Доклады Академии Наук СССР
1938. Том XXI, № 6

ГЕОФИЗИКА

Н. МАЛКИН

О ФОРМУЛЕ ГЕЛЬМЕРТА И ГИПОТЕЗЕ ИЗОСТАЗИИ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 26 X 1938)

Эти две теории, трактуемые обычно без особой связи, до некоторой степени дополняют друг друга, но в то же время могут быть развиты настолько, чтобы образовать независимые построения.

Формула Гельмерта ([1]) дает интерпретацию гравитационных аномалий на геоиде посредством поверхностного слоя, плотность которого можно считать равной дефекту (или избытку) масс в данной точке, оставляя совершенно невыясненным вопрос о глубине залегания действительных масс.

Наоборот, теория изостазии определяет лишь глубину изостатического слоя, считая дефект подземных масс заданным, т. е. исходя из гипотезы полной компенсации земного рельефа.

Между тем во многих странах имеет место лишь частичная компенсация ([2,3]), и вопросы о том, «...на сколько процентов компенсируется общая масса гор, — пишет Гейсканен ([3]) *, — и какая часть компенсации происходит вблизи земной поверхности», трудно разрешить без помощи геофизиков и геологов.

Очевидно, приближенный ответ на первый вопрос дает формула Гельмерта, однако можно расширить и понятие изостазии, рассматривая частичную компенсацию. Обозначая через H и δ высоту и плотность земного рельефа, а через T и δ_1 глубину и дефектную плотность слоя, например Пратта-Хейфорда, введем «коэффициент компенсации» q, полагая

$$T\delta_1 = \frac{q}{100} H\delta. \tag{1}$$

При $q=0$ наилучший в смысле уничтожения аномалий результат даст редукция Буге. Обычная гипотеза изостазии (полная компенсация) делает более близкое к истине утверждение, что $q=100$, и затем, при различных предположениях о глубинах T (по Хейфорду) или D (по Эри), производит ряд вычислений числом от 3 и даже до 10 (Гейсканен для Норвегии); лучшим считается то предположение, которое доводит до минимума (например в смысле среднеквадратических уклонений) аномалии силы тяжести и отвеса. Между тем уже одно добавочное вычисление для какого-нибудь значения T и при $q \neq 100$ дало бы много для определения вероятного дефекта масс, а при двух-трех таких вычислениях

* См. ([3]), стр. 39; см. также ([3]), стр. 23 и ([2]).

с различными T изменилось бы и наиболее вероятное значение T. К тому же вычисления эти будут очень невелики, так как они сведутся к умножению полученных уже результатов на один и тот же множитель q. Математически выражаясь, мы ищем минимум функции двух переменных T и V, а не одного T, как принято.

При этом нескомпенсированную часть $\left(1-\frac{q}{100}\right) H\delta$ рельефа следует переносить в центр земли (или, наоборот, заимствуя массу из центра в случае перекомпенсации, когда $q > 100$); таким образом редукция на $q\%$ будет изостатической и на $100-q\%$ по методу Буге, обобщенному на случай сферической земли; обычно это обобщение делается в виде уничтожения транспортируемых масс, что следует считать неправильным и вытекающее отсюда возражение против Буге ([4]) — необоснованным (сам Буге рассматривал лишь плоский участок земли).*

Переходя к уточнению формулы Гельмерта, будем рассматривать слой конечной толщины h.

Пользуясь интегральным уравнением для слоя, покрывающего сферу ([5]), и учитывая поправку Брунса ** при переходе от сферы к геоиду, получим формулу ***

$$h(\theta, \lambda) = \frac{1}{2\pi k^2 \delta_1} \Delta g(\theta, \lambda) - \frac{3}{4\pi\delta_1 k^2 R} gN(\theta, \lambda) + \frac{1}{4\pi} \int\int \frac{h^2(\theta, \lambda) - h^2(\theta', \lambda')}{u^3} d\tau' - \frac{h^2(\theta, \lambda)}{R} {}^{****}, \qquad (2)$$

где $h(\theta, \lambda)$ — толщина слоя — функция географических координат θ и λ, $k^2 = \frac{2}{3} 10^{-7}$, δ_1 — плотность слоя, Δg — аномалия Буге (удаление всего земного рельефа хотя бы на ∞), θ' и λ' — текущие координаты элемента поверхности $d\tau'$ и расстояние между точками (θ, λ) и (θ', λ'), R — радиус земли, g — сила тяжести, N — расстояние геоида от поверхности сравнения. Двойной интеграл распространен по поверхности геоида и выражает «краевой эффект»; практически можно ограничиться плоской зоной.

Это уравнение отличается от формулы Гельмерта добавлением двух последних квадратических членов в правой части, в которые можно подставить значение h, получаемое в первом приближении по формуле Гельмерта (метод последовательного приближения).

Отбрасывая еще член с gN, получим обычную грубую интерпретацию аномалий Буге, которой (с упрощенным вычислением Δg) пользуются геологи [Kossmat, Born и др. ([2])], но которая не учитывает «краевых эффектов» («Randstörung»). Для исследования степени компенсации Гарца и других гор, где сказывается влияние Альпийской компенсации, Гейсканен предлагает воспользоваться поэтому изостатической редукцией (Хейфорда или Эри). Но, как вытекает между прочим и из вышеприведенных утверждений самого Гейсканена, вряд ли можно таким путем получить удовлетворительное количественное решение вопроса. В таких случаях лучше либо определять коэффициент q, либо вводить квадратичные члены формулы (2); плотность δ_1 должна быть в последнем случае задана из геологических соображений. Если построенный таким образом слой окажется в некоторых местах очень тонким, то это даст указание, что в этом месте большая часть компенсации происходит

* Аналогичным образом для любой формы гипотезы изостазии: Эри, Венинг Мейнесца и т. д. получится свое значение q.

** См. ([1]), стр. 101 или ([4]), стр. 187.

*** Заменив g первой формулы на Δg во второй и v на $\Delta v = gN$.

**** Для небольших участков земли четвертым членом правой части (2) можно пренебречь, а второй член — заменить постоянной величиной.

близ земной поверхности; до некоторой степени можно будет следовательно дать ответ и на второй из вышеприведенных вопросов, поставленных Гейсканеном.

Конечно такое решение будет схематическим, но, как указывает Гейсканен ([3]) *, в таких случаях нужно «несколько упростить и схематизировать существующее соотношение, иначе придется сразу определять слишком много параметров» **.

Если рассматривать учение об изостазии как гипотезу, подлежащую проверке, то формула (2) может служить для этой цели (так же, как и определение коэффициента q).

Поступило
26 X 1938.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] F. R. Helmert, Enzyklop. d. math. Wissensch., VI, 1, 7. [2] Heiskanen, Handb. d. Geophysik, I, 4. [3] В. Гейсканен, Успехи астрономич. наук, 5. [4] Heiskanen, Beitr. z. Geophys., 36 (1932). [4] А. А. Михайлов, Курс гравиметрии и теории фигуры земли (1933). [5] Н. Малкин, Труды Физ.-мат. института им. В. А. Стеклова, II, 4.

* Гельмерт ([1]), пользуясь полной аномалией, находит в Гарце избыток масс, однако Гейсканен ([3]) возражает против этого метода.

** Мы предполагаем заданной аномалию Δg; если она известна лишь с точностью до постоянной, например благодаря неточности нормальной формулы силы тяжести, то и h в формуле (2) получится с точностью до постоянной; при этом изменится и q.