{n} - \vec{n}_1), \qquad K = 2k\sin\frac{\theta}{2} \tag{5}$$

(θ — угол рассеяния, $\vec{n}$ — направление рассеянного луча), мы получим:

$$B = \frac{1}{c}\int\limits_{L^3} (2\vec{u}'k^2 + \Delta\vec{u}', \vec{n}_1)\, e^{i(\vec{K}, \vec{x}')}\, dv', \tag{6}$$

а коэффициент затухания α выражается формулой:

$$\alpha = \frac{\int \overline{|B|^2}\, d\Omega}{A^2L^3}, \tag{7}$$

где черта над $|B|^2$ означает усреднение по турбулентным пульсациям и интегрирование по $d\Omega$ означает интегрирование по всем углам рассеяния.

Усреднение величины $|B|^2$ приводит к выражению

$$\overline{|B|^2} = \frac{|A|^2}{16\pi^2c^2}\iint dv'dv''e^{i(\vec{K}, \vec{\rho})}\,\overline{\{2u_1'k^2 + \Delta u_1'\}\{2u_1''k^2 + \Delta u_1''\}}, \tag{8}$$

где $\vec{\rho}$ есть расстояние между точками $\vec{x}'$ и $\vec{x}''$, а u_1 означает проекцию $\vec{u}$ на направление распространения звуковой волны $\vec{n}_1$. Введя вместо $\vec{x}'$ и $\vec{x}''$ относительные координаты $\vec{\rho}$ и координаты центра тяжести, получим:

$$\overline{|B|^2} = \frac{|A|^2L^3}{16\pi^2c^2}\int dv_\rho e^{i(\vec{K}, \vec{\rho})}\left\{4k^4M_{11}(\vec{\rho}) + 4k^2\Delta M_{11}(\vec{\rho}) + \Delta^2M_{11}(\vec{\rho})\right\}, \tag{9}$$

где $M_{11}(\vec{\rho})$ есть один из моментов связи $M_{ik}(\vec{\rho}) = \overline{u_i'u_k''}$.

$M_{ik}(\vec{\rho})$ можно представить через «спектральную функцию»:

$$M_{ik}(\vec{\rho}) = \int\limits_{q > q_0} \psi_{ik}(\vec{q})\, e^{i(\vec{q}, \vec{\rho})}\, dv_q. \tag{10}$$

Для изотропной турбулентности:

$$\psi_{ik}(\vec{q}) = \left(\delta_{ik} - \frac{q_iq_k}{q^2}\right)f(q). \tag{11}$$

Отсюда имеем для энергии микрокомпоненты:

$$\frac{1}{2}\overline{u^2} = \frac{1}{2}\operatorname{Sp} M_{ik}(0) = \frac{1}{2}\int\limits_{q > q_0}\operatorname{Sp}\psi_{ik}(\vec{q})\, dv_q = 4\pi\int\limits_{q > q_0} f(q)\, q^2dq. \tag{12}$$

С другой стороны, по А. М. Обухову ([5],[9]), для изотропной турбулентности:

$$\frac{1}{2}\overline{u^2} = \sqrt[3]{2}\left(\frac{D_0}{\varkappa}\right)^{2/3} q_0^{-2/3}, \tag{13}$$

где D_0 — энергия, рассеивающаяся в турбулентном потоке при установившемся режиме ($\varkappa$ — число порядка 1).

Из сравнения (12) и (13) следует:

$$f(q) = \frac{2\sqrt[3]{2}}{3}\left(\frac{D_0}{\varkappa}\right)^{2/3} q^{-11/3} = \gamma q^{-11/3}. \tag{14}$$

На основании (7), (9), (10), (11) и (14) получим:

$$\alpha = \frac{2\pi k^4}{c^2}\int\left(1 - \frac{K^2}{k^2} + \frac{K^4}{4k^4}\right)\left(1 - \frac{K_1^2}{K^2}\right)\gamma K^{-11/3}\, d\Omega, \tag{15}$$

причем интегрирование по углам происходит в области $K > q_0$. Введя переменную $\xi = \sin(\theta/2)$, $d\Omega = 4\xi d\xi d\varphi$ и замечая, что интегрирование в (15) по ξ распространяется от $\xi = 1/2\mu$ $(K = q_0)$ до $\xi = 1$, найдем:

$$\alpha = \mu^{5/3}\beta\left(\frac{2\pi\gamma^{1/2}\lambda^{1/3}}{c}\right)^2\frac{1}{\lambda}, \quad \beta = \frac{3}{5}(2\pi)^{1/3}\{1 + 25(2\mu)^{-1/3} - 21(2\mu)^{-5/3} + O(\mu^{-4})\}. \quad (16)$$

Исходя из $D_0 \cong 5$ см^2/сек^3. (ср. А. И. Обухов [6]), получим $2\pi\gamma^{1/2} = 3$. Измерения А. М. Обухова и Н. Д. Ершовой при слабом ветре дают значение $2\pi\gamma^{1/2} \cong 6$. Еще большие значения получаются по В. А. Красильникову [9].

Турбулентность, повидимому, не вполне изотропна и зависит от скорости ветра. Для сравнения с опытами Зига [2] мы возьмем $2\pi\gamma^{1/2} \cong 7$. Для $f = 500$ Hz ($\lambda = 68$ см) по его измерениям $\alpha \cong 10^{-5}$ см$^{-1}$. Это приводит к вполне разумному значению параметра $\mu \cong 10$. Что касается зависимости от длины волны, то по (16) она выражается в виде $\lambda^{-1/3}$.

Измерения Зига указывают на подобную зависимость при скорости ветра в несколько метров в сек. При тихой погоде он, напротив, не нашел какой-либо зависимости от длины волны. Последнее нельзя рассматривать как противоречие, так как точность его измерений невелика.

Физический институт им. П. Н. Лебедева
Академии Наук СССР

Поступило
17 V 1944

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] G. W. Stewart, Phys. Rev., **14**, 376 (1919). [2] H. Sieg, Elektr. Nachr. Techn., **17**, 193 (1940). [3] А. М. Обухов, ДАН, XXX, 611 (1941). [4] Р. Э. Соловейчик, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 6, 339 (1943). [5] А. М. Обухов, ДАН, XXXII, 19 (1941). [6] А. М. Обухов, Изв. АН СССР, сер. геогр. и геофиз., № 4—5, 459 (1941). [7] А. М. Обухов, ДАН, XXXIX, 43 (1943). [8] Д. И. Блохинцев, ДАН, XLV, № 8 (1944). [9] В. А. Красильников, Диссертация, И. Т. Г.