УДК 681.511.4

СИНТЕЗ КОРРЕКТИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА УСОВЕРШЕНСТВОВАННЫМ МНОГОМЕРНО-ВРЕМЕННЫМ ОПЕРАТОРНЫМ МЕТОДОМ

А. А. ТОЛСТЕНКОВ, А. В. КОЗЛОВ, В. А. САВЕЛЬЕВ

Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», Республика Беларусь

Введение

Большинство систем автоматического управления (САУ) имеют в своем составе нелинейные элементы, что значительно усложняет их анализ и синтез.

Классический подход к исследованию подобных систем имеет ряд трудностей, обусловленных использованием преобразования по Лапласу. При этом приходиться вычислять интеграл свертки от произведения временных функций [1].

Альтернативой подобному подходу является применение многомерного интегрального преобразования по Лапласу [2], на основе которого был разработан многомерно-временной операторный метод (МВОМ) анализа САУ [3]. Научная идея МВОМ заключается в первоначальном переходе от естественной одномерной временной области к искусственной многомерной временной области с независимыми временными переменными, принадлежащими различным сомножителям, и последующем использовании прямого и обратного многомерных преобразований по Лапласу.

Однако при использовании МВОМ для решения задачи синтеза и идентификации нелинейных замкнутых систем число независимых комплексных переменных p_1, p_2, …, p_n стремится к бесконечности [3]. Поскольку синтез регуляторов в подобных системах посредством МВОМ затруднителен, для этой цели используют численные методы, которые не раскрывают полной картины физических процессов в системе, а дают результат в виде дифференциальных уравнений, не всегда пригодных для проектирования реальных регуляторов. Либо применяют инженерный синтез, основанный на подборе типовых регуляторов для нахождения оптимального корректирующего устройства с точки зрения получения желаемого переходного процесса. Реализация данного метода связана с большим объемом лишних расчетов.

Постановка задачи и исходные данные

В данной работе предпринята попытка разработать аналитический метод синтеза регуляторов в нелинейных системах на основе уже существующего МВОМ в сочетании с принципом динамической компенсации и разложением нелинейных элементов системы в математический ряд.

Рассмотрим основные положения предлагаемого метода на примере нелинейной системы, представленной в общем виде на рис. 1, где W_{PE} – передаточная функция (ПФ) регулятора; W_{O} – ПФ объекта управления.

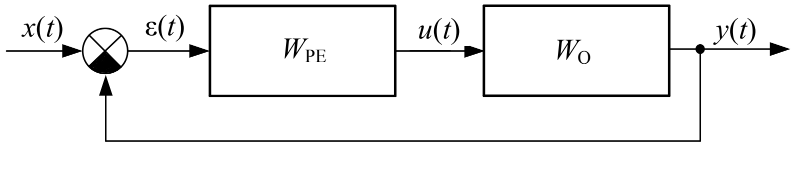

Рис. 1. Структурная схема нелинейной системы управления

Опишем элементы системы управления (рис. 1) рядами Вольтерра [2]. В этом случае поведение замкнутой системы представляется в виде:

$$y(t)=\sum_{q=1}^{\infty}\int\ldots\int_{0}^{t}k_{\text{З}}^{q}(\tau_1;\ldots;\tau_q)\,x(t-\tau_1)\cdot\ldots\cdot x(t-\tau_q)d\tau_1\ldots d\tau_q. \qquad (1)$$

Тогда, воспользовавшись определением многомерной ПФ [4],

$$W(p_1;\ldots;p_n)=\int\ldots\int_{0}^{\infty}k(\tau_1;\ldots;\tau_n)\cdot e^{-p_1\cdot\tau_1}\cdot\ldots\cdot e^{-p_n\cdot\tau_n}d\tau_1\ldots d\tau_n, \qquad (2)$$

в рассматриваемой системе можно выделить следующие ПФ:

$W_{\text{РЕ}}^{1}(p_1),\ldots,W_{\text{РЕ}}^{\upsilon}(p_1;\ldots;p_{\upsilon})$ – ПФ регулятора;

$W_{\text{О}}^{1}(p_1),\ldots,W_{\text{О}}^{i}(p_1;\ldots;p_i)$ – ПФ объекта управления;

$W_{\text{Р}}^{1}(p_1);\ldots;W_{\text{Р}}^{j}(p_1;\ldots;p_j)$ – ПФ разомкнутой системы;

$W_{\text{З}}^{1}(p_1);\ldots;W_{\text{З}}^{q}(p_1;\ldots;p_q)$ – ПФ замкнутой системы.

Задача синтеза регулятора, как известно, заключается в нахождении ПФ регулятора таких, чтобы замкнутая система обладала эталонными динамическими характеристиками, то есть, чтобы при определенном входном сигнале система выдавала заданный отклик. Таким образом, постановка рассматриваемой задачи полностью совпадает с задачей синтеза регуляторов в классе линейных систем. Предполагается, что неизменяемые элементы системы представляют собой соединение линейных инерционных и нелинейных безинерционных звеньев [2].

Поскольку известен входной и выходной сигналы всей системы, мы можем задаться эталонной ПФ $W_{\text{Э}}^{1}(p_1),\ldots,W_{\text{Э}}^{N}(p_1;\ldots;p_N)$.

В итоге получим систему, изображенную на рис. 2.

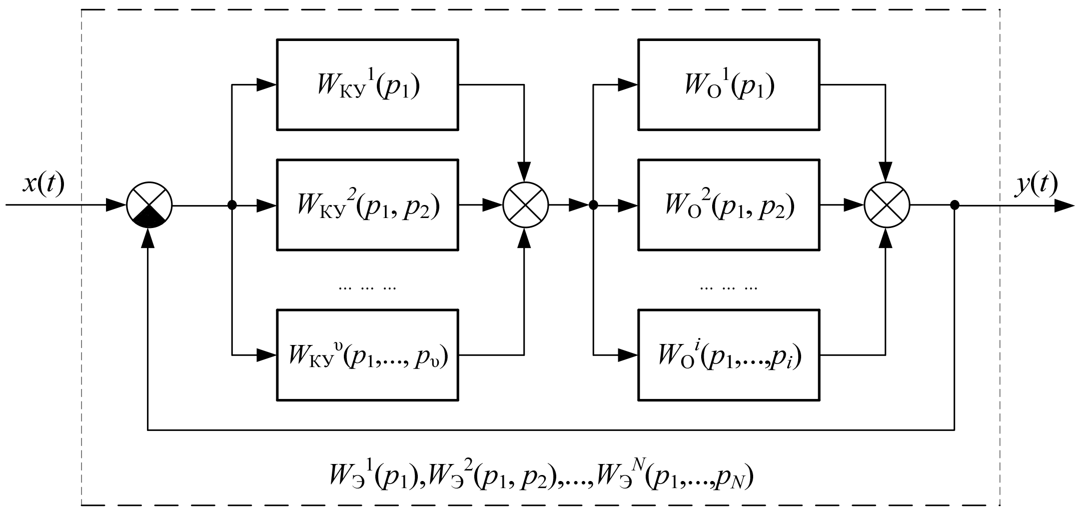

Рис. 2. Структурная схема нелинейной системы управления

На основании правил преобразования структурных схем [1] запишем формулы, связывающие ПФ замкнутой и разомкнутой систем в виде сочетания ядер Вольтерра:

$$\begin{cases} W_З^1(p_1) = \dfrac{W_Р^1(p_1)}{1 + W_Р^1(p_1)}, \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ W_З^N(p_1,\ldots,p_N) = \dfrac{W_Р^N(p_1,\ldots,p_N)}{\left[1 + W_Р^1(\sum\limits_{r=1}^{N} p_r)\right]\prod\limits_{r=1}^{N}\left[1 + W_Р^1(p_r)\right]}. \end{cases} \tag{3}$$

Учитывая, что должно быть выполнено равенство $W_З^N(p_1,\ldots,p_N) = W_Э^N(p_1,\ldots,p_N)$, легко получить ПФ разомкнутой системы. А так как разомкнутая система представляет собой последовательное соединение регулятора и объекта управления, то легко найти ПФ регулятора:

$$\begin{cases} W_{РЕ}^1(p_1) = \dfrac{W_Э^1(p_1)}{1 - W_Э^1(p_1)}(W_О^1(p_1))^{-1}, \\ W_{РЕ}^2(p_1,p_2) = \dfrac{W_Э^2(p_1,p_2)}{\left[1 - W_Э^1(p_1+p_2)\right]\prod\limits_{r=1}^{2}\left[1 - W_Э^1(p_r)\right]}(W_О^1(p_1+p_2))^{-1} - \\ -\dfrac{W_О^2(p_1,p_2)\prod\limits_{r=1}^{2}W_Э^1(p_r)}{\prod\limits_{r=1}^{2}\left[1 - W_Э^1(p_r)\right]}\cdot(W_О^1(p_1+p_2)\prod\limits_{r=1}^{2}W_Э^1(p_r))^{-1}, \\ \ldots \end{cases} \tag{4}$$

Выражение (4) представляет собой решение поставленной задачи. На основании рассмотренного выше можно сделать следующие выводы:

– в классе аналитических нелинейных систем имеет место компенсация динамических характеристик объекта за счет его обратных ПФ, также как и в линейных стационарных и нестационарных задачах;

– точность полученного регулятора зависит от количества ядер Вольтерра, участвующих в расчете;

– аналогично решается задача синтеза при включении регулятора в цепь обратной связи.

Рассмотрим систему с наперед заданной нелинейностью в объекте управления (рис. 3).

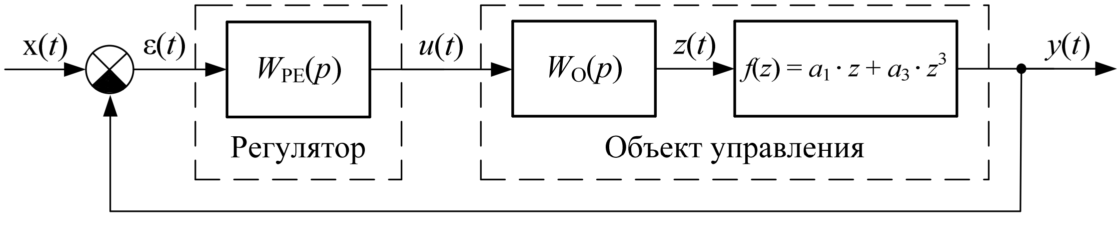

Рис. 3. Структурная схема нелинейной системы управления

Для последовательного соединения линейного звена $W_{\text{О}}(p)$ и регулятора справедлива зависимость:

$$\begin{gathered} W^1_{\text{РЕ}}(p_1)W^1_{\text{О}}(p_1); \\ W^3_{\text{РЕ}}(p_1, p_2, p_3)W^1_{\text{О}}(\sum_{r=1}^{3} p_r). \end{gathered} \tag{5}$$

Следовательно, из (4) и (5) получим ПФ искомого регулятора:

$$\begin{gathered} W^1_{\text{РЕ}}(p_1) = \frac{W^1_{\text{Э}}(p_1)}{1 - W^1_{\text{Э}}(p_1)}\left(a_1 \cdot W^1_{\text{О}}(p_1)\right)^{-1}; \\ W^3_{\text{РЕ}}(p_1, p_2, p_3) = \frac{W^3_{\text{Э}}(p_1, p_2, p_3)}{a_1 W^1_{\text{О}}(\sum_{r=1}^{3} p_r)\left[1 - W^1_{\text{Э}}(\sum_{r=1}^{3} p_r)\right]\prod_{r=1}^{3}\left[1 - W^1_{\text{Э}}(p_r)\right]} - \\ - \frac{a_3 \cdot \prod_{r=1}^{3} W^1_{\text{Э}}(p_r)}{a_1^4 W^1_{\text{О}}(\sum_{r=1}^{3} p_r)\prod_{r=1}^{3}\left[1 - W^1_{\text{Э}}(p_r)\right]}. \end{gathered} \tag{6}$$

В соответствии с принципом динамической компенсации регулятор можно рассматривать как последовательное соединение обратной безынерционной нелинейности и инерционных линейных звеньев с ПФ разомкнутой системы и объекта регулирования (рис. 4).

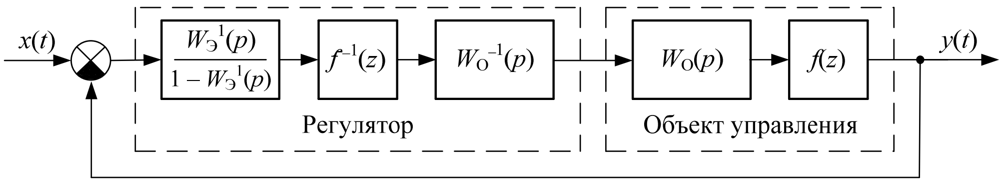

Рис. 4. Структурная схема системы управления с регулятором, реализующим принцип динамической компенсации

В таком случае суммарная ПФ регулятора

$$\begin{gathered} W^{\Sigma}_{\text{РЕ}}(p_1, p_2, p_3) = W^1_{\text{РЕ}}(p_1) + W^3_{\text{РЕ}}(p_1, p_2, p_3) = \\ = \frac{W^1_{\text{Э}}(p_1)}{1 - W^1_{\text{Э}}(p_1)}\left(a_1 W^1_{\text{О}}(p_1)\right)^{-1} + \frac{-a_3 \prod_{r=1}^{3} W^1_{\text{Э}}(p_r)}{a_1^4 W^1_{\text{О}}(\sum_{r=1}^{3} p_r)\prod_{r=1}^{3}\left[1 - W^1_{\text{Э}}(p_r)\right]}. \end{gathered} \tag{7}$$

Если в качестве объекта управления используется интегрирующее звено $W^i_{\text{О}}(p_1, ..., p_i) = \dfrac{\text{K}}{T_1 \sum_{k=1}^{i} p_k}$, а эталонная ПФ – изодромное $W^N_{\text{Э}}(p_1, ..., p_N) = \dfrac{T_3 \cdot \sum_{k=1}^{N} p_k + 1}{T_2 \cdot \sum_{k=1}^{N} p_k}$, то выражение (7) представится в виде многомерно-временных динамических звеньев:

$$W_{\text{PE}}^{\Sigma}(p_1, p_2, p_3) = \\ = \frac{\dfrac{T_3 \cdot p_1 + 1}{T_2 \cdot p_1}}{1 - \dfrac{T_3 \cdot p_1 + 1}{T_2 \cdot p_1}} \left(a_1 \frac{\text{K}}{T_1 \cdot p_1} \right)^{-1} + \frac{-a_3 \prod\limits_{r=1}^{3} \dfrac{T_3 \cdot p_r + 1}{T_2 \cdot p_r}}{a_1^{4} \dfrac{\text{K}}{T_1(p_1 + p_2 + p_3)} \prod\limits_{r=1}^{3} \left[1 - \dfrac{T_3 \cdot p_r + 1}{T_2 \cdot p_r} \right]}. \tag{8}$$

Учитывая изложенное, можно составить общий алгоритм применения данной методики синтеза регуляторов (рис. 5).

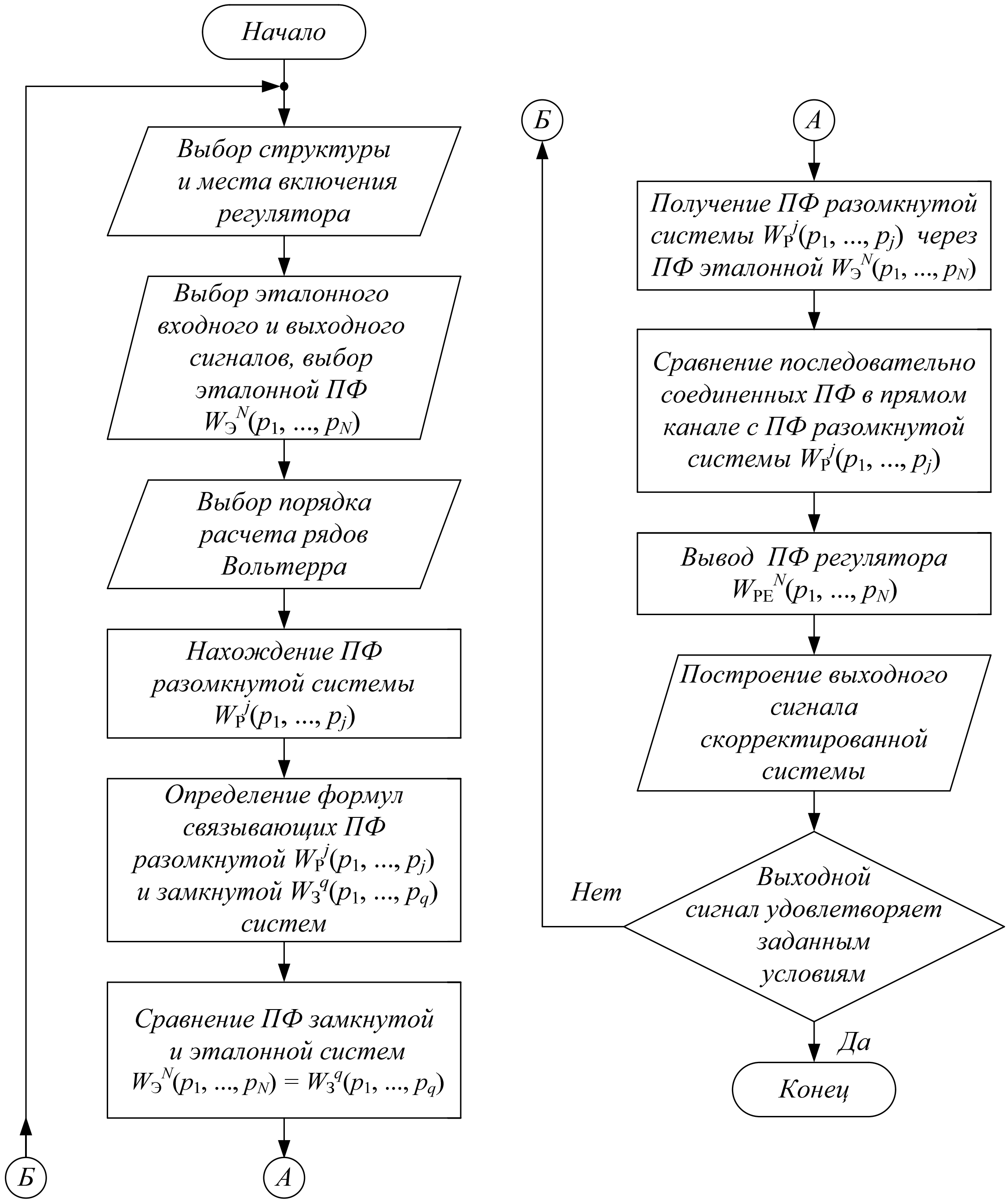

Рис. 5. Структурная схема алгоритма решения задачи синтеза регуляторов для нелинейных систем по усовершенствованному МВОМ

Заключение

Усовершенствованный МВОМ позволяет производить аналитический синтез регуляторов в замкнутых САУ, в состав которых входят нелинейные элементы. При этом сохраняется привычная для классической теории автоматического управления форма записи (передаточные функции, структурные схемы). Методика имеет понятную структуру, основанную на известном математическом аппарате рядов Вольтерра и многомерных преобразованиях Лапласах, а сам синтез регуляторов укладывается в четкий алгоритм.

Литература

1. Федосов, Е. А. Автоматическое управление. Теория : энциклопедия : в 40 т. / Е. А. Федосов. – М. : Машиностроение, 2000. – Т. 1–4. Машиностроение. – 688 с.
2. Пупков, К. А. Синтез регуляторов систем автоматического управления / К. А. Пупков, Н. Д. Егупова. – М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 616 с.
3. Луковников, В. И. Многомерный операторный метод анализа систем с модуляцией / В. И. Луковников // Вестн. КГТУ. – Красноярск : Изд-во КГТУ, 1998. – С. 102–110.
4. Козлов, А. В. Многомерно-временно операторный метод анализа элементов системы автоматического управления с нелинейностями типа «произведения» : дис. … канд. техн. наук : 681.511.4 / А. В. Козлов. – Гомель, 2007. – 134 с.

Получено 22.05.2012 г.