Литература

1. Горелик, А.Г. Самоучитель 3ds Max 2012 / А.Г. Горелик / СПб. : БХВ-Петербург, 2012. − 544 с.
2. Киан Би Нг Цифровые эффекты в MAYA. Создание и анимация / М. : ДМК Пресс 2010. – 356 с.
3. Craig Zerouni Houdini On the Spot: Power User Tips and Techniques / Focal Press, 2007. – 320 с.
4. Кожухарь, А. Houdini 3D&VFX. Процедурная магия / А. Кожухарь/ СПб. : БХВ-Петербург, 2010. – 572 с.

А.С. Кравцов (УО «ГГТУ имени П.О. Сухого», Гомель)
Науч. рук. **В.Ю. Гавриш,** ст. преподаватеь

ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ЛОРЕНЦА БИСПИНОРОВ ДИРАКА

Введение. Известно, что квантово-полевые уравнения частиц целого и полуцелого спинов строятся в соответствии с требованиями лоренц-инвариантности. В частности, уравнения частиц целых спинов, Клейна-Гордона или Прока, очевидно, удовлетворяют указанным требованиям. Для частиц с полуцелыми спинами ${}^1\!/_2\hbar, {}^3\!/_2\hbar$ установление лоренц-инвариантности затруднено спиновой структурой волновых функций.

В данной работе продемонстрирована процедура получения преобразования волновых функций частиц спина ${}^1\!/_2\hbar$ исходя из требования лоренц-инвариантности уравнения Дирака.

Преобразования Лоренца. Обобщим преобразования Галилея [1] на случай четырехмерного пространства времени, требуя чтобы интервал между двумя событиями был инвариантен.

Рассмотрим две инерциальные системы отсчета K и K', координатные оси x и x' которых направлены вдоль скорости движения штрихованной системы $\vec{V}$ [2]. Матрица коэффициентов преобразования $\Lambda^{\mu\nu}$ устанавливает в рассматриваемом случае следующие соотношения между компонентами 4-векторов [2] :

$$x' = x\cdot ch\chi - ct\cdot sh\chi,\quad ct' = ct\cdot ch\chi - x\cdot sh\chi \tag{1}$$

для которых очевидно

$$(ct)^2 - x^2 = (ct')^2 - x'^2. \tag{2}$$

Когда начала координат систем K и совпадают, то $x' = 0$ и

$$x\cdot ch\chi = ct\cdot sh\chi, \tag{3}$$

откуда $th\chi = {}^{|\vec{V}|}\!/_c$.

Проводя элементарные преобразования получаем формулы связи компонент 4-векторов [2]:

$$t' = \frac{t - V\!/\!c^2\, x}{\sqrt{1 - V^2\!/\!c^2}}, \quad x' = \frac{x - V \cdot t}{\sqrt{1 - V^2\!/\!c^2}}, \quad y' = y, \quad z' = z. \tag{4}$$

Формулы (4) называют преобразованиями Лоренца. В общем случае движения систем отсчета K и K', (4) приобретают достаточно громоздкий вид, поэтому явно записаны не будут.

Установим некоторые свойства матрицы преобразований $\Lambda^{\mu\nu}$. Требование инвариантности интервала в различных инерциальных системах отсчета налагает условие

$$(x \cdot x) = (x' \cdot x'), \tag{5}$$

где $x'^{\mu} = \Lambda^{\mu\nu} x_{\nu}$, откуда

$$((\Lambda x) \cdot (\Lambda x)) = (x\Lambda^T \cdot \Lambda x) = (x \cdot x) \tag{6}$$

из чего следует, что

$$\Lambda^{\alpha}_{\beta} \Lambda^{\nu}_{\alpha} = \delta^{\nu}_{\beta}. \tag{7}$$

Инвариантность уравнения Дирака относительно преобразований Лоренца. Установим связь между волновыми функциями частиц спина $1\!/\!2\,\hbar$, в исходной и штрихованной системах координат посредством выражения

$$\psi^{/}_{\sigma'}(x') = L_{\sigma'\sigma} \psi_{\sigma}(x), \tag{8}$$

где матрица $L_{\sigma'\sigma}$ зависит от $\Lambda^{\mu\nu}$.

Подставим теперь в уравнение Дирака [3]

$$(i\gamma^{\mu}\partial_{\mu} - m)\psi(x) = 0 \tag{9}$$

соотношение $\psi(x) = L^{-1}\psi'(x')$ и перейдем к переменной x'. Опуская спинорные индексы из (9) получаем

$$i\Lambda^{\mu}_{\nu} L\gamma^{\nu} L^{-1} \partial'_{\mu} \psi'(x') - m\psi'(x') = 0, \tag{10}$$

откуда следует что уравнение Дирака инвариантно относительно преобразований Лоренца, если матрица L удовлетворяет соотношению

$$\Lambda^{\mu}_{\nu} L\gamma^{\nu} L^{-1} = \gamma^{\mu} \tag{11}$$

или

$$L^{-1}\gamma^{\nu} L = \Lambda^{\nu}_{\mu} \gamma^{\mu}. \tag{12}$$

Определим явный вид такой матрицы. Используя (1) и (12)

$$L^{-1}\gamma^0 L = \gamma^0 ch\chi - \gamma^1 sh\chi, \quad L^{-1}\gamma^1 L = \gamma^1 ch\chi - \gamma^0 sh\chi \tag{13}$$

после некоторых преобразований находим, что [4]

$$L = ch\,{\chi}/{2} - \gamma^0\gamma^1 sh\,{\chi}/{2}. \qquad (14)$$

Рассмотрим преобразование системы, в которой скорость частицы равна ${|\vec{p}|}/{p^0}$ к системе покоя частицы. В данном случае имеем

$$ch\chi = \frac{p^0}{m},\ ch\,{\chi}/{2} = \sqrt{\frac{p^0+m}{2m}},\ sh\,{\chi}/{2} = \sqrt{\frac{p^0-m}{2m}}, \qquad (15)$$

где m- масса частицы, p^0- её энергия. Тогда, с учетом выражения (13) получаем

$$L = \sqrt{\frac{p^0+m}{2m}}\left(1-\gamma^0\gamma^1\frac{|\vec{p}|}{p^0+m}\right). \qquad (16)$$

В последнем выражении ось направлена вдоль вектора ${|\vec{p}|}/{p^0}$. Отметим, что при произвольной ориентации осей имеем

$$L = \sqrt{\frac{p^0+m}{2m}}\left(1-\gamma^0\gamma^1\frac{\vec{p}\vec{\gamma}}{p^0+m}\right). \qquad (17)$$

Для сопряженной волновой функции $\bar{\psi}(x)$ уравнение Дирака

$$i\partial_\mu\bar{\psi}(x)\gamma^\mu + m\bar{\psi}(x) = 0 \qquad (18)$$

после аналогичных выкладок приводит к следующему выражению для связи между волновыми функциями частиц:

$$\bar{\psi}'(x') = \bar{\psi}(x)L^{-1}. \qquad (19)$$

Заключение. В работе изложена процедура получения матрицы буста для биспиноров Дирака. Отметим, что полученные соотношения преобразований Лоренца справедливы для матриц Дирака в стандартном представлении [5].

Литература

1. Савельев И.В. Основы теоретической физики : учебник : в 2 томах. Т. 1. Механика. Электодинамика / И.В. Савельев. – Спб. : Издательство «Лань».–2005. – 496 с.

2. Ландау, Л.Д. Теоретическая физика: учеб. пособ. для вузов : в 10 т. Т. 2. Теория поля / Л. Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. – Москва : Физматлит. – 2006. – 586 с.

3. Хелзен Ф. Кварки и лептоны: Введение в физику частиц: Пер. с англ. / Ф. Хелзен –Москва : Мир ,1987. – 456 с.

4. Биленький, С.М. Введение в диаграммы Фейнмана и физику электрослабого взаимодействия / С.М. Биленький. – Москва : Энергоатомиздат , 1990. – 327 с.

5. Borodulin, V.I. CORE: COmpendium of RElations: Version 2.1/ V.I. Borodulin, R.N. Rogalyov, S.R. Slabospitsky // CORE. [Electronic resource]. Mode of access: http://arxiv.org/pdf/hep-ph/9507456v1– Date of access: 03.03.2017.

А. Ю. Кравченко (УО «ГГУ имени Ф. Скорины», Гомель)
Науч. рук. **И. В. Семченко,** д-р физ.-мат. наук, профессор

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОЛУВИТКОВЫХ ФРАГМЕНТОВ ДВОЙНОЙ ДНК-ПОДОБНОЙ СПИРАЛИ И СТРУКТУР НА ИХ ОСНОВЕ

С развитием компьютерных технологий появилась возможность моделировать структуры с заданными свойствами. Одной из программ, в которых можно производить моделирование, является HFSS. Она предназначена для анализа трехмерных СВЧ структур, в том числе антенн и невзаимных устройств, содержащих ферриты. Электродинамическое моделирование в HFSS основано на использовании метода конечных элементов. Решение граничной задачи ищется в частотной области. Использование метода конечных элементов обеспечивает высокую степень универсальности численных алгоритмов.

Целью данной работы является моделирование полувитковой двойной ДНК-подобной спирали, которая обеспечивает преобразование падающей плоско поляризованной волны в циркулярно поляризованную, и, в дальнейшем, использование данной спирали для моделирования покрытия с минимальным коэффициентом отражения.

Рассматриваемый фрагмент ДНК-подобной спирали имеет следующие параметры (рисунок 1): $N_B = \frac{1}{2}$, L= 0,04954 м, r_0 = 0.1941*10^{-3} м, α = 27.22 ^{0}, r =14.023*10^{-3} м, h = 45.32 *10^{-3}м, где N_B – число витков спирали, L – длина спирали в выпрямленном состоянии, r_0 – радиус сечения проволоки, из которой изготовлена спираль, α – угол подъема спирали относительно плоскости, перпендикулярной оси спирали, r – радиус витка, h – шаг спирали.

Спираль возбуждается плоской электромагнитной волной. Волновой вектор направлен против оси OX, а вектор напряжённости направлен вдоль оси OZ (рисунок 2).

На рисунке 3 представлен график зависимости коэффициента эллиптичности излучаемой волны от частоты. Из данного рисунка видно, что при падении плоско поляризованной волны на данную структуру в направлении, обратном оси OX, происходит формирование