Доклады Академии Наук СССР
1938. Том XX, № 7—8

ФИЗИКА

А. Б. МИГДАЛ

РАССЕЯНИЕ НЕЙТРОНОВ В ФЕРРОМАГНЕТИКАХ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 2 VII 1938)

Ф. Блох (1) впервые указал, что при прохождении нейтронов через вещество может играть заметную роль рассеяние, обусловленное взаимодействием магнитного момента нейтрона с магнитным полем атома. Блох (1), Швингер (2) и др. получили разные выражения для поперечного сечения рассеяния.

Результаты всех авторов могут быть сведены в следующую формулу для полного (включая и ядерное) дифференциального поперечного сечения рассеяния:

$$\Phi_\omega = \sigma_\omega \left| 1 \pm \frac{\gamma_n \gamma_a}{2\sigma_\omega^{\frac{1}{2}}} \frac{e^2}{mc^2} (\cos^2 \vartheta_0 - C) F(\mathfrak{q}) \right|^2, \tag{1}$$

где σ_ω — сечение ядерного рассеяния, γ_n, γ_a — магнитные моменты нейтрона и атома в ядерном и обычном магнетонах Бора, ϑ_0 — угол между направлением намагничения атома и векторной разностью $\mathfrak{q}$ волновых чисел падающей и рассеянной нейтронной волны, $F(\mathfrak{q})$ — атомный фактор. Знак плюс соответствует параллельной, а минус — антипараллельной ориентации спина нейтрона относительно магнитного момента атома. Постоянная C различна у разных авторов. Например Блох получает $C = 0$, у Швингера $C = 1$.

Это расхождение Блох (3) объяснил зависимостью результата вычислений от природы магнитного момента нейтрона. Так например, по Блоху вычисления Швингера отвечают трактовке нейтрона как амперова тока, а его собственный расчет — трактовке нейтрона как истинного магнитного диполя.

Сравнение полученного сечения с результатами эксперимента должно по Блоху дать сведения о магнитной природе нейтрона.

Целью настоящей заметки является показать, что в действительности поперечное сечение не зависит от магнитной природы нейтрона и что результат Швингера ($C = 1$) является единственно правильным.

Для вычисления поперечного сечения рассеяния необходимо знать вид потенциальной энергии взаимодействия нейтрона с атомным полем. При этом вместе с Блохом и Швингером пренебрежем искажением электронной плотности, которое производит пролетающий нейтрон, т. е. будем рассматривать рассеяние в заданном поле атома *. Это предположение является исходной предпосылкой метода Борна, примененного этими авторами. Так как поле атома заметно меняется лишь на протяжении длин, сравнимых с его размерами, добавочная энергия нейтрона в таком поле всегда будет определяться формулой:

$$-\mu_n \cdot \mathbf{H}, \tag{2}$$

где μ_n — магнитный момент нейтрона и $\mathbf{H}$ — магнитное поле атома. Отступления от этой формулы возможны лишь в полях, заметно меняющихся на протяжении размеров нейтрона, так как только в таких полях может проявиться его магнитная природа. Отсюда видно, что магнитное рассеяние нейтрона не может зависеть от его структуры.

Обратимся к вычислению магнитного поля $\mathbf{H}$ атома. Казалось бы, что $\mathbf{H}$ может быть вычислено следующим образом (опуская поле, созданное орбитальным движением электронов, — ферромагнетик):

$$\mathbf{H} = \int \left[\frac{\mu_a}{r^3} - \frac{3(\mu_a \mathbf{r})\mathbf{r}}{r^5} \right] |\Psi|^2 \, d\tau. \tag{3}$$

(3)—классическое выражение для поля магнитного диполя, размазанного с плотностью $|\Psi|^2$. Это выражение и было использовано Блохом. Однако такая формула законна только, если она может быть обоснована теорией Дирака или эквивалентной ей в нашем случае (нерелятивистский электрон) теорией Паули. Покажем, что подобный прием вычисления не эквивалентен точному.

Согласно теории Паули магнитное поле, вызванное спином, должно вычисляться по следующей формуле:

$$\mathbf{H} = \int \frac{\operatorname{rot} \mathbf{M} \times \mathbf{r}}{r^3} \, d\tau, \tag{4}$$

где $\mathbf{M}$ — вектор плотности магнитного момента, который имеет известный вид

$$\mathbf{M} = \mu_a \varphi^+ \sigma \varphi.$$

Для состояний со спином, направленным вдоль оси z, эта формула дает:

$$M_x = M_y = 0, \quad M_z = \mu_a |\Psi|^2, \tag{5}$$

где Ψ — шредингеровская функция электрона.

Для ориентации спина нейтрона параллельно или антипараллельно спину атома энергия взаимодействия имеет вид:

$$\mp \mu_a H_z,$$

поэтому дальше будет вычисляться только H_z.

Из формул (4) и (5) получаем:

$$H_z = \mu_a \left\{ \int \frac{\nabla |\Psi|^2 \cdot \mathbf{r}}{r^3} \, d\tau - \int \frac{\partial |\Psi|^2}{\partial \zeta} \frac{\zeta - z}{r^3} \, d\tau \right\}. \tag{6}$$

Применяя формулу Грина, нетрудно привести (6) к следующему виду:

$$H_z = \mu_a \left\{ \int |\Psi|^2 \frac{1 - 3\cos^2\vartheta}{r^3} \, d\tau - 4\pi \left| \Psi \right|^2_{r=0} - \int |\Psi|^2 \frac{\cos\vartheta \cos nz}{r^2} \, d\sigma \right\}. \tag{7}$$

Поверхностный интеграл берется по поверхности, окружающей точку $r = 0$.

---

* Можно показать прямым вычислением, что это искажение действительно мало.

Первый член выражения (7) равен выражению (3), использованному Блохом, которое таким образом не совпадает с правильной формулой. Выражение (6) не зависит от способа вычисления (подинтегральная функция, как можно убедиться, не имеет особенности при $r=0$); то же относится к сумме интегралов выражения (7), но не к каждому из них в отдельности. Так как третий член выражения (7) зависит от формы выделяемой около точки $r=0$ поверхности, первый член этого выражения тоже зависит от способа вычисления и притом так, что сумма никакой неоднозначности не содержит. Таким образом неверное выражение (3), использованное Блохом, зависит от способа вычисления. Именно это математическое обстоятельство Блох принял за свидетельство о зависимости результата вычислений от «формы» нейтрона. Для того чтобы получать правильные результаты из выражения (7), необходимо при вычислении объемного интеграла выделять из интегрирования ту же область, по поверхности которой производится интегрирование в третьем члене этой формулы. Особенно простой вид принимает выражение, если выбрать поверхность так, чтобы последние два члена уничтожились. Одной из таких поверхностей является поверхность тонкого диска с осью, направленной по оси z. Тогда (7) переходит в (3) с добавочным условием, что при интегрировании необходимо исключать область, имеющую форму диска. Выражение для поперечного сечения, которое получается при таком вычислении, совпадает с результатом Швингера. Этого и следовало ожидать, так как Швингер в своем расчете использовал дираковское выражение для магнитного поля атома и тем самым избежал ошибки, связанной с применением неверной формулы (3).

Неверно также и утверждение Блоха ([3]) относительно зависимости сверхтонкой структуры от природы магнитного момента ядра. Магнитное поле, производимое электронами вблизи ядра, как легко видеть, остается практически неизменным на протяжении ядерных размеров (этот результат сохраняет силу и для дираковских Ψ-функций S-состояния, имеющих особенность в начале координат), и для энергии взаимодействия справедливо выражение (2) независимо от магнитной структуры ядра.

Физико-технический институт.
Ленинград.

Поступило
2 VII 1938.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] F. Bloch, Phys. Rev., **50**, 259 (1936). [2] I. Schwinger, ibid., **51**, 544 (1937). [3] F. Bloch, ibid., **51**, 994 (1937).