Доклады Академии Наук СССР
1940. Том XXVIII, № 5

ФИЗИКА

А. СОКОЛОВ

КВАНТОВАЯ ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 3 VI 1940)

1. Спонтанное излучение

1. При помощи методов квантовой электродинамики подробно разработана теория излучения фотонов, для которых, как известно, энергия $h\omega$ равняется произведению импульса $h\vec{\varkappa}$ на скорость света ($\omega = c\varkappa$). Однако в настоящий момент представляет интерес рассмотреть более общие случаи излучения частиц, для которых может иметь место $\omega < c\varkappa$ и $\omega > c\varkappa$.

Случай $\omega < c\varkappa$ встречается, например, при исследовании движения электрона в диэлектрике с показателем преломления $n > 1$ $\left(\omega = \frac{c\varkappa}{n}\right)$. Классическая теория этого вопроса была дана Франком и Таммом [1], и ее результаты в основном подтверждаются опытами Черенкова.

Случай $\omega > c\varkappa$ представляет интерес в связи с появлением теории Юкава-Прока. Согласно теории Юкава, нуклоны (т. е. тяжелые частицы, нейтроны или протоны) излучают мезоны, которые отличаются от фотонов наличием покоящейся массы.

Примем, что элементарные частицы массы $m = \frac{hk_0}{c}$ (электроны или нуклоны) подчиняются уравнению Дирака

$$-\frac{h}{i}\frac{\partial\psi}{\partial t} = \left(-ch\alpha_s\frac{\partial}{i\partial x_s} + V_0 - chk_0\rho_3\right)\psi, \tag{1}$$

где V_0—энергия некоторого внешнего неквантового поля. Мы введем теперь еще энергию взаимодействия V электрона или нуклона с полем нерожденных частиц:

$$V = \delta_s A_s, \tag{2}$$

где δ_s является некоторой матрицей Дирака. Разложим, далее, каждую компоненту поля A_s в интеграл Фурье

$$A_s = (2\pi)^{-3/2}\int (d\varkappa)\left[A_s(\varkappa)\, e^{-i\omega t + i\vec{\varkappa}\cdot\vec{r}} + A_s^{+}(\varkappa)\, e^{i\omega t - i\vec{\varkappa}\cdot\vec{r}}\right] \tag{3}$$

$$(d\varkappa) = d\varkappa_1 d\varkappa_2 d\varkappa_3$$

и запишем для амплитуд Фурье перестановочные соотношения в форме

$$[A_s(\varkappa),\ A_{s'}^{+}(\varkappa')] = \frac{2\pi c^2 h}{\omega}\, b_s b_{s'}\,\delta(\vec{\varkappa}' - \vec{\varkappa}), \tag{4}$$

где $b_s b_{s'}$ — некоторая функция $\varkappa$ и ω, вид которой зависит от уравнений поля.

Добавляя к правой части (1) еще энергию (2), мы можем легко получить при помощи известного метода возмущения Дирака следующее выражение для вероятности спонтанного перехода частицы из состояния $\vec{l}$ $(E_l = chL)$ в состояние $\vec{k}$ $(E_k = chK)$

$$A = \frac{c}{2\pi h} \int \frac{(d\varkappa)}{\omega} \delta\left(\frac{\omega}{c} - L + K\right) b_s b_{s'} \delta_s^{+lk} \delta_{s'}^{lk}, \tag{5}$$

где

$$\delta_s^{lk} = \int (dr)\, \psi_k^{0+} \delta_s \psi_l^0 e^{-i\vec{\varkappa}\cdot\vec{r}}, \quad \psi_l = \psi_l^0 e^{-icLt}. \tag{6}$$

2. Излучение свободной частицей

Для свободной частицы мы будем иметь непрерывный спектр и, согласно условию нормирования, мы должны решение для функции ψ выбрать в следующем виде:

$$\psi_l = \frac{1}{\sqrt{(2\pi)^3 (\Delta l)}} \int\limits_{(\Delta l)} (dl)\, a(l)\, e^{-icLt + i\vec{l}\cdot\vec{r}}, \tag{7}$$

где импульс частицы $\vec{p} = h\vec{l}$, $L = \sqrt{l^2 + k_0^2}$, $(\Delta l) = \Delta l_1 \Delta l_2 \Delta l_3$, $a^+(l)\, a(l) = 1$ и интегрирование мы должны произвести в пределах от $\vec{l}$ до $\vec{l} + \Delta\vec{l}$. Подставляя (7) в (5), имеем

$$A = \frac{c}{2\pi h} \int \frac{(d\varkappa)}{\omega} b_s b_{s'} a^+(l) \delta_s a(k)\, a^+(k) \delta_{s'} a(l) \cdot$$

$$\cdot\, \delta\left(\frac{\omega}{c} - L + K\right) \cdot \frac{\left|\int\int (dk)\,(dl)\,\delta(\vec{\varkappa} - \vec{l} + \vec{k})\right|^2}{(\Delta k)\,(\Delta l)}. \tag{8}$$

Из (8) мы видим, что вероятность спонтанного излучения A будет отлична от нуля лишь при выполнении законов сохранения импульса и энергии

$$\left.\begin{aligned} &\vec{\varkappa} - \vec{l} + \vec{k} = 0, \\ &\frac{\omega}{c} - L + K = 0. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

Равенство (9) может выполняться лишь при условии $\omega < c\varkappa$. Как мы уже указывали, это имеет место, когда электрон будет двигаться в среде с показателем преломления $n > 1$. В этом случае энергия взаимодействия (3) имеет вид:

$$V = \alpha_s A_s. \tag{10}$$

Выражая, далее, энергию поля

$$U = \frac{1}{8\pi} \int (dr)\, (\vec{E} \cdot \vec{D} + H^2)$$

через вектор потенциала $\frac{1}{e} A_s$ и принимая во внимание поперечность электромагнитных волн, мы получим для A_s перестановочные соотношения (4) при условии, что

$$b_s b_{s'} = \frac{e^2}{n^2}\left(\delta_{ss'} - \frac{\varkappa_s \varkappa_{s'}}{\varkappa^2}\right). \tag{11}$$

Заменяя в (8) δ_s на α_s и произведя суммирование по спинам электрона по способу Казимира или нашим способом [2] (без введения отрицательных состояний электрона), мы получим следующее выражение для вероятности излучения внутри телесного угла $d\omega$:

$$dA = \frac{e^2\varkappa}{4\pi hL} \cdot \frac{KL - k_0^2 - (\vec{k}\cdot\vec{\varkappa}^0)(\vec{l}\cdot\vec{\varkappa}^0)}{K - n(\vec{\varkappa}^0\cdot\vec{k})}\, b\omega, \tag{12}$$

где $\vec{\varkappa}^0 = \frac{\vec{\varkappa}}{\varkappa}$.

Исключая из равенства (9) величины $\vec{k}$ и K, мы находим следующее соотношение между частотой излученного кванта и направлением излучения θ $(\cos\theta = \vec{l}^0\cdot\vec{\varkappa}^0)$

$$\cos\theta = \frac{1}{\beta n} + \frac{nh}{2cp}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)\omega. \tag{13}$$

Так как $\omega > 0$ и $K > k_0$, то излучение возможно только при условии

$$\frac{n^2 + 1 - \frac{mc^2}{E_l}(n^2 - 1)}{2\beta n} > \cos\theta > \frac{1}{\beta n}, \tag{14}$$

которое выполняется лишь в том случае, когда скорость движения электрона $v = \beta c$ будет превышать фазовую скорость $\frac{c}{n}$ распространения электромагнитной волны в диэлектрике. Аналогичное условие для излучения было найдено Франком и Таммом классическим путем.

Чтобы получить интенсивность излучения I, мы должны умножить (12) на $h\omega$ и проинтегрировать затем по телесному углу $d\omega$. Исключая далее, с помощью соотношений (9) и (13): $\vec{k}$, K и $\cos\theta$, мы найдем:

$$I = \frac{e^2\beta}{c}\int\limits_0^{\omega_0} \omega\, d\omega \left[1 - \frac{1}{n^2\beta^2} - \frac{\omega h}{c\beta p}\left(1 - \frac{1}{n^2}\right) + \frac{\omega^2 h^2}{4n^2c^2p^2}\left(1 - \frac{1}{n^4}\right)\right], \tag{15}$$

где максимальная частота излучения ω_0 может быть найдена из (13) и (14). Как было, однако, показано Таммом, спектр должен быть оборван на более низкой частоте.

При $h = 0$ наши выражения для угла (13) и интенсивности (15) излучения переходят в классические. Учет квантовой поправки приводит к уменьшению угла θ с увеличением частоты. Для видимой части спектра квантовая поправка, как и следовало ожидать, ничтожна.

Другой случай излучения $\omega > ch$ будет рассмотрен нами в другой работе.

В заключение выражаю благодарность профессору Д. Д. Иваненко за дискуссию настоящей работы.

Государственный университет
Свердловск

Поступило
3 VI 1940

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] И. Франк и И. Тамм, ДАН, XIV, 109 (1937). [2] D. Iwanenko u. A. Sokolow, Sow. Phys., **11**, 590 (1937); см. также A. Sokolow, Physica, **9**, 797 (1938).