Доклады Академии Наук СССР
1940. Том XXIX, № 7

ЭЛЕКТРОМЕХАНИКА

Академик В. П. НИКИТИН и Н. П. КУНИЦКИЙ

УСТОЙЧИВОСТЬ РАБОТЫ И ПЕРЕХОДНЫЕ ПРОЦЕССЫ ШУНТОВОГО ДВИГАТЕЛЯ ПОСТОЯННОГО ТОКА

При выводе условия устойчивости работы шунтового двигателя его магнитный поток Φ при переходных процессах предполагается постоянным.

Без учета индуктивности якоря уравнения для скорости n и тока i якоря двигателя будут

$$\frac{dn}{dt}+\frac{375\,Sn}{GD^2}=\frac{375\,(k\Phi U-AR)}{GD^2R},$$

$$\frac{di}{dt}+\frac{375\,Si}{GD^2}=\frac{375\,(DU+Ac\Phi)}{GD^2R}.$$

Решая эти уравнения, получим

$$\Delta n=n-n_{y2}=\Delta n_y\cdot e^{-\frac{375\,St}{GD^2}}=\Delta n_y\cdot e^{-\frac{t}{B_0}},$$

$$\Delta i=i-i_{y2}=\Delta i_y\cdot e^{-\frac{375\,St}{GD^2}}=\Delta i_y\cdot e^{-\frac{t}{B_0}},$$

где $S=\frac{dM_c}{dn}-\frac{dM}{dn}$ — коэффициент устойчивости, $D=\frac{dM_c}{dn}$ — тангенс угла наклона к оси абсцисс характеристики $M_c=f(n)=A+Dn$ механизма, A — момент сопротивления механизма при $n=0$, R — сопротивление цепи якоря двигателя, M — момент двигателя, n_{y1} и i_{y1} — значения при одном — начальном — состоянии равновесия, n_{y2} и i_{y2} — значения при другом — конечном — состоянии равновесия. Δn и Δi и соответственно $\Delta n_y=n_{y1}-n_{y2}$ и $\Delta i_y=i_{y1}-i_{y2}$ — мгновенные и полные приращения скорости и тока.

Постоянная $B_0=\frac{GD^2\cdot S}{375}$ учитывает, кроме электромеханической постоянной $B=\frac{GD^2R}{375\,kc\Phi^2}$, также еще дополнительно угол наклона характеристики механизма. При $M_c=\mathrm{const}$ $B_0=B$.

Условием устойчивой работы двигателя будет $S>0$ (как при положительном, так и при отрицательном статическом моменте).

С учетом индуктивности якоря L динамическая характеристика двигателя будет характеризоваться уравнениями

$$\frac{d^2n}{dt^2}+\left(\frac{1}{T}+\frac{D\,375}{GD^2}\right)\frac{dn}{dt}+\frac{375\,Sn}{TGD^2}=\frac{375\,(k\Phi U-AR)}{LGD^2}, \qquad (1)$$

$$\frac{d^2}{dt^2}+\left(\frac{1}{T}+\frac{D\,375}{GD^2}\right)\frac{di}{dt}+\frac{375\,Si}{TGD^2}=\frac{375\,(DU+Ac\Phi)}{LGD^2}. \qquad (2)$$

Решая эти уравнения, имеем

$$n = C_1 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + n_{y2}, \tag{3}$$

$$i = C_3 e^{\alpha_1 t} + C_2 e^{\alpha_2 t} + i_{y2}, \tag{4}$$

где

$$\alpha_{1,2} = -\frac{1}{2}\left(\frac{1}{T} + \frac{D\,375}{GD^2}\right) \pm \sqrt{\frac{1}{4}\left(\frac{1}{T} + \frac{D\,375}{GD^2}\right)^2 - \frac{375\,S}{TGD^2}} = \beta \pm \gamma,$$

а

$$T = \frac{L}{R}.$$

Для устойчивого состояния работы двигателя действительные корни α_1 и α_2 или вещественные части комплексных корней должны быть отрицательны, а для этого должны быть соблюдены следующие два условия устойчивости:

1) $\left(\frac{1}{T} + \frac{375\,D}{GD^2}\right) > 0$, т. е. $\beta < 0$,

2) $S = D + \frac{kc\Phi^2}{R} > 0.$

При повышающейся или горизонтальной характеристике механизма, т. е. при $D > 0$ или $D = 0$, оба условия устойчивости соблюдены и состояние всегда будет устойчивым.

При падающих характеристиках механизма ($D < 0$), что имеет место у станов бесслитковой прокатки, состояние будет устойчивым, если только будут соблюдены следующие условия:

1) $\frac{1}{T} > \frac{D\,375}{GD^2}$ или $D < \frac{GD^2}{375\,T}$, (5)

2) $S = \frac{kc\Phi^2}{R} + |-D| > 0$, т. е. $\frac{kc\Phi^2}{R} > D.$ (6)

Эти условия имеют место лишь при достаточно малом D, т. е. при малом угле наклона характеристики механизма. Если же хотя бы одно из условий не соблюдается, то работа будет неустойчивой.

Из (5) следует, что при заданной постоянной T и заданной значительной величине D состояние может быть сделано устойчивым за счет увеличения GD^2. Наоборот, при заданных GD^2 и D состояние может быть сделано устойчивым путем уменьшения T, что можно достичь увеличением R в цепи якоря; однако при этом должно соблюдаться неравенство (6), для соблюдения которого необходимо уменьшение R. Из (6) вытекает также, что при данных значениях D и R равновесие может сделаться неустойчивым при работе двигателя с ослабленным потоком, т. е. на скоростях, бо́льших номинальной.

Исследуем теперь вопрос о возможности появления колебаний при переходных процессах. Колебания могут возникнуть только тогда, когда соблюдается второе условие устойчивости, т. е. $S > 0$. Переходной процесс будет апериодическим, если

$$S < \left(\frac{1}{T} + \frac{D\,375}{GD^2}\right)^2 \cdot \frac{TGD^2}{1500}:$$

Назовем критическим коэффициентом устойчивости величину

$$S_{\text{кр}} = \left(\frac{1}{T} + \frac{D\,375}{GD^2}\right)^2 \cdot \frac{TGD^2}{1500},$$

являющуюся границей между апериодическим и колебательным процессами. Переходной процесс будет апериодическим при $S < S_{\text{кр}}$ и колебательным при $S > S_{\text{кр}}$.

При $D=0$ условием отсутствия колебания является неравенство

$$S=\operatorname{tg}\alpha_{\partial}<\frac{GD^2}{1\,500T} \quad \text{или} \quad kc\Phi^2<\frac{GD^2R^2}{1\,500L}.$$

Таким образом уменьшение GD^2, увеличение L и уменьшение R способствуют возникновению колебаний. Увеличение угла α_{∂} характеристики двигателя также способствует возникновению колебаний.

При $D>0$ и $D=0$ $\beta<0$, и колебания могут быть только затухающими.

При $D<0$ и $-D<-\frac{GD^2}{375T}$ (по абсолютной величине) колебания будут также затухающими.

При $-D=-\frac{GD^2}{375T}$, т. е. при $\beta=0$, колебания становятся незатухающими. Наконец, при $-D>-\frac{GD^2}{375T}$, т. е. при $\beta>0$, колебания делаются возрастающими.

Таким образом увеличение GD^2, уменьшение (по абсолютной величине) отрицательного D, увеличение R и уменьшение L способствуют при $D<0$ возникновению затухающих колебаний.

Определяя постоянные в уравнениях (3) и (4) из начальных условий получим расчетные уравнения для апериодического процесса:

$$\Delta n=n-n_{y2}=\Delta n_y e^{\beta t}\,(K\operatorname{sh}\gamma t+\operatorname{ch}\gamma t),$$

$$K=\frac{375}{\gamma GD^2}\left(\frac{\Delta M_y}{\Delta n_y}-D\right)-\frac{\beta}{\gamma},$$

или

$$\Delta n=e^{\beta t}\Delta n_y\sqrt{K^2-1}\,\operatorname{sh}(\gamma t+\varphi_n),$$

$$\operatorname{th}\varphi_n=\frac{1}{K},$$

$$\Delta i=i-i_{y2}=\Delta i_y e^{\beta t}\,(N\operatorname{sh}\gamma t+\operatorname{ch}\gamma t),$$

$$N=\frac{U-i_{y1}R-c\Phi n_{y1}}{L\gamma\Delta i_y}-\frac{\beta}{\gamma},$$

или

$$\Delta i=e^{\beta t}\cdot\Delta i_y\sqrt{N^2-1}\,\operatorname{sh}(\gamma t+\varphi_i),$$

$$\operatorname{th}\varphi_i=\frac{1}{N},$$

для колебательного процесса:

$$\Delta n=\Delta n_y e^{\beta t}\,(K_1\sin\omega t+\cos\omega t),$$

$$K_1=\frac{375}{\omega GD^2}\left(\frac{\Delta M_y}{\Delta n_y}-D\right)-\frac{\beta}{\omega},$$

$$\Delta n=e^{\beta t}\cdot\Delta n_y\sqrt{K_1^2+1}\cdot\sin(\omega t+\varphi_n),$$

$$\operatorname{tg}\varphi_n=\frac{1}{K},$$

$$\Delta i=\Delta i_y\cdot e^{\beta t}\,(N_1\sin\omega t+\cos\omega t),$$

$$N_1=\frac{U-i_{y1}R-c\Phi n_{y1}}{L\omega\Delta i_y}-\frac{\beta}{\omega},$$

или

$$\Delta i=e^{\beta t}\cdot\Delta i_y\cdot\sqrt{N_1^2+1}\cdot\sin(\omega t+\varphi_i),$$

$$\operatorname{tg}\varphi_i=\frac{1}{N_1},$$

где

$$\omega=j\gamma.$$

Уравнения для апериодического и колебательного процессов совершенно одинаковы по внешнему виду. Для получения из уравнений колебательного процесса уравнений апериодического надо заменить круговые функции гиперболическими и вместо ω поставить γ, имея при этом в виду, что $\omega^2 = -\gamma^2$.

При изменении нагрузки, т. е. при переходе с одной характеристики механизма на другую, $U = i_{y1}R + c\Phi n_{y1}$ и вышеприведенные уравнения для тока значительно упрощаются. Наоборот, при переходе с одной характеристики двигателя на другую $\Delta M_y = \Delta n_y D$ и сильно упрощаются уравнения для скорости.

Полагая в вышеприведенных уравнениях $n_{y1} = 0$, $M_{y1} = A$, $\Delta n_y = -n_{y1}$ и $\Delta M_y = -Dn_{y2}$, легко получить уравнения для пускового процесса. Нетрудно вывести также уравнения и для торможения как при положительном, так и при отрицательном статическом моменте.

Пользуясь приведенными уравнениями, можно вывести выражения для пиков тока и максимального динамического падения скорости при внезапной нагрузке. По найденным выражениям легко определить необходимую величину пускового реостата или пускового дросселя, а также проанализировать влияние параметров привода на переходной процесс.

Рассмотрим случай внезапного возрастания нагрузки двигателя. С увеличением алгебраического значения D пик тока и динамическое падение скорости уменьшаются. Крутые падающие характеристики механизма, имеющие место у станов бесслитковой прокатки, могут вызвать при внезапной нагрузке стана пик тока, значительно превышающий установившийся ток, соответствующий новой нагрузке, а также значительное динамическое падение скорости, причем чем круче падающая характеристика, тем больше пик тока и динамическое падение скорости.

Учет индуктивности L цепи якоря имеет весьма большое значение для механизмов с падающими характеристиками. В то время как в случае неучитывания индуктивности якоря ток и скорость при любых значениях D за исключением отрицательных значений $|D| > \frac{kc\,\Phi^2}{R}$, при которых $S < 0$, всегда стремятся асимптотически к своим установившимся значениям и, следовательно, ток не превышает конечного установившегося значения, при учете индуктивности якоря переходной процесс сопровождается сильными колебаниями, при этом пик тока может значительно превышать установившийся ток, соответствующий приложенной нагрузке.

Учитывая индуктивность якоря L, получим, что неустойчивая работа наступает уже при более высоких значениях (алгебраических) D, чем в том случае, если индуктивность не учитывать.

Таким образом, если индуктивность якоря при падающих характеристиках механизма не учитывать, то это может привести к совершенно неверным выводам. Наоборот, при повышающихся характеристиках механизма различие в результатах расчета, при учете и без учета индуктивности, будет сравнительно незначительное и тем меньшее, чем круче повышающаяся характеристика.

Пик тока и динамическое падение скорости, при внезапном возрастании нагрузки, с увеличением индуктивности L возрастают, а с увеличением GD^2 падают.

Уменьшения максимального динамического падения скорости, в чем возникает необходимость в непрерывных трубопрокатных станах для избежания вредных деформаций труб при прокатке, можно достигнуть уменьшением сопротивления и индуктивности цепи якоря и увеличением махового момента привода.

При пуске двигателя пик тока уменьшается с увеличением индуктивности L и с уменьшением GD^2 в отличие от случая внезапного возрастания нагрузки, причем при небольших L происходит значительное уменьшение тока. По мере же роста L пик тока уменьшается все медленнее и медленнее. Поэтому применение дросселя целесообразно при снижении пика тока в небольших пределах, для сильного же снижения пика тока требуется весьма значительная индуктивность. Преимуществом дросселя является возможность оставления его включенным и при работе двигателя, что упрощает аппаратуру управления.

При криволинейной характеристике механизма аналитический расчет переходных процессов можно вести по участкам, для чего характеристика заменяется рядом прямолинейных отрезков.

Пользуясь приведенными критериями, можно определить, будет ли работа шунтового двигателя устойчива, а также выявить характер переходного процесса.

По выведенным уравнениям строятся кривые различных переходных процессов, определяются пики токов и рассчитывается пусковое сопротивление или дроссель.

Для механизмов с падающей характеристикой, в частности для станов бесслитковой прокатки, вопрос устойчивости играет большую роль, причем здесь особенно важно учитывать индуктивность якоря.

Поступило
21 IX 1940