

Н. К. РАЗУМОВСКИЙ

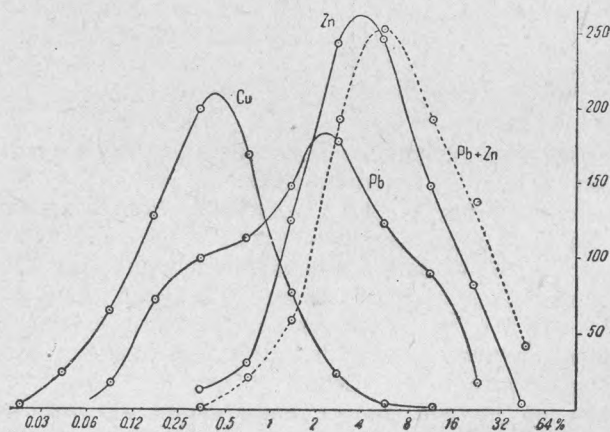
ХАРАКТЕР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СОДЕРЖАНИЙ МЕТАЛЛОВ  
В РУДНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЯХ

(Представлено академиком А. Е. Ферсманом 20 IV 1940)

При изучении распределения золотинок в россыпях по размеру и весу выяснилось, что логарифмы веса (или среднего диаметра) распределяются по классам крупности с частотами, определяемыми уравнением Гаусса:

$$y = \frac{W}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-M)^2}{2\sigma^2}},$$

где  $y$ —частота,  $W$ —общий вес золотинок,  $x$ —логарифм веса отдельных золотинок или среднего веса золотинок класса (4). Попутно при этом исследовании анализировалось также и распределение содержания золота (независимо от размеров золотинок) в шурфовых пробах, проведенных в многочисленном количестве по площади золотоносного пласта, освобожденного от покрывающих его пород. Оказалось, что и в этом случае логарифмы



содержаний (т. е. веса в единице объема) распределены нормально, по закону Гаусса. Этот факт был особенно любопытен в следующих двух отношениях: во-первых, он доказал, что не всегда случайная выборка, хотя бы и в пределе, дает симметричное распределение. В самом деле, в условиях данного испытания, когда шурфы на золотоносном пласте расположены по квадратной сетке, мы наблюдаем, очевидно, условия случайного выборочного исследования. И тем не менее опыт дает распределение

проб резко асимметричное, не подчиняющееся закону Гаусса, как можно было бы ожидать по свойству случайных выборок.

Во-вторых, распределение содержаний по логарифмически-нормальному закону заставило автора заподозрить, что появление этого закона распределения связано не только с законами гидравлики, но и с более глубокими физическими причинами. Поэтому автор стал искать материал по опробованию рудных месторождений. Благодаря любезности ст. геолога ЦНИГРИ Н. Н. Курек удалось проанализировать около тысячи анализов содержаний меди, свинца и цинка 4-го горизонта Ново-Сокольной линзы Риддерского месторождения.

Логарифмически нормальный закон оказался господствующим и в этом случае, причем как для содержания металлов по отдельности, так и для сумм, например: Pb+Zn.

Таблица 1

Число анализов / Фракции %	Cu	Pb	Zn	Pb+Zn
1	2	3	4	5
0	67	54	59	58
следы	161	16	1	—
0,01—0,03	2 ( 3)	0	—	—
0,03—0,06	25 ( 19)	1	—	—
0,06—0,12	65 ( 67)	9	—	—
0,12—0,25	127 (142)	36	—	—
0,25—0,50	198 (190)	100	13	1
0,50—1,00	168 (157)	111	33	21
1—2	76 (79)	148	125	59
2—4	24 (25)	178	242	192
4—8	2 ( 5)	123	247	249
8—10	1 ( 1)	91	138	190
16—32	—	19	83	129
32—64	—	—	1	42
M=	1,576	0,272	0,620	0,804
%=	0,38	1,87	4,17	6,37
σ=	0,427	0,544	0,419	0,413

Как известно, равноинтервальные классы в логарифмах дадут возрастающие в геометрической прогрессии классы содержаний (это следует из свойств логарифма). Поэтому простейший прием обнаружения логарифмически нормального закона таков: создаем классы в геометрической прогрессии, например, возрастающие вдвое, и находим частоты для этих классов. Обычными методами проверяем, насколько эти частоты близки к закону Гаусса. Табл. 1 показывает наличие этого закона в данном случае без всякого сомнения для всех анализируемых компонентов\*. Например, для меди получается—среднее в логарифмах 1,576(0,377%Cu) и  $\sigma=0,427$ . В колонке (3)

даны теоретические, вычисленные по закону Гаусса частоты. Как видно, они достаточно близки к эмпирическим.

В другом случае автор имел возможность убедиться, что и распределение геометрических элементов рудных тел, в частности, мощностей, полу чаемых при опробовании, также происходит по логарифмически-нормальному закону. Почему это происходит, автору неясно. Может быть, здесь дело в том, что мы изучаем не дискретное распределение, как большей частью случается при статистическом изучении, а пространственно зависимые величины. Ведь, в самом деле, две пробы, мало удаленные одна от другой, будут непременно близки и по содержанию, и в пределе, когда расстояния сближаются до нуля, пробы стре-

\* Так как содержания даны в %, то удвоение классов можно распространять до 50% получаемого вещества [кроме того, мы имеем в сущности не Pb, а PbS (87% Pb), и не Zn, а ZnS (60% Zn)], следовательно до 50% минерала нужно 44% Pb и 30% Zn], а далее надо это вещество рассматривать как растворитель, а все остальное—как «содержания», которые и уменьшать вдвое. Впрочем для нашего случая это обстоятельство не существенно, и игнорирование его не помешало выявить максимумы и симметрию распределения.

мятся к равенству. Таким образом, мы находимся в условиях испытаний связанных между собою величин, и, вероятно, в этом кроется причина появления этого оригинального «логарифмически-нормального» закона. Повидимому, этот закон—наиболее асимметричный из всех законов распределения, существующих реально в природе.

Из всего изложенного следуют важные в теоретическом и практическом отношении выводы:

1. Средне-арифметическое из проб рудных месторождений не является наилучшей средней и лишь грубым образом характеризует месторождение. Наиболее вероятная величина—среднее геометрическое.

2. Приемы подсчета запасов рудных и россыпных месторождений должны быть изменены с учетом существования логарифмически-нормального закона.

3. Логарифмически-нормальный закон, повидимому, в природе распространен гораздо больше, чем это до сих пор известно. Так, ему подчиняется распределение взвешенных частиц в воде, в воздухе, частиц пород при дроблении, при химическом осаждении, при ситовом анализе, распределение содержаний в породе ценных компонентов, в том числе и нефти, а очевидно, и вообще составных минералов пород.

Наличие этого закона при распределении частиц осадка позволяет подозревать его роль в молекулярной физике. Все это заставляет нас внимательно изучить этот закон.

Кольская база  
Академии Наук СССР  
Кировск

Поступило  
22 IV 1940

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Seidel, München, Abh., 9 (1863). <sup>2</sup> Journ. Franklin Inst., aug.—sept. 1927.  
<sup>3</sup> Journ. Indust. Hyg., 7, 305 (1925). <sup>4</sup> Советская золотопромышленность, № 12 (1939).