Доклады Академии Наук СССР
1940. Том XXVIII, № 9

ГИДРОТЕХНИКА

Ю. Д. ГОРОДКОВ

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ ОБЛИЦОВОЧНЫХ ПЛИТ В ПОТОКЕ ВОДЫ

(Представлено академиком Н. Е. Кочиным 10 VI 1940)

Устойчивость облицовочных плит в потоке воды связана с обширным комплексом различных вопросов; мы ограничиваемся изучением воздействия потока безграничной ширины на облицовочные прямоугольные плиты, уложенные с незначительными зазорами на дне строго в одной плоскости, причем течение предполагается установившимся и равномерным.

Объяснить причины вырывания потоком тщательно уложенных плит, не подверженных лобовому воздействию, возможно лишь свойствами турбулентного потока, а именно, пульсациями давлений, так как в рассматриваемом случае никакой направленной вверх постоянной подъемной силы не существует.

Благодаря щелям между плитами вода проникает в подстилающий слой, в результате чего плиты испытывают на свою нижнюю поверхность давление, которое можно принять постоянным и равным гидростатическому, так как вода под плитами почти неподвижна. На верхнюю же поверхность плит действует (кроме осредненного гидростатического давления) переменное по величине и знаку пульсационное давление. Вырывание плиты из гнезда происходит, когда амплитуда пульсационного давления достаточно велика.

Амплитуда пульсационного давления. Распределение скоростей в толще турбулентного потока не зависит от способа воздействия внешних поверхностей на поток: движется ли он быстро вдоль гладких или медленно вдоль шероховатых стенок,—структура потока одинакова, если в обоих случаях одинакова сила трения о стенку ([1]). Это свойство турбулентного потока приводит к тому, что изменение расхода при соответствующем изменении шероховатости (таком, чтобы не изменился гидравлический уклон) вызывает лишь параллельное перемещение эпюр распределения скоростей, что подтверждается опытами Денха, Никурадзе и других экспериментаторов. Аналитическим выражением рассматриваемого свойства является следующая формула распределения скоростей для случая потока безграничной ширины:

$$v-v_0=\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}}\, f\left(\frac{y}{H}\right), \tag{1}$$

где v — скорость на расстоянии y от дна, H — глубина потока, τ_0 — сила трения о поверхность дна, отнесенная к единице площади, ρ — плотность жидкости, v_0 — какая-нибудь характерная скорость, например, поверхностная, средняя или придонная (на границе ламинарного слоя); для определенности под v_0 будем подразумевать придонную скорость.

Эпюра (1) определяется тремя параметрами: H, τ_0/ρ и v_0. Изменение параметра v_0 дает параллельный сдвиг эпюры, т. е. поступательная скорость в каждой точке потока изменяется на одинаковую величину, что не вносит никаких дополнительных ускорений, следовательно, не изменяет кинематики вихрей, насыщающих поток. Таким образом, кинематическая структура потока определяется лишь двумя параметрами: H и τ_0/ρ. Второй из этих параметров τ_0/ρ может быть выражен через разность каких-нибудь двух характерных для потока скоростей, например через разность между поверхностной и придонной или между средней и придонной скоростями. Действительно, из выражения (1) имеем:

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \frac{1}{f(1)} \cdot (v_n - v_0) = A_1 (v_n \cdot v_0), \tag{2}$$

где v_n — поверхностная скорость, $A_1 = \frac{1}{f(1)} = \text{const}$.

Интегрируя выражение (1), получаем:

$$\sqrt{\frac{\tau_0}{\rho}} = \frac{1}{\int\limits_0^{y=H} f\left(\frac{y}{H}\right) d\left(\frac{y}{H}\right)} \cdot (v_{\text{ср}} - v_0) = A_2 (v_{\text{ср}} - v_0), \tag{3}$$

где $v_{\text{ср}}$ — средняя по вертикали скорость, $A_2 = \text{const}$.

Для динамической характеристики потока должна быть указана еще плотность ρ жидкости.

Таким образом кинематика и динамика вихрей потока, а следовательно, и амплитуда пульсационного давления определяются тремя параметрами: 1) глубиною H, 2) разностью скоростей $v_n - v_0$ или $v_{\text{ср}} - v_0$ и 3) плотностью ρ. Аналитически:

$$P_0 = f(H; \rho; v_{\text{ср}} - v_0). \tag{4}$$

На основании Пи-теоремы анализа размерностей ([2]) не трудно доказать, что соотношение (4) может быть только одного вполне определенного вида, а именно:

$$P_0 = k\rho (v_{\text{ср}} - v_0)^2, \tag{5}$$

где $k = \text{const}$.

В выражение (5) не вошла глубина потока, что может быть объяснено следующим образом: глубокие потоки насыщены вихрями с большими массами, но малыми угловыми скоростями, мелкие потоки — вихрями с большими угловыми скоростями, но малыми массами, в результате чего центробежные силы в вихрях, а следовательно, и амплитуды давлений в обоих случаях одинаковы.

Из формулы (5) следует также, что амплитуда пульсационного давления на поверхность дна зависит непосредственно не от средней скорости, а от избытка средней скорости над придонной. Это объясняется тем, что структура потока не изменяется от параллельного сдвига эпюры. Различие в воздействии на поверхность дна потоков с одинаковыми относительными скоростями $v_{\text{ср}} - v_0$, но разными абсолютными скоростями $v_{\text{ср}}$, заключается не в величине амплитуды пульсационного давления, а лишь в величине периода пульсации.

2 Доклады Академии Наук СССР, 1940, т. XXVIII, № 9.

Не представляет трудности выразить амплитуду P_0 не через разность $v_{ср}-v_0$, а через среднюю скорость $v_{ср}$ и коэффициент C в формуле Шези или же через гидравлический уклон. Учитывая соотношение

$$\tau_0=\gamma iH \tag{6}$$

и формулу Шези, из выражения (3) получаем:

$$v_{ср}-v_0=\frac{1}{A_2}\sqrt{giH}. \tag{7}$$

Подставляя выражение (7) в формулу (5), имеем:

$$P_0=a\gamma Hi=a\gamma\frac{v_{ср}^2}{C^2}, \tag{8}$$

где $a=\frac{k}{A_2^2}=\text{const}$.

Выражение (8) показывает, что амплитуда пульсационного давления прямо пропорциональна «влекущей силе».

Опрокидывающий момент. Вырывание плит из соответствующих гнезд происходит под воздействием опрокидывающего момента, обусловленного пульсационным давлением. Для определения этого момента в качестве первого приближения распределение пульсационного давления на поверхность дна принимаем синусоидальным:

$$P=P_0\cos 2\pi\left(\frac{x}{\lambda}-\frac{t}{T}\right), \tag{9}$$

где P_0 — амплитуда пульсационного давления, λ — расстояние между вихрями, равное расстоянию между двумя максимумами или минимумами давления, T — период пульсаций, t — текущее время, x — расстояние от начала координат (вниз по течению) рассматриваемой точки, P — пульсационное давление в точке $M(x)$ в момент времени t.

Вращающий момент пульсационных сил, приложенных к верхней поверхности плиты длиною l, передняя кромка которой имеет абсциссу x_1, имеет следующее выражение (момент берется относительно задней кромки плиты):

$$M=\int\limits_{x=x_1}^{x=x_1+l}P(x_1+l-x)\,dx, \tag{10}$$

что по подстановке (9) и интегрированию дает:

$$M=P_0\left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2\left\{\sin 2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)\left[-2\pi\frac{l}{\lambda}+\sin\frac{2\pi l}{\lambda}\right]+\right.$$
$$\left.+\cos 2\pi\left(\frac{x_1}{\lambda}-\frac{t}{T}\right)\left[1-\cos\frac{2\pi l}{\lambda}\right]\right\}. \tag{11}$$

Производя дифференцирование по t, определяем обычным путем максимальное (по абсолютной величине) значение M_0 момента; после вычислений находим:

$$M_0=\nu\frac{P_0l^2}{2}, \tag{12}$$

где

$$\nu=\frac{\sin\frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}\sqrt{\left[\frac{\sin\frac{\pi l}{\lambda}}{\frac{\pi l}{\lambda}}\right]^2+\frac{1}{\sin^2\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right)}\left[1-\frac{\sin\frac{2\pi l}{\lambda}}{\frac{2\pi l}{\lambda}}\right]^2}. \tag{13}$$

Удерживающий момент определяется выражением:

$$M_y = (\gamma_1 - \gamma)\frac{l^2\delta}{2}, \tag{14}$$

где γ и γ_1 — удельные веса воды и материала плиты, l и δ — длина и толщина плиты.

Выворачивание плиты из гнезда происходит, когда $M_0 \geqslant M_y$, что на основании выражений (12) и (14) может быть записано следующим образом:

$$P_0 \geqslant (\gamma_1 - \gamma)\frac{\delta}{\nu}. \tag{15}$$

Для проверки предлагаемой теории использованы результаты опытов по устойчивости плит, проведенные в Гидротехнической лаборатории Москва-Волгостроя в 1935 г. Опытные данные достаточно удовлетворительно согласуются с выводами теории.

Гидротехническая лаборатория
Строительства Куйбышевского гидроузла

Поступило
13 V 1940

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Сборн. «Проблемы турбулентности» под ред. проф. М. А. Великанова. Бриджмен, Анализ размерностей.