

Здесь Δ – трёхмерный оператор Лапласа, ρ – плотность заряда, \vec{j} – плотность тока. Воспользовавшись методом функции Грина решение уравнения Даламбера для скалярного потенциала получаем в виде

$$\begin{aligned}\varphi(\vec{r}', t) &= \frac{e}{2} \int_V \frac{dV'}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \left[\delta\left(\vec{r} - \vec{r}_0\left(t - \frac{R}{c}\right)\right) + \delta\left(\vec{r}' - \vec{r}_0\left(t + \frac{R}{c}\right)\right) \right] \\ &= \frac{e}{2} \left[\frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}_0\left(t - \frac{R}{c}\right)|} + \frac{1}{|\vec{r}' - \vec{r}_0\left(t + \frac{R}{c}\right)|} \right],\end{aligned}$$

или

$$\varphi(\vec{r}, t) = e \frac{R}{R^2 - \frac{(\vec{R} * \vec{\vartheta})^2}{c^2}}.$$

Аналогично находится решение уравнения для векторного потенциала:

$$A = \frac{e(\vec{\vartheta} * \vec{R})}{c(R^2 - \frac{(\vec{R} * \vec{\vartheta})^2}{c^2})}.$$

Эти скалярный и векторный потенциалы называются потенциалами Лиенара-Вихерта [1].

Литература

1. Фейнман, Р. Ф. Фейнмановские лекции по физике 6. Электродинамика / Р. Фейнман, Р. Лейтон, М. Сэндс. – Москва : АСТ, 2020. – Т. 4. – 352 с.

Е. В. Зайцев

(ГГТУ имени П. О. Сухого, Гомель)

Науч. рук. **А. И. Столяров**, ст. преподаватель

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АРТЕРИИ ПРИ РАСКРЫТИИ СТЕНТА

Стентирование коронарных артерий – один из методов лечения ишемической болезни сердца, позволяющий увеличить просвет

пораженной атеросклеротическим процессом артерии [1]. При этом происходит «раздавливание» атеросклеротической бляшки и увеличение просвета артерии сердца, в результате нормализуется коронарный кровоток. Стент оказывает механическое давление на сосудистую стенку (бляшку, артерию), изменяя ее напряженное состояние.

Целью данной работы являлся расчет напряжений и деформаций в артерии и бляшке при раскрытии стента, который проводили при помощи метода конечных элементов. На рисунке 1 показана физическая модель системы артерия-бляшка-стент.

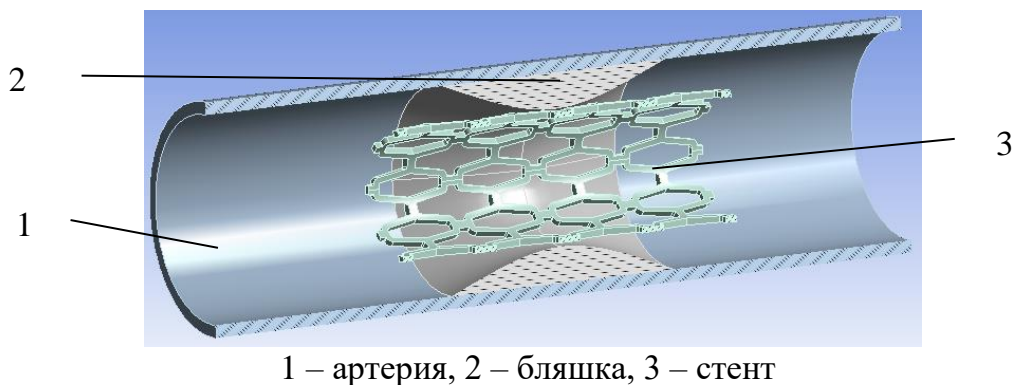


Рисунок 1 – Физическая модель системы артерия–бляшка–стент

Предполагали, что артерия и бляшка изотропны и гиперупруги. Модель артерии была структурно разделена на три слоя: интима, медиа и адвенция (внутренний, средний и внешний слой кровеносного сосуда, соответственно). Выбранный геометрический профиль бляшки являлся одним из наиболее распространенных. Для описания механического поведения артерии и бляшки выбрали модели Ogden и Mooney-Rivlin, соответственно. Параметры модели Mooney-Rivlin для бляшки: $C_{10}=0,07508$; $C_{01}=0,1090$; $C_{20}=1,2935$; $C_{11}=-2,542$; $C_{02}=2,4119$. Значения параметров модели Ogden для слоев артерии приняли в соответствии с работой [2].

Материал стента – сталь 12Х18Н10. Физико-механические свойства стали 12Х18Н10: модуль упругости $E=1,98 \cdot 10^5$ МПа; плотность $\rho=7920$ кг/м³; предел прочности $\sigma_b=550 - 650$ МПа, условный предел текучести $\sigma_{0,2}=225 - 315$ МПа [3]. Приняли, что начальные напряжения в стенте отсутствуют, нагрузка равномерно распределена по внутренней поверхности.

Для достижения необходимой точности, при минимальных затратах времени на вычисления напряжений и перемещений в структурах стента, артерии и бляшки, общее количество конечных элементов составило более 80 тысяч.

В результате расчета были получены значения напряжений и деформаций.

Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу в стенке показано на рисунке 2,а, в артерии и бляшке – 2,б.

Из рисунка 2 видно, что наибольшее значение напряжений локализовано в зоне контакта стента и бляшки и составляет 93 кПа, при этом напряжения в стенке артерии незначительны. Значение максимальных эквивалентных напряжений в стенке при его полном раскрытии не превышает 304 МПа, что значительно меньше предела прочности материала, из которого он изготовлен. Уровень напряжений в стенке составил 70–170 МПа, при этом наблюдаются почти ненагруженные области с уровнем напряжений до 50 МПа.

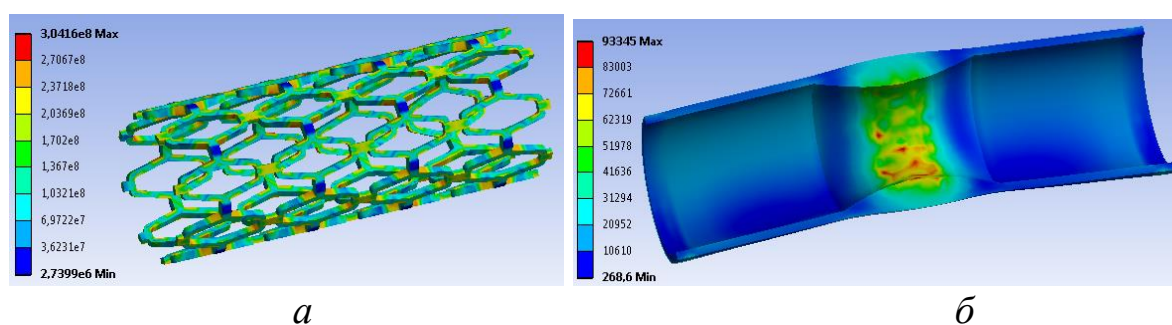


Рисунок 2 – Распределение эквивалентных напряжений (Па) по Мизесу в стенке (а), в артерии и бляшке (б).

Результаты численного моделирования взаимодействия артерии и бляшки со стентом показали, что уровень напряжений, возникающих в артерии не превышает предела ее прочности и, соответственно, не приведет к ее повреждению. Наличие зон с низким уровнем напряжений в стенке позволяет изменить геометрические размеры его структурных элементов, снизить давление в дилатационном баллоне, а также, уменьшить диапазон внешнего воздействия на сосуды, при которых они сохраняют необходимые функции.

Литература

1. Осиев, А. Г. Медицинская технология. Стентирование коронарных артерий / А. Г. Осиев, Д. С. Гранкин, А. В. Бирюков, Д. А. Редькин. – Новосибирск : Редакционно-издательский центр НГУ, 2008.
2. Wei, L Structural and Hemodynamic Analyses of Different Stent Structures in Curved and Stenotic Coronary Artery / L. Wei, H. L. Leo,

Q. Chen, Z. Y. Li // *Frontiers in Bioengineering and Biotechnology*. – 2019. – Vol.7. – p.366. doi: 10.3389/fbioe.2019.00366

3. Марочник сталей и сплавов / Ю. Г. Драгунов [и др.] ; под общей ред. Ю. Г. Драгунова и А. С. Зубченко. – 4-е изд., переработ. и доп. – М. : Машиностроение, 2014. – 1216 с.

В. Ю. Златина

(ГГТУ имени П. О. Сухого, Гомель)

Науч. рук. **В. Ю. Гавриш**, канд. физ.-мат. наук, доцент

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ МЕТОДОМ ФУНКЦИИ ГРИНА

Введение. В работе изложена процедура получения дифференциального сечения рассеяния на кулоновском потенциале с использованием функции Грина. По результатам расчетов с использованием метода функции комплексной переменной получена формула Резерфорда.

Функция Грина свободной частицы. Известно [1], что свободная частица описывается уравнением Шредингера

$$\hat{H}_0 \psi_k^0(\vec{r}) = E \psi_k^0(\vec{r}), \quad (1)$$

где \hat{H}_0 – гамильтониан. В случае наличия оператора взаимодействия $\hat{V} = V(\vec{r})$ уравнение Шредингера примет вид

$$(\hat{H}_0 + \hat{V}) \psi(\vec{r}) = E \psi(\vec{r}). \quad (2)$$

Для простоты будем полагать, что взаимодействие исчезает на больших расстояниях от силового центра, т.е. $V(\vec{r} \rightarrow \infty) = 0$. Запишем уравнение (2) в виде

$$(\hat{H}_0 - E) \psi(\vec{r}) = -\hat{V} \psi(\vec{r}), \quad (3)$$

решение которого будем проводить методом функции Грина. Для этого перейдем от дифференциального уравнения Шредингера (3) к эквивалентному интегральному уравнению