

В. Л. ГРАНОВСКИЙ

**К ТЕОРИИ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СОСТОЯНИЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО
РАЗРЯДА В ГАЗАХ ***

(Представлено академиком Л. И. Мандельштамом 31 I 1940)

Нестационарные формы электрического разряда в газах весьма многообразны и могут быть разделены на две основные группы:

а) явления, связанные с конечной скоростью накопления и исчезновения носителей зарядов, например зажигание и гашение разряда, гистерезис разряда переменного тока; их можно охарактеризовать, как проявления электрической инерции разряда;

б) явления, зависящие от изменения со временем температуры газа и электродов и связанного с ним изменения степени диссоциации газа, подвижности и скорости диффузии ионов, электронной эмиссии катода и т. д.; пример — динамические характеристики дуги высокого давления, в которых основную роль играет тепловая инерция газа и электродов.

Зачастую эти факторы накладываются один на другой. В дальнейшем изложении рассматривается только первая из этих групп нестационарных явлений.

Представляется желательным построение общей теории нестационарного разряда, охватывающей как частные случаи различные указанные явления, а также стационарный разряд. Решить в общем виде такую задачу, охватывающую почти все вопросы теории разряда в однородном газе, явно невозможно (она и для стационарного разряда решается по частям); поэтому ограничим ее следующими рамками.

1. Будем рассматривать разряд, основной частью которого является плазма (например разряд с длинным положительным столбом). Остановимся подробно на проведении самой плазмы; катодные и анодные части разряда, играющие в этом предположении незначительную роль, будем учитывать только некоторым дополнительным падением потенциала K .

2. Ограничимся такими процессами, в которых током смещения можно пренебречь сравнительно с током проводимости **. Это предполо-

* Настоящее сообщение содержит основные положения теории низкочастотных процессов в газовом разряде; подробное обоснование исходных положений, определение области применимости теории и разбор важнейших случаев будет дан в Journal of Physics.

** Плотность тока проводимости $j_e = n_e b_e X_e = n_e \varepsilon^2 \lambda_e \sqrt{\frac{\pi}{8mU_e}} X$ (n_e — концентрация электронов, b_e — их подвижность, T_e — температура, $U_e = \frac{kT_e}{\varepsilon}$, λ_e — длина сво-

жение исключает из рассмотрения вопросы зажигания разряда и высокочастотные колебания плазмы.

3. Давление газа не очень мало, так что $\lambda_p \ll a$, где a —величина, характеризующая линейные размеры плазмы (например радиус трубки).

4. Плазма квазинейтральна, т. е. концентрация ионов $n_p \approx n_e$. Таким образом мы исходим из теории амбиполярной диффузии Шоттки⁽¹⁾.

5. Скорости электронов распределены по закону Максвелла.

6. Электронный газ приобретает свою энергию от электрического поля*, а теряет ее при столкновении с газовыми молекулами. Среднюю потерю энергии при одном столкновении положим пропорциональной разности между средними энергиями электронов U_e и молекул газа U_g ; $\Delta U_e = \kappa(U_e - U_g)$. Для упругих ударов $\kappa = \text{const}$ ⁽²⁾; если учитывать также неупругие удары, то κ будет, вообще говоря, функцией U_e .

7. Ионизируются непосредственно нормальные атомы**.

8. К разрядной трубке приключен источник электродвижущей силы E через сопротивление R ***.

Эти предположения приводят к следующей системе уравнений:

1. Баланс ионов:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_a \Delta n + zn, \quad (1)$$

где z —число пар ионов, образуемых одним электроном в 1 сек., D_a —коэффициент амбиполярной диффузии. $D_a \approx U_e b_p = U_e \frac{b_1}{p}$ (b_1 —подвижность положительных ионов при $p = 1$ мм Hg).

В случае цилиндрической плазмы

$$\frac{\partial n}{\partial t} = U_e \frac{b_1}{p} \left(\frac{\partial^2 n}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial n}{\partial r} \right) + zn. \quad (1')$$

2. Уравнение ионизации

$$z = \alpha p U_e^2 e^{-\frac{U_i}{U_e}} \quad (2)$$

(U_i —ионизационный потенциал газа, α —постоянная).

3. Баланс энергии электронного газа. За 1 сек. каждый электрон в среднем приобретает энергию:

$$b_e X^2 \varepsilon = \sqrt{\frac{\pi}{8mU_e}} \frac{X^2 \varepsilon^2}{cp},$$

бодного пробега, ε —заряд, m —масса электрона, X —напряженность продольного электрического поля).

Плотность тока смещения $j_a = \frac{1}{4\pi} \frac{dX}{dt}$; если $X = X_0 e^{2\pi i f t}$, то $|j_a| = \frac{f}{2} |X|$;

$\frac{|j_a|}{|j_c|} = \frac{f}{n \varepsilon^2 \lambda_e} \sqrt{\frac{2mU_e}{\pi}}$. Если взять невыгодные для нас условия—сравнительно низкую концентрацию и высокое давление: $n_e = 1 \cdot 10^9$ см⁻³, $\lambda_e = 0,01$ см, $U_e = 10 \text{ eV} = \frac{1}{30}$ CGSE, то вплоть до частоты $f = 1 \cdot 10^6$ Hz отношение $\frac{j_a}{j_c}$ не превысит 5%; при большей концентрации электронов и большей λ_e область допустимых частот будет еще выше.

* Пренебрегаем энергией, полученной от возбужденных атомов посредством ударов 2-го рода.

** Нами рассмотрен также более общий случай—наличие ступенчатой ионизации наряду с прямой.

*** Была исследована также цепь, содержащая емкость и индуктивность.

а теряет при столкновениях:

$$\frac{4\sqrt{2}\kappa\sigma p\varepsilon^{\frac{3}{2}}}{\sqrt{\pi m}}(U_e - U_g)\sqrt{U_e}.$$

Баланс энергии:

$$\frac{dU_e}{dt} = \frac{2g}{3\varepsilon} \frac{X^2}{p\sqrt{U_e}} - hp(U_e - U_g)\sqrt{U_e}, \quad (3)$$

где

$$g = \frac{\frac{3}{2}\varepsilon^{\frac{3}{2}}}{2\sigma} \sqrt{\frac{\pi}{2m}}, \quad h = \frac{8}{3} \sqrt{\frac{2\varepsilon}{\pi m}} \kappa\sigma.$$

4. Уравнение подвижности:

$$I = \varepsilon N_e b_e X = \frac{g N_e X}{p\sqrt{U_e}}, \quad (4)$$

где

$$N_e = 2\pi \int_0^a n_e(r) r dr \quad (5)$$

— полное число электронов в 1 см длины столба.

5. Уравнение полной цепи тока:

$$I = \frac{E - K - lX}{R}, \quad (6)$$

где l — длина плазмы.

В этой системе уравнений два уравнения содержат фактор инерционности (производную по времени): (1), учитывающее конечную скорость накопления ионов, и (3), учитывающее конечную теплоемкость электронного газа.

Положим

$$n = n_0(t) J_0\left(\frac{\mu r}{a}\right), \quad (7)$$

где n_0 — значение концентрации по оси трубки.

Этим предположением мы не сужаем сильно решения, так как весьма общие случаи могут быть сведены к сумме решений типа (7).

$\frac{\mu}{a}$ есть собственное значение уравнения $D_a \Delta n + zn = 0$ при краевых условиях, рассмотренных ранее (3, 4). Тогда $\Delta n = -\frac{\mu^2}{a^2} n$, вследствие чего из (1') находим для n_0 :

$$\frac{dn_0}{dt} = \left(z - \frac{\mu^2 b_1}{a^2 p} U_e \right) n_0. \quad (1'')$$

Затем $N_e = \frac{2\pi a^2 J_1(\mu)}{\mu} n_0 = s a^2 n_0$; $s = \frac{2\pi J_1(\mu)}{\mu}$.

Подставляем в (4):

$$I = \frac{sga^2 X n_0}{p\sqrt{U_e}}. \quad (4')$$

Наконец, исключая I из (4') и (6), найдем

$$X = \frac{E - K}{l + \frac{sga^2 R}{p\sqrt{U_e}} n_0}. \quad (8)$$

Подставляя (8) в (3) и (2) в (1''), сводим всю систему к двум дифференциальным уравнениям 1-го порядка:

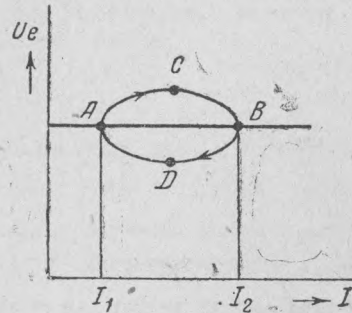
$$\frac{dn_0}{dt} = \left(\alpha p U_e^2 e^{-\frac{U_i}{U_e}} - \frac{\mu^2 b_1}{a^2 p} U_e \right) n_0, \quad (9)$$

$$\frac{dU_e}{dt} = \frac{2g}{3\epsilon} \frac{(E - K)^2 p \sqrt{U_e}}{[lp\sqrt{U_e} + sga^2 R n_0]^2} - hp \sqrt{U_e} (U_e - U_g), \quad (10)$$

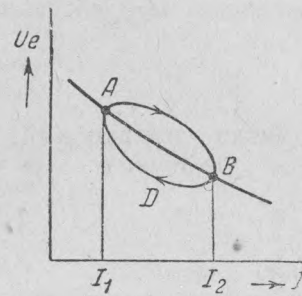
где h и g являются вообще функциями U_e , E —заданная функция времени, остальные величины, кроме U_e и n_0 ,—постоянные.

Случай стационарной плазмы мы получим, положив $\frac{dn_0}{dt} = \frac{dU_e}{dt} = 0$; случай полной деионизации, положив, что с некоторого момента $t = 0$ продольное электрическое поле в плазме исчезло: $X = 0$.

Система уравнений (1)—(6) или (9)—(10) позволяет анализировать основные вопросы динамического состояния разряда. В виде примера



Фиг. 1. Статические и динамические значения U_e .



Фиг. 2. Статические и динамические значения U_e при наличии ступенчатой ионизации.

разберем качественно следующий основной вопрос: каким образом происходит переход от одной силы тока I_1 к другой силе тока I_2 *? Как известно, в стационарном разряде при сделанном выше предположении 7-м X и U_e постоянны при любой силе тока (фиг. 1, прямая AB). Пусть разряд находился в равновесном состоянии при $I = I_1$, $U_e = U_{e1}$ (точка A) и пусть в некоторый момент времени электродвижущая сила E возросла или сопротивление R уменьшилось. Одновременно растёт и градиент потенциала, что вызывает рост I и постепенное повышение электронной температуры (дуга AC). Последнее сопровождается усиленной ионизацией, и равновесие плазмы нарушается в сторону увеличения концентрации.

Рост n приводит к дальнейшему усилению разрядного тока I , вследствие чего напряжение на трубке и градиент X начинают падать. Электронная температура перестает расти и также начинает падать (дуга CB). Когда она вновь достигнет статического значения U_{e2} (точка B), установится снова равновесное состояние плазмы, но уже

* На этом, казалось бы, элементарном вопросе нужно остановиться, так как вопрос о соотношении между током и напряжением в динамическом режиме трактуется неправильно даже такими компетентными авторами, как Г. Баркгаузен (9) и Р. Зеелигер (10). Первый из них в специальной статье, а второй—в своей известной книге (стр. 94) настойчиво подчеркивают, что в нестационарном разряде изменение силы тока I является причиной, а изменение напряжения V —следствием, и что поэтому изменение I предшествует изменению V . Это не только непонятно для каузального мышления, но и просто неверно, так как по доказанному в тексте всегда изменение I наступает после изменения V (хотя бы временного) в ту же сторону.

при токе I_2 и более высокой концентрации n . Обратный переход от большей силы тока к меньшей происходит, напротив, при уменьшении U_e и X ниже их стационарных значений (кривая BDA). Следовательно, каждое изменение силы тока в разряде связано с временным отклонением X и U_e от их равновесных значений.

Если ионизация происходит не только прямым, но и ступенчатым путем, то статическая характеристика становится падающей (фиг. 2). Но и в этом случае при усилении тока динамические значения U_e лежат выше статических (ветвь ACB), а при уменьшении тока — ниже статических (ветвь BDA). Особенно существенно, что, несмотря на падающую статическую характеристику, всякое усиление тока начинается с временного подъема электронной температуры.

В разряде переменного тока, где все величины— X , U_e , n и I —периодически меняются со временем, их изменение должно происходить неодновременно. Градиент X и напряжение на трубке V , равное $Xl + K$, должны обгонять силу тока; при нарастании тока они должны быть больше, чем при уменьшении его. Это обстоятельство твердо установлено опытами, см. работы Энгеля и Штеенбека (⁵), Клярфельда (⁶). Такой же сдвиг должна обнаруживать и температура электронов U_e ; подтверждение этому выводу можно найти в опытах Коха (⁷). Напротив, концентрация n должна отставать от разрядного тока; это явление было обнаружено в опытах автора и Е. В. Мерзлоуховой (⁸), где была показана также связь этого отставания с конечной скоростью исчезновения зарядов.

Количественный анализ этих явлений может быть произведен в случае малых колебаний плазмы; он будет приведен в следующем сообщении.

Поступило
31 I 1940

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ W. Schottky, Phys. ZS., **25**, 342 (1924). ² Kravath, Phys. Rev., **36**, 248 (1930). ³ W. Funk u. R. Seeliger, ZS. f. Phys., **110**, 145 (1938). ⁴ В. Грановский, ДАН, XXIII, № 9 (1939). ⁵ A. Engel u. M. Steenbeck, Wiss. Ver. Siemens, **15**, 42 (1936). ⁶ B. Klarfeld, ZS. f. Phys., **38**, 289 (1926); **60**, 379 (1930). ⁷ W. Koch, ZS. f. techn. Phys., **16**, 464 (1935). ⁸ В. Грановский и Е. Мерзлоухова, ДАН, XXII, № 9, 577 (1939). ⁹ H. Barkhausen, Phys. ZS., **27**, 43 (1926). ¹⁰ R. Seeliger, Einführung in die Physik der Gasentladungen, Leipzig (1927).