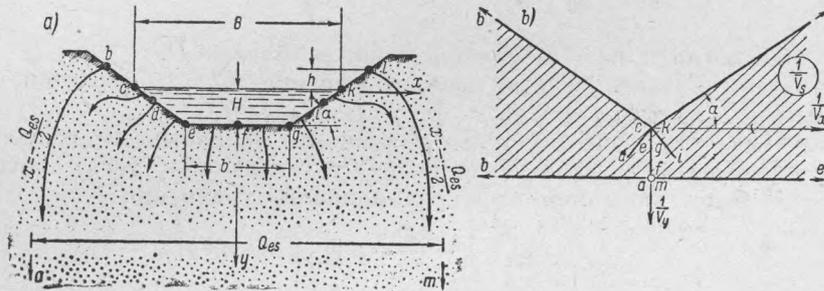


В. В. ВЕДЕРНИКОВ

УЧЕТ ВЛИЯНИЯ КАПИЛЛЯРНОСТИ ГРУНТА НА ФИЛЬТРАЦИЮ ИЗ КАНАЛОВ

(Представлено академиком Н. Е. Кочиным 10 VI 1940)

В статье (1) о влиянии капиллярности грунта на фильтрацию со свободной поверхностью были показаны как существенное влияние этого



фактора на фильтрацию, так и вносимые им изменения в физическую картину фильтрационного потока. Там же было приведено первое решение по фильтрации из канала (с вертикальными шпунтовыми стенками и из канала с малой по отношению к ширине  $B$  зеркала глубиной воды  $H$  и с крутыми откосами) с учетом влияния капиллярности грунта.

Результативный график даваемых ниже расчетов для случаев фильтрации из вертикальной щели и треугольного русла приведен на стр. 227 нашей работы (2).

Решение в общем случае для фильтрации из трапециoidalных каналов по методу, указанному ранее [(3), § 3], будет иметь вид, показанный на фигуре: связь между приведенной функцией течения, область которой представлена полуполосой, и вектором точки положительной полуплоскости  $\zeta = \xi + i\eta$  имеет вид

$$Z = \frac{Q_{es}}{\pi} \arcsin \zeta, \quad (1)$$

где  $Q_{es}$  — приведенный (к коэффициенту фильтрации  $k=1$ ) фильтрационный расход на единицу длины канала. Связь между приведенной функцией скорости  $\bar{v}_s = v_x - iv_y$  и  $\zeta$  определяется формулой:

$$\frac{1}{\bar{v}_s} = D \int_0^{\zeta} \frac{\xi (\delta^2 - \xi^2) d\xi}{(\beta^2 - \xi^2)^{1-\frac{\alpha}{\pi}} \sqrt{1-\xi^2} (\gamma^2 - \xi^2)^{1+\frac{\alpha}{\pi}}} + \frac{i}{v_f}, \quad (2)$$

где  $v_f$  — скорость фильтрации на оси дна канала.

Здесь

$$D = -\frac{i}{I_1 + I_2}, \quad (3)$$

$$\frac{i}{v_f} = i \frac{I_2}{I_1 + I_2} \quad (4)$$

и

$$\delta^2 = \frac{I_3}{I_4}, \quad (5)$$

где

$$I_1 = \int_0^{\infty} \frac{\eta (\delta^2 + \eta^2) d\eta}{(\beta^2 + \eta^2)^{1-\frac{\alpha}{\pi}} \sqrt{1 + \eta^2} (\gamma^2 + \eta^2)^{1+\frac{\alpha}{\pi}}},$$

$$I_2 = \int_0^{\beta} \frac{\zeta (\delta^2 - \zeta^2) d\zeta}{(\beta^2 - \zeta^2)^{1-\frac{\alpha}{\pi}} \sqrt{1 - \zeta^2} (\gamma^2 - \zeta^2)^{1+\frac{\alpha}{\pi}}},$$

$$I_3 = \int_{\beta}^1 \frac{\zeta^3 d\zeta}{(\zeta^2 - \beta^2)^{1-\frac{\alpha}{\pi}} \sqrt{1 - \zeta^2} (\gamma^2 - \zeta^2)^{1+\frac{\alpha}{\pi}}}$$

и

$$I_4 = \int_{\beta}^1 \frac{\zeta d\zeta}{(\zeta^2 - \beta^2)^{1-\frac{\alpha}{\pi}} \sqrt{1 - \zeta^2} (\gamma^2 - \zeta^2)^{1+\frac{\alpha}{\pi}}}.$$

Для определения связи между  $z$  и  $Z$  служит уравнение

$$z = -i \int \frac{1}{v_s} dZ. \quad (6)$$

Обозначим

$$I_5 = \int_0^{\beta} \arcsin \zeta \frac{\zeta (\delta^2 - \zeta^2) d\zeta}{(\beta^2 - \zeta^2)^{1-\frac{\alpha}{\pi}} \sqrt{1 - \zeta^2} (\gamma^2 - \zeta^2)^{1+\frac{\alpha}{\pi}}},$$

$$I_6 = - \int_{\beta}^1 \arcsin \zeta \frac{\zeta (\delta^2 - \zeta^2) d\zeta}{(\zeta^2 - \beta^2)^{1-\frac{\alpha}{\pi}} \sqrt{1 - \zeta^2} (\gamma^2 - \zeta^2)^{1+\frac{\alpha}{\pi}}}$$

и

$$I_7 = \int_1^{\gamma} \frac{(\operatorname{arch} \beta - \operatorname{arch} \zeta) (\zeta^2 - \delta^2) \zeta d\zeta}{(\zeta^2 - \beta^2)^{1-\frac{\alpha}{\pi}} \sqrt{\zeta^2 - 1} (\gamma^2 - \zeta^2)^{1+\frac{\alpha}{\pi}}}.$$

Тогда параметры  $\beta$  и  $\gamma$ , расход  $Q_{es}$  и высота  $h$  определяются из следующих уравнений:

$$\frac{b}{2} = \frac{Q_{es}}{\pi} \frac{I_5}{I_1 + I_2}, \quad (7)$$

$$\frac{B}{2} = \frac{Q_{es}}{\pi} \frac{I_5 + I_6 \cos \alpha}{I_1 + I_2}, \quad (8)$$

$$h = h_v - \frac{Q_{es}}{\pi} \operatorname{arch} \gamma = \frac{I_7 \sin \alpha}{I_1 + I_2} \frac{Q_{es}}{\pi}, \quad (9)$$

где  $b$  — ширина канала по дну,  $h$  — высота подъема по откосу фильтрационного потока над уровнем воды в канале и  $h_v$  — высота зоны капиллярного насыщения данного грунта.

При этом глубина  $H$  воды в канале

$$H = \frac{Q_{es}}{\pi} \frac{I_6 \sin \alpha}{I_1 + I_2} \quad (10)$$

и отношение ширины зеркала воды в канале к глубине воды в канале

$$\frac{B}{H} = 2 \left( \frac{I_5}{I_6 \sin \alpha} + \operatorname{ctg} \alpha \right). \quad (11)$$

Формула расхода по длине  $L$  канала может быть записана в виде

$$Q = kL(B + AH), \quad (12)$$

где

$$A = 2 \frac{\frac{\pi}{2} (I_1 + I_2) - I_5 - I_6 \cos \alpha}{I_6 \sin \alpha} \quad (13)$$

или же

$$Q = kLNB, \quad (14)$$

где

$$N = \frac{\pi}{2} \frac{I_1 + I_2}{I_5 + I_6 \cos \alpha}. \quad (15)$$

Расчет на фильтрацию может вычисляться и по формуле

$$Q = \operatorname{Cap} Q_0,$$

где  $Q \pm$  расход на фильтрацию без учета влияния капиллярности и  $\operatorname{Cap}$ —коэффициент, учитывающий влияние капиллярности грунта на фильтрацию.

Нами произведены подсчеты для оценки влияния капиллярности на фильтрацию из канала с одиночными откосами  $(\alpha = \frac{\pi}{4})^*$  и вертикальной щели.

Сведем эти расчеты в табл. 1 и 2, которые могут оказать существенную пользу при конкретных расчетах.

Таблица 1

$\frac{B}{H}$	$\frac{h_v}{H}$	$A$	$\frac{h}{h_v}$	$\gamma^2$	$\beta^2$
2,0	7,3	16,0	0,246	2,25	0
4,1	12,6	27,1	0,24		0,25
8,3	22,0	46,8	0,233		0,50
22,8	51,2	106,8	0,225		0,75
2,0	3,0	8,8	0,285	1,44	0
3,8	4,8	13,9	0,273		0,25
7,2	8,0	22,9	0,254		0,50
19,7	18,6	48,2	0,248		0,75
2,0	0,97	4,7	0,32	1,1	0
3,4	1,46	6,6	0,315		0,25
5,8	2,2	9,5	0,306		0,50
13,2	4,1	16,5	0,287		0,75

Для вертикальной щели  $(\alpha = \frac{\pi}{2}, B = 0)$  имеем (т. 2):

Таблица 2

$\frac{h_v}{H}$	$A$	$\frac{h}{h_v}$
0	2,8	1,0
0,75	3,7	0,58
1,9	6,8	0,55
3,2	9,6	0,48
27,4	43,7	0,33

То, что высота  $h$  поднятия фильтрационной воды по откосу канала над уровнем воды меньше высоты капиллярного поднятия  $h_v$ , следует из указанного ранее (1).

Московский торфяной институт

Поступило  
10 VI 1940

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

<sup>1</sup> В. В. Ведерников, ДАН, III (XII), № 4 (99) (1936). <sup>2</sup> Теория фильтрации и ее применение в области ирригации и дренажа (1939). <sup>3</sup> V. V. Vedernikov, C. R., 202, № 14 (1936) и 202, № 16 (1936) (Errata).

\* При этом использованы и исправленные нами подсчеты, проведенные в 1937 г. под нашим руководством студентами МГУ гг. Коржаевым и Ушаковой.