Доклады Академии Наук СССР
1940. Том XXVIII, № 5

ФИЗИКА

Д. ИВАНЕНКО

РАССЕЯНИЕ МЕЗОНОВ НА НУКЛОНАХ *

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 31 V 1940)

В предыдущих заметках ([1],[2]) был дан вывод гриновской функции релятивистского уравнения Шредингера, которому подчиняется каждая из четырех компонент потенциала Прока или волновая функция мезона

$$G=\frac{1}{(2\pi)^2}\int\frac{e^{i(kr)-ik_tct}}{k^2+k_0^2+k_t^2}(dk)\,dk_t\qquad\left(k_0=\frac{mc}{h}\right). \tag{1}$$

При помощи G можно проинтегрировать уравнения Прока для самого общего распределения плотностей и токов нуклонов. Для дальнейшего анализа введем вектор Герца мезонного поля

$$Z=Z_1+Z_2$$

(где «1» или «2» указывают на квазиэлектрическую или магнитную часть). Полагая

$$\varphi_1=-\operatorname{div}Z_1,\ \varphi_2=0,\ A_1=\frac{1}{c}\dot{Z}_1,\ A_2=-\operatorname{rot}Z_2,$$

получим для Z снова уравнение Шредингера 2-го порядка:

$$\left.\begin{aligned}(\Box-k_0^2)\,Z_1&=-4\pi\left(g_1P+\frac{g_2}{k_0}T\right),\\(\Box-k_0^2)\,Z_2&=-4\pi\left(g_1M+\frac{g_2}{k_0}S\right),\end{aligned}\right\} \tag{2}$$

где P — вектор квазиэлектрической поляризации, S — вектор собственного квазимагнитного момента нуклонов. Движение последних мы описываем нерелятивистски, ввиду чего пренебрегаем электрической частью T тензора момента (T, S) и не учитываем также магнитной части тензора поляризации (P, M). Для точечных нуклонов, колеблющихся с частотой $\nu=cK$, полагаем

$$\left.\begin{aligned}g_1\vec{P}&=\vec{p}\,(t')\,\delta(\vec{r'})=\vec{p}_0e^{-i\nu t'}\delta(\vec{r'});\\g_2\vec{S}&=\vec{m}\,(t')\,\delta(\vec{r'})=\vec{m}_0e^{-i\nu t'}\delta(\vec{r'}).\end{aligned}\right\} \tag{3}$$

(Показательные функции взяты лишь для удобства.) Подставляя (3) в (2), при помощи (1) получаем для Z

$$Z_1(\vec{r},t)=4\pi g_1\int P(\vec{r'},t')\,G(\overrightarrow{r-r'};t-t')\,cdt'\,(dr')=\frac{\vec{p}_0}{r}\cos\nu\left(t-\frac{r}{v}\right), \tag{4}$$

$$Z_2=\frac{\vec{m}_0}{r}\cos\nu\left(t-\frac{r}{v}\right),$$

где фазовая скорость $v=\frac{K}{|k|}$, $K^2=k^2+k_0^2$.

* Нуклоны — общее название для нейтронов и протонов.

Отсюда для волновой зоны поперечная часть поля

$$\left.\begin{aligned}
&\varphi_1'=0,\ A_1'=-\frac{[[\dot{p}r_0]r_0]}{cr}, \qquad E_1'=\frac{1}{c^2r}[[\ddot{p}r_0]r_0],\ H_1'=\frac{1}{vcr}[\ddot{p}r_0],\\
&\text{продольная часть поля}\\
&A_1''=\frac{r_0(\dot{p}r_0)}{c^2r},\ \varphi_1''=\frac{(\dot{p}r_0)}{v^2r}, \qquad E_1''=\frac{k_0^2}{K^2}(\ddot{p}r_0)\frac{r_0}{r}\left(r_0=\frac{\vec{r}}{|r|}\right).
\end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Интегрируя вектор Пойнтинга

$$S=\frac{c}{4\pi}\{[EH]+k_0^2\varphi A\}$$

по поверхности сферы радиуса r, получим для поперечной и продольной квазиэлектрической мезонной энергии, излученной нуклонами,

$$I_1'=\frac{2}{3}\frac{\ddot{p}^2}{vc^2}, \quad I_1''=\frac{1}{3}\frac{\ddot{p}^2}{vc^2}\frac{k_0^2}{K^2}. \tag{6}$$

При больших частотах, когда $K\gg k_0$, фазовая скорость $v\sim c$ и поперечная часть квазиэлектрического излучения совпадает с электродинамическим выражением; то же будет иметь место для квазимагнитной части излучения, которая вся обязана поперечной части поля

$$I_2'=\frac{2}{3}\frac{\ddot{m}^2}{v^3}\sim\frac{2}{3}\frac{\ddot{m}^2}{c^3} \qquad (K\gg k_0). \tag{6a}$$

Пусть колебания нуклона вызваны внешней мезонной волной. Поперечную падающую волну, распространяющуюся по оси x, задаем потенциалами

$$A_x=A_z=\varphi=0, \quad A_y=Rbe^{-i\nu\left(t-\frac{x}{v}\right)}. \tag{7}$$

Тогда для плотности падающей энергии имеем

$$U=\frac{1}{8\pi}(E^2+H^2+k_0^2(\varphi^2+A^2))=\frac{A^2}{4\pi}K^2, \tag{8}$$

поток энергии через см^2/сек.

$$W=Uv_g=\frac{A^2}{4\pi}K^2v_g, \tag{8a}$$

где групповая скорость $v_g=\dfrac{c^2}{v}$.

Уравнение движения нуклона в поле волны (7) гласит

$$M(\ddot{x}+\nu_0^2x)=g_1RE_0e^{-i\nu\left(t-\frac{x}{v}\right)}, \tag{9}$$

где ν_0 — собственная частота упруго связанного нуклона. Определяя $\ddot{x}$ из (9) и подставляя в (6) (6а), найдем полную рассеянную энергию и, наконец, эффективное сечение для квазиэлектрического рассеяния поперечной волны

$$\sigma_{el}'=\frac{I_1}{W}=\frac{8\pi}{3}\left(\frac{g_1^2}{Mc^2}\right)^2\left(\frac{\nu^2}{\nu^2-\nu_0^2}\right)^2\left(1+\frac{k_0^2}{2K^2}\right). \tag{10}$$

При частотах, больших собственной частоты колебаний $\nu\gg\nu_0$, получится мезонный аналог формулы Томсона

$$\bar{\sigma}_{el}'=\frac{8\pi}{3}r_n^2\left(1+\frac{k_0^2}{2K^2}\right), \tag{10a}$$

или при $K>k_0$

$$\sigma_{el}'=\frac{8\pi}{3}r_n^2.$$

При малых частотах получаем аналог формулы Рэлея $\sigma_n=\bar{\sigma}_{el}'\dfrac{\nu^4}{\nu_0^4}$.

Для рассеяния продольной волны получим

$$\sigma''_{el} = \frac{c^2 k_0^2}{\nu^2} \sigma'_{el}. \tag{10b}$$

Здесь $r_n = \frac{g_1^2}{Mc^2}$ обозначает квазиэлектрический радиус нуклона. Переходя к квазимагнитному рассеянию, берем уравнение движения нуклонного диполя в виде

$$\dot{m} = \varkappa [mH], \tag{11}$$

где $\varkappa$ — постоянная.

Падающую волну возьмем в виде (7)

$$H_x = H_y = 0, \qquad H_z = R\left\{H_0 e^{-i\nu\left(t - \frac{x}{v}\right)}\right\}, \qquad H_0 = \frac{i\nu b}{v}.$$

После интеграции (11) получим значение m, которое сразу выписываем для случая больших частот

$$m_x = m_0, \; m_y = \frac{m_0 \varkappa H_0}{\nu} \sin \nu t.$$

Отсюда получаем для излученной энергии (6c)

$$I'_2 = \frac{2}{3} \frac{\ddot{m}^2}{c^3} = \frac{2}{3} \frac{m_0^2 \varkappa^2 H_0^2 \nu^2}{c^3}$$

и для эффективного квазимагнитного сечения рассеяния поперечных мезонных волн:

$$\sigma_{\text{mag}} = \frac{I'_2}{W} = \frac{8\pi}{3} \frac{m_0^2 \varkappa^2 \nu^2}{c^4} \qquad (\underset{v \sim c}{K} \gg k_0). \tag{12}$$

Квазимагнитное сечение существенно отличается от сечения (10a) (10b), именно, растет с увеличением энергии мезонов. Более подробный анализ показывает, что учет членов затухания в уравнении движения нуклона приводит к сечениям, уменьшающимся с частотой (или постоянным, если мы обрежем σ при некоторых высоких частотах, что естественно), аналогично результату Дирака в классической теории электрона $\left(\sigma \sim \frac{6\pi c^2}{\nu^2}\right)$. Квантовый подсчет Гейтлера [3] и Баба [4] дал для всех сечений для рассеяния заряженных мезонов выражения, растущие с частотой, притом совершенно так же, как наше классическое выражение (12), непосредственно пригодное лишь для нейтретто. При определенном выборе $\varkappa$, играющего роль «отношения магнитного момента нуклона к механическому» $\varkappa = \frac{g_2}{k_0 h} = \frac{g_2}{mc}$ (вместо $\varkappa = \frac{e}{mc}$ в электродинамике), мы получим сечение, совпадающее с квантовой формулой

$$\sigma'_{\text{mag}} = \frac{8\pi}{3} \left(\frac{g_2^2}{hc}\right)^2 \frac{\nu^2}{c^2 k_0^4} \qquad (K \gg k_0). \tag{12a}$$

Другой выбор $\varkappa = \frac{g_2}{Mc}$ приводит к сечению

$$\sigma_{\text{mag}} = \left(\frac{m_{\text{mes}}}{M}\right)^2 \sigma'_{\text{mag}},$$

что представляется более естественным, ввиду появления массы нуклона в знаменателе. Рост сечения с энергией, не наблюдающийся на опыте, указывает на трудность теории, коренящуюся в самом факте наличия момента нуклона. Важно подчеркнуть, что те же самые дипольные члены связаны с трудностями и в теории взаимодействия, приводя к энергии вида $r^{-3}\left(\frac{g_2}{k_0}\right)^2$, не дающей стабильных уровней, согласно теореме вириала. Вид этого члена энергии ясен уже из классической картины взаимодействия двух диполей. Устранение указанной трудности можно искать еще в классической области, пытаясь, например, построить нелинейное обобщение всей теории. Тогда внешние поля будут воздействовать не на точечные, но размазанные с плотностью ρ заряды, где ρ определяется нелинейными добавками к уравнениям. Тогда мы получим уравнения вида:

$$M\ddot{x} = g_1 E_0 e^{-i\nu t} \int \rho e^{i\frac{x}{\lambda}} d\tau;$$

$$\dot{m} = \varkappa \left[m,\ H_0 e^{-i\nu t} \int \rho' e^{\frac{ix}{i\lambda}} d\tau \right]. \qquad (13)$$

Размазанность приведет к появлению ядерного мезонного форм-фактора F, определяемого видом нелинейной плотности

$$F = \int \rho d\tau \frac{\sin\gamma}{\gamma}; \quad \gamma = \frac{4\pi \sin \frac{\theta\lambda}{2r}}{\lambda}. \qquad (14$$

Интересно указать на следствия, к которым должна привести любая) нелинейная теория. Наличие F уменьшит сечения при больших ν, ибо вместо постоянных g_1, g_2 мы будем теперь иметь эффективные заряды

$$g_1' = g_1 F,\quad g_2' = g_2 F,$$

уменьшающиеся при росте энергии. Введение F делает также рассеяние под большими углами менее вероятным, так как область эффективных углов, согласно (14), определится из условия

$$\vartheta \sim \frac{\lambda}{r_0}, \qquad (15)$$

где r_0 — «радиус» частицы.

Как известно, эксперименты с мезонами в космических лучах не показывают роста сечений с энергией и по порядку величин скорее дают значения классического сечения (10а). С другой стороны, опыты Боте-Шмейзера над жесткими ливнями требуют малых углов рассеяния в духе формулы (15). Для объяснения этих двух фактов форм-фактор был уже введен Венцелем ([5]), но чисто эмпирическим путем; мы же подчеркиваем его естественное появление, с необходимостью вытекающее из гипотезы нелинейной мезодинамики. Близкий, также нелинейный способ уменьшения сечений был недавно предложен Гейзенбергом ([6]). Аналогичным путем можно рассмотреть тормозное испускание мезонов нуклонами (например методом Вильямса-Вейцзекера) и другие эффекты 3-го и высших порядков, как рождение пар мезонов при аннигиляции двух нуклонов или рождение пар нуклонов при столкновении двух мезонов $\left(\text{с эффективным квазиэлектрическим сечением } \sigma \sim \left(\frac{g_1^2}{Mc^2}\right)^2\right)$.

Государственный университет
Свердловск

Поступило
26 V 1940

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Iwanenko, Nature, **144**, 77 (1939). [2] Iwanenko-Sokolow, C. R. Ac. Sci. USSR, **26**, 37 (1940). [3] Heitler, Proc. Roy. Soc., A., **166**, 529 (1938). [4] Bhabha, Proc. Roy. Soc., A., **172**, 384 (1939). [5] Wentzel. Phys. Rev., **54**, 869 (1938). [6] Heisenberg, ZS. Physik, **113**, 61 (1939).