Литература

1. Гольдин, Л.Л. Квантовая физика. Вводный курс / Л. Л. Гольдин, Г.И. Новикова. – М. : ИКИ, 2002. − 496 с.

2. Kalogiratou, Z. Numerical Solution of the two-dimensional time independent Schrödinger equation with Numerov-type methods / Z. Kalogiratou, Th. Monovasilis, T.E. Simos // Journal of Mathematical Chemistry. – 2005. – V. 37. – No. 3. – P. 271–279.

3. Ануфриев, И.Е. Самоучитель MatLab 5.3/6.х. / И.Е. Ануфриев. – СПб. : БХВ-Петербург , 2002. – 736 с.

4. Рындин, Е.А. Решение задач математической физики в системе MatLab / Е.А. Рындин, И.Е. Лысенко. – Таганро : Изд-во ТРТУ, 2005. − 62 с.

А.Д. Мельникова (УО «ГГТУ имени П.О. Сухого», Гомель)
Науч. рук. **В.М. Мурашко**, ст. преподаватель

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩАЯ ЗАВИСИМОСТЬ ТЕМПЕРАТУРЫ РЕЗАНИЯ ОТ ОСНОВНЫХ ФАКТОРОВ РЕЗАНИЯ

Процессы обработки материалов резанием являются сложными многофакторными процессами. В этих процессах исследуемая величина часто является случайной величиной, зависящей от большого числа контролируемых и неконтролируемых факторов. Поэтому процессы резания все чаще стали рассматривать с вероятностно-статистических позиций, а при экспериментальных исследованиях применять методы планирования эксперимента, базирующиеся на идеях математической статистики.

Целью данной работы является разработка методики получения математической модели, характеризующей зависимость температуры резания от основных факторов резания средствами Microsoft Excel.

При исследовании процессов резания многие зависимости традиционно представляют уравнениями степенного вида, в частности, эмпирические температурные зависимости:

$$\theta = cv^{\alpha}s^{\beta}t^{\gamma}, \qquad (1)$$

где v – скорость резания м/мин; s – подача мм/об; t – глубина резания мм; c, α, γ, β – постоянные величины.

Уравнение (1) в результате логарифмирования линеаризуется:

$$\ln\theta = \ln c + \alpha\ln v + \beta\ln s + \gamma t \quad . \qquad (2)$$

Так как температура в зоне резания измерялась в миллиметрах длины кривой на диаграммной ленте потенциометра в качестве функции отклика решено было принять $y = \ln\theta$, а математическую модель представить в виде полинома второй степени:

$$y = b_0 + b_1 \cdot x_1 + b_2 \cdot x_2 + b_3 \cdot x_3 + b_{12} \cdot x_1 \cdot x_2 + b_{13} \cdot x_1 \cdot x_3 +$$
$$+ b_{23} \cdot x_2 \cdot x_3 + b_{11} \cdot x_1{}^2 + b_{22} \cdot x_2{}^2 + b_{33} \cdot x_3{}^2, \qquad (3)$$

где x_1, x_2, x_3 – кодированные значения факторов v, s, t.

В качестве плана эксперимента предлагается использовать центральный композиционный ротатабельный план второго порядка [1], а кодирование независимых переменных проводить с помощью соотношений:

$$x_i = \frac{2\,(\ln \tilde{x}_i - \ln \tilde{x}_{iв})}{\ln \tilde{x}_{iв} - \ln \tilde{x}_{iн}} + 1, \qquad (4)$$

где $\tilde{x}_i$– натуральное значение; $\tilde{x}_i$, $\tilde{x}_i$ – натуральные значения верхнего и нижнего уровней соответственно.

С целью определения коэффициентов регрессии проводится полный факторный эксперимент по следующему алгоритму:

1. Построение матрицы планирования эксперимента.
2. Построение матрицы с результатами проведения эксперимента.
3. Расчет коэффициентов регрессии по формулам [2].
4. Определение значимости коэффициентов регрессии. Рассчитывается доверительный интервал Δb [2], одинаковый для всех коэффициентов. Коэффициент регрессии можно считать значимым, если его абсолютная величина превышает величину доверительного интервала.
5. Проверка адекватности математической модели по критерию Фишера. Условие принятия гипотезы об адекватности математической модели по критерию Фишера: $Fp \le Ft$, где Fp – расчетное значение критерия Фишера [1], а Ft – табличное значение критерия Фишера для выбранного уровня значимости α и чисел степеней свободы $f1$ и $f2$.
6. Перевод математической модели из кодированных значений факторов в натуральные (4).

Решение вручную поставленной интерполяционной задачи требует очень много временных затрат и не исключает случайных ошибок, которые может допустить разработчик.

Предлагается методика реализации представленного алгоритма для получения математической зависимости температуры резания от скорости, подачи и глубины резания при обработке точением стали 20 цельными проходными резцами из быстрорежущей стали Р18 в Microsoft Excel.

Принятые уровни факторов представлены в таблице 1. Рисунок 1 содержит фрагмент расчетов в Excel – рабочую матрицу с результатами проведения эксперимента 2-го порядка, содержащую натуральные значения.

Таблица 1 – Уровни факторов

Наименование факторов	Значения факторов				
	кодированные для x_1, x_2, x_3				
	-1,6 812	-1	0	1	1,6 812
	натуральные для *v*, *s*, *t*				
Скорость резания *v*, м/с	0,072	0,115	0,228	0,454	0,725
Подача *s*, мм/об	0,082	0,11	0,169	0,26	0,3 486
Глубина резания *t*, мм	0,251	0,36	0,612	1,04	1,493

В результате было получено следующее уравнение регрессии:

$$y = 2{,}0677 + 0{,}2056 \cdot x_1 + 0{,}0935 \cdot x_2 + 0{,}0466 \cdot x_3 - 0{,}0292 \cdot x_1^2 - \\ - 0{,}0083 \cdot x_2^2 - 0{,}0084 \cdot x_3^2. \quad (5)$$

Рабочая матрица с результатами проведения эксперимента 2-го порядка, содержащая натуральные значения факторов

N	v	s	t	θ	Yj=lnθ
1	0,115	0,11	0,36	5,408111737	1,6879
2	0,454	0,11	0,36	7,986079791	2,0777
3	0,115	0,26	0,36	6,359183572	1,8499
4	0,454	0,26	0,36	9,812921131	2,2837
5	0,115	0,11	1,04	5,922152614	1,7787
6	0,454	0,11	1,04	8,738163135	2,1677
7	0,115	0,26	1,04	7,013942824	1,9479
8	0,454	0,26	1,04	10,80598341	2,3801
9	0,072011446	0	0	5,150531947	1,6391
10	0,72502363	0	0	10,28925349	2,3311
11	0	0,082042782	0	6,598220556	1,8868
12	0	0,348598615	0	9,039465079	2,2016
13	0	0	0,250750039	7,136339715	1,9652
14	0	0	1,493120405	8,352826629	2,1226
15	0	0	0	7,807618595	2,0551
16	0	0	0	7,951813374	2,0734
17	0	0	0	7,958973227	2,0743
18	0	0	0	7,820902835	2,0568
19	0	0	0	7,852249098	2,0608
20	0	0	0	8,05102973	2,0858

Рисунок 1 – Рабочая матрица проведения эксперимента

Проверка гипотезы об адекватности модели, представленной уравнением (5), показала, что модель адекватна при 5%-ном уровне значимости.

Коэффициенты при квадратичных членах значимы. Это свидетельствует о том, что исследуемый процесс не может быть описан уравнением (2). Уравнение (5) для рассматриваемой области изменения факторов дает возможность предложить другую модель процесса. Эту модель получим, подставив в уравнение (5) вместо кодированных натуральное значение факторов, используем для этого соотношение (4):

$$\theta = 14{,}224 \cdot V^{0{,}1162-0{,}062\ln V} \cdot S^{0{,}0571-0{,}45\ln S} t^{0{,}1138-0{,}03\ln t} \quad (6)$$

Зависимость (6) позволяет определить температуру резания в достаточно широком диапазоне, не изменяя режимов резания при обработке точением стали 20. По уравнению (6) может быть построена номограмма, которая позволит в практических условиях определять температуру резания при выбранных значениях элементов режима резания.

Литература

1. Спиридонов, А.А. Планирование эксперимента при исследовании технологических процессов. – М. : Машиностроение, 1981. –184 с.
2. Пучков, А.А., Щербаков, С.А. Применение теории планирования эксперимента для математического моделирования элементов технологических процессов. – Гомель, ГПИ, 1993. – 72 с.

И.С. Михалко (УО «ГГУ им. Ф.Скорины», Гомель)
Науч. рук. **И.В. Семченко**, д-р физ.-мат. наук, профессор

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОСТОЯННЫХ ТОКОВ В ДВОЙНОЙ ДНК-ПОДОБНОЙ СПИРАЛИ

В настоящее время разнообразные виды спиральных элементов находят широкое применение в различных областях физики, в том числе и при создании метаматериалов, что и обуславливает актуальность их всестороннего изучения. Интерес представляет ДНК-подобная спираль, в которой спирали взаимно смещены друг относительно друга вдоль оси вращения. Случай симметричной спирали рассмотрен в работе [1].

Рассмотрим два спирали, параметрические уравнения которых в декартовых координатах имеют следующий вид. Первая спираль характеризуется координатами: $x_1 = \frac{\varphi}{q}$, $y_1 = r\cos\varphi$, $z_1 = r\sin\varphi$. Вторая спираль имеет координаты: $x_2 = \frac{\varphi}{q} + x_s$, $y_2 = -r\cos\varphi$, $z_2 = r\sin\varphi$.

Здесь r – радиус спирали, φ – угол, отсчитываемый от оси y по направлению против часовой стрелки от начала координат, x_s – величина взаимного спиралей смещения по оси x.