

В. В. ШУЛЕЙКИН, член-корреспондент Академии Наук СССР

### ДРЕЙФ ЛЕДЯНЫХ ПОЛЕЙ

В настоящей работе элементы дрейфа ледяных полей определяются по заданным элементам ветра\*. Коэффициенты, фигурирующие в уравнениях, легко могут быть определены на основе богатого материала наблюдений, собранного Советской полярной дрейфующей станцией. Тогда, исходя из предлагаемой теории, окажется возможным предсказывать перемещения ледяных полей по синоптическим картам погоды.

Пользуясь сообщениями, передававшимися с Дрейфующей станции, можно уже сейчас сделать ряд количественных выводов. В частности можно составить суждение о природе течений, которые существуют в области, пересеченной папанинской льдиной, на различных этапах дрейфа.

Введем следующие обозначения:

$T_v$ —сила трения между воздухом и льдом (дин/см<sup>2</sup>);

$T_i$ —сила трения между льдом и водой (дин/см<sup>2</sup>);

$k_a$  и  $k_w$ —соответствующие им коэффициенты поверхностного трения;

$\mu$ —коэффициент внутреннего турбулентного трения в воде;

$\delta_a$  и  $\delta_w$ —соответственно плотность воздуха и воды;

$D$ —глубина трения (см);

$\omega$ —угловая скорость вращения Земли вокруг оси;

$\bar{\omega}$ —она же, помноженная на синус широты;

$A$ —ветровой фактор (эмпирический коэффициент для моря, не покрытого льдами);

$m$ —масса льда, приходящаяся на 1 см<sup>2</sup> поверхности поля (г);

$U$ —скорость ветра в см/сек.

Тогда прежде всего можно будет установить связь между  $D$  и  $\omega$ . Именно: на основании известных уравнений Экмана:

$$D = \pi \sqrt{\frac{\mu}{\delta_w \cdot \bar{\omega}}}; \quad \omega = \frac{T \cdot D}{\mu \cdot \pi \cdot \sqrt{2}}$$

и столь же известных эмпирических соотношений:

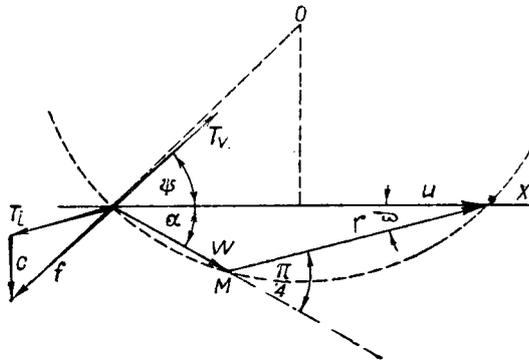
$$T = k_a \cdot \delta_a \cdot V^2; \quad \omega = \frac{A \cdot V}{\sqrt{\sin \varphi}},$$

\* Связь между ними в свое время определял Гор. Свердруп. Однако выводы Свердрупа были основаны на допущении линейной зависимости между скоростями и силами трения. Кроме того Свердруп полагал, что сила, сопротивляющаяся движению льдов, вызвана лишь столкновениями между льдинами. Как и следовало ожидать, соотношениям этого автора противоречат результаты непосредственных наблюдений папанинцев.

оказывается, что

$$\left. \begin{aligned} D &= N \cdot \omega, \\ N &= \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{k_a}{\omega \cdot A^2} \cdot \frac{\delta_a}{\delta_w} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Коэффициенты  $k_a$  и  $A$  определены весьма надежно целым рядом авторов:  $k_a = 2 \cdot 10^{-3}$ ;  $A = 1.27 \cdot 10^{-2}$ , поэтому и числовое значение  $N = 473$ , найденное по уравнению (1), может считаться достаточно надежным. Если



Фиг. 1.

$\omega$  — скорость поверхностного течения не на чистой воде, а подо льдом, то картина турбулентных процессов может несколько измениться и изменить тем самым  $\mu$  и  $D$ . Однако совершенно несомненно, что практического значения эта деталь не имеет: она вызывает изменения коэффициента  $N$ , не выходящие за пределы неизбежных погрешностей. Зададимся некоторой скоростью дрейфа  $\vec{u}$  и направим вдоль нее координатную ось  $X$ . Ось  $Y$  получим путем вращения

первой оси на прямой угол против часовой стрелки в горизонтальной плоскости. Ось  $Z$  направим вертикально вниз.

Сила трения между движущимся льдом и поверхностной водой вызывает подо льдом дрейфовое течение с поверхностной скоростью  $\vec{\omega}$ . Угол  $\alpha$ , равный углу  $\vec{\omega}$ ,  $\vec{u}$ , пока еще неизвестен. Сама сила поверхностного трения, действующая на воду, должна совпадать по направлению со скоростью движения льдов относительно воды, т. е. с вектором  $\vec{r}$ , нанесенным на фиг. 1.

Как легко видеть:

$$\vec{r} = \vec{u} - \vec{\omega}. \quad (2)$$

Сила трения  $\vec{T}_i$ , действующая на лед со стороны воды, направлена в сторону, противоположную  $\vec{r}$ , и по абсолютной величине равна:

$$T_i = k_w \cdot \delta_w \cdot r^2. \quad (3)$$

На основании (3) и двух экмановских уравнений, приведенных выше, легко вывести:

$$\omega_i = \zeta \cdot r,$$

где

$$\zeta = \sqrt{\frac{\pi \cdot k_w}{N \cdot \omega \cdot \sqrt{2}}}. \quad (4)$$

Так как дрейфовое течение вызывается силой  $-\vec{T}_i$ , то

$$\angle \vec{\omega}_i, (-\vec{T}_i) = \angle \vec{\omega}_i; \quad \vec{r} = \frac{\pi}{4}; \quad \angle \vec{r}, \vec{u} = \frac{\pi}{4} - \alpha. \quad (5)$$

Путем простых тригонометрических преобразований можно показать на основании (4) и (5), что

$$\operatorname{ctg} \alpha = \zeta \sqrt{2} + 1. \quad (6)$$

Столь же элементарные рассуждения показывают, что

$$w_i = u : \left[ \cos \alpha + \frac{1}{\zeta} \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right]; \quad (7)$$

$$r = u : \left[ \zeta \cos \alpha + \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right]. \quad (8)$$

Соотношения (3) и (5) позволяют найти проекции силы  $\vec{T}_i$  на оси  $X$  и  $Y$ . Что касается проекций силы Кориолиса, действующей на единичную колонку льда (с площадью основания  $1 \text{ см}^2$ ), то они будут:

$$C_x = 0; \quad C_y = -2 m \bar{\omega} \cdot u. \quad (9)$$

Ветер, вызывающий движение льдов со скоростью  $u$ , должен развивать на верхней поверхности льда силу  $T_v$ , равную по модулю равнодействующей  $f$  сил  $\vec{T}_i$  и  $\vec{C}$  и направленную в противоположную сторону. Поэтому угол между скоростью ветра и скоростью дрейфа ( $\psi$ ) можно определить через тангенс, сложив проекции сил по соответствующим осям и затем разделив проекцию  $f_y$  равнодействующей на проекцию  $f_x$  той же равнодействующей. Тогда окажется, что

$$\begin{aligned} \operatorname{tg} \psi &= \operatorname{tg} \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) + \frac{B}{u}, \\ B &= \frac{2 m \bar{\omega} \left[ \zeta \cos \alpha + \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right]^2}{k_w \cdot \delta_w \cdot \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)}. \end{aligned} \quad (10)$$

Итак, угол  $\psi$  зависит от скорости дрейфа, а следовательно от скорости ветра, вызывающего дрейф. Он лежит в пределах

$$\frac{\pi}{2} > \psi > \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right), \quad (11)$$

стремясь к верхнему пределу  $\left( \frac{\pi}{2} \right)$  при уменьшении скорости и к нижнему  $\left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)$  при возрастании скорости. На основании (6) и (10) угол  $\psi$  должен зависеть от  $\zeta$ , а стало быть, от  $k_w$ .

Абсолютная величина равнодействующей  $f$  определяется по найденным проекциям:

$$|T_v| = |f| = \frac{k_w \cdot \delta_w \cdot u^2 \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)}{\left[ \zeta \cos \alpha + \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right]^2 \cdot \cos \psi}. \quad (12)$$

С другой стороны, та же сила выражается через квадрат скорости ветра, как было отмечено выше. Приравняв друг другу оба выражения, получим после простых преобразований чрезвычайно важное соотношение:

$$\frac{u}{V} = \left[ \zeta \cos \alpha + \cos \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right) \right] \cdot \sqrt{\frac{k_a \cdot \delta_a \cdot \cos \psi}{k_w \cdot \delta_w \cdot \sin \left( \frac{\pi}{4} - \alpha \right)}}. \quad (13)$$

Итак, отношение скорости дрейфа льдов к скорости ветра зависит от последней. При слабых ветрах  $\frac{u}{V}$  стремится к нулю; при нарастании скорости

ветра  $\frac{u}{V}$  возрастает сперва быстро, а затем медленно, по мере того как  $\cos \psi$  стремится к предельному значению, равному  $\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right)$ . Если задаться одним из возможных численных значений коэффициента  $k_v$  и  $m$ , именно:  $k_v = 0.004$ ,  $m = 270$ , то на основании изложенной теории векторная диаграмма принимает вид, представленный на фиг. 1, а связь величины  $\frac{u}{V}$  со скоростью ветра  $V$  выражается кривой « $u$ » на фиг. 2. Далее, исходя из этой кривой, строится кривая « $u$ », выражающая зависимость скорости дрейфа непосредственно от скорости ветра. На той же фиг. 2 кривая « $\psi$ », вычисленная по уравнению (10), представляет закон изменения угла между векторами  $\vec{u}$  и  $\vec{V}$ .

Прежде чем сравнивать теоретические выводы с результатами непосредственных наблюдений Советской дрейфующей полярной станции, посмотрим, через какой примерно срок после начала работы ветра движение льдов можно практически полагать установившимся? Аналитически задача разрешима лишь для двух предельно-простых случаев.

а) *Скорость дрейфа ничтожно мала, а потому силой трения между водой и льдом можно пренебречь по сравнению с силой Кориолиса.*

В данном случае оказывается, что ледяные поля будут совершать два движения, налагающихся друг на друга: они будут обладать поступательным движением со скоростью  $u_2$ , где

$$u_2 = \frac{T_v}{2m\omega}; \quad \vec{u}_2 \perp \vec{V}, \quad (14)$$

и одновременно каждая точка ледового покрова будет в горизонтальном направлении описывать окружность радиуса  $R$ , причем

$$R = \frac{T_v}{4m\omega^2}. \quad (15)$$

Угловая скорость при этом будет вдвое превышать угловую скорость вращения Земли вокруг оси, помноженную на синус широты. Сложное движение каждой точки ледовых полей очевидно будет совершаться до циклоиде, лежащей в горизонтальной плоскости.

б) *Скорость дрейфа так велика, что силой Кориолиса можно пренебречь по сравнению с силой трения льда о поверхность воды.*

В данном случае через промежуток времени  $t$  после начала работы ветра скорость  $u$  дрейфа ледяных полей оказывается такой:

$$u = \frac{1 - e^{-\beta t}}{1 + e^{-\beta t}} \cdot \xi. \quad (16)$$

Легко видеть, что  $\xi$  выражает величину скорости установившегося движения, к которой стремится  $u$ , при  $t \rightarrow \infty$ . С этой величиной, как можно показать, связан коэффициент  $\beta$ . Именно:

$$\beta = \frac{2T_v}{m \cdot \xi}. \quad (17)$$

Приняв  $T_v = 3$  дин/см<sup>2</sup>,  $m = 270$  г/см<sup>2</sup>, обнаружим, что на основании (16), (17) движение устанавливается чрезвычайно быстро: уже через 1 час после начала работы ветра скорость дрейфа приобретает величину, составляющую 85% от установившейся. Через 1½ часа она достигает уже 96%, а через 2 часа около 99%.

В действительности неустановившееся движение протекает по чрезвычайно сложному закону, не поддающемуся точному анализу. Однако

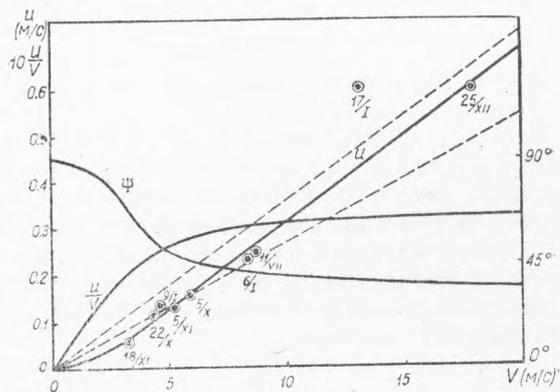
можно показать путем несложных рассуждений, что порядок срока, в течение которого дрейф практически следует считать установившимся, — что порядок этого срока ничем не отличается от того, который соответствует второму из простых исследованных случаев. Именно: практически можно считать, что через час-полтора после начала работы ветра поступательное движение ледяных полей является установившимся. Что касается вращательного движения, отмеченного в первом упрощенном примере, то оно по всей вероятности затухает не очень быстро. Однако это обстоятельство не имеет никакого практического значения: все точки ледяных полей описывают окружности одного и того же радиуса, постепенно уменьшающегося во времени; период полного оборота соответствующей слагающей скорости равен половине суток. Следовательно на средней суточной скорости дрейфа эта слагающая практически не отражается.

По сообщениям о координатах Советской полярной дрейфующей станции, передававшимся на материке ежедневно, можно вычислить среднюю суточную скорость для каждого дня (за некоторыми исключениями) и затем найти ее слагающие: вдоль меридиана и перпендикулярно к нему. Для первой из них положительным направлением будем считать направление на юг; для второй — на запад.

Скорость ветра передавалась в баллах, следовательно при переводе ее снова в сантиметры в секунду неизбежно вносятся некоторые погрешности. Направления ветра передавались с точностью до  $1/8$  прямого угла. Следовательно для предварительного сопоставления теории с результатами наблюдений в настоящей работе будет целесообразным считать, что скорость дрейфа отклоняется (вправо) от скорости ветра в среднем на угол около  $45^\circ$  (исходя из диаграммы фиг. 2). Но в таком случае действительной слагающей ветра, вызывающей дрейф к югу, будет проекция скорости ветра на направление NW—SE. Действительной же слагающей, вызывающей дрейф на запад, окажется проекция скорости ветра на направление NE—SW. Для проверки теории необходимо сопоставить кривую изменения (во времени) меридиональной слагающей скорости дрейфа с кривой изменения соответствующей действительной слагающей скорости ветра. Подобное же сопоставление надо сделать и в отношении той слагающей дрейфа, которая перпендикулярна к меридиану. Наиболее четкие результаты получаются для меридиональной слагающей дрейфа: на некоторых этапах одна из сопоставляемых кривых хорошо копирует ход другой.

Меридиональные слагающие скорости дрейфа, которые соответствуют этим этапам, свободным от посторонних помех, нанесены на диаграмму фиг. 2 точками, абсциссы которых отвечают действительным слагающим скорости ветра. Как видим, точки хорошо ложатся близ теоретической кривой.

Несколько более пестрая картина получается для слагающих скоростей дрейфа, перпендикулярных к меридиану, особенно на тех этапах, когда льды двигались вдоль берегов Гренландии. Совершенно естественно, что



Фиг. 2.

на этих слагающих должно было отразиться влияние берегов. Для сопоставления с теорией может быть использован весь материал предварительных сообщений, о котором говорилось выше, а не только избранные наиболее четкие этапы.

В самом деле, пусть  $S(+)$  и  $S(-)$  соответственно обозначают площади кривой изменения (во времени) меридиональной слагающей скорости дрейфа, лежащие над и под осью абсцисс и вычисленные применительно к какому-нибудь определенному периоду времени (например 50 дней). Пусть  $F(+)$  и  $F(-)$  обозначают аналогичные площади для кривой, изображающей изменение соответствующей действительной слагающей скорости ветра (действительной по отношению в меридиональному дрейфу).

Если бы отношение  $\frac{\langle u \rangle}{V}$  оставалось постоянным при всех скоростях ветра [а не только при преобладающих скоростях свыше 7 м/сек.], то сопоставление двух отношений:  $\frac{S(-)}{F(-)}$  и  $\frac{S(+)}{F(+)}$  дало бы возможность точно судить о характере течений в районе, охваченном исследованиями дрейфующей станции. Именно: равенство этих отношений между собой свидетельствовало бы об отсутствии в данной области течений и дрейфового происхождения. В действительности нелинейная зависимость  $u$  от  $V$ , выражаемая диаграммой фиг. 2, заставляет ожидать некоторых отклонений от равенства, не слишком больших однако. Чтобы оценить порядок погрешности и, тем самым, обнаружить или отвергнуть существование не дрейфовых течений в исследованной области, необходимо найти величину той «поправочной» площади  $\sigma$ , которая удовлетворяет условию:

$$\frac{S(-) + \sigma}{F(-)} = \frac{S(+)}{F(+)} \quad (18)$$

Вычисления показывают, что на всех 50 суточных участках дрейфа «поправочная» площадь  $\sigma$  соответствует некоторым «поправочным» приращениям скоростей, не превышающим 1—2 см/сек. Следовательно эти поправки могут быть всецело приписаны отклонениям  $\frac{\langle u \rangle}{V}$  от постоянства.

Никаких следов течений не дрейфового происхождения анализ не обнаруживает на всем протяжении дрейфа Советской полярной станции.

В частности выясняется происхождение так называемого Восточно-гренландского течения: оно тоже чисто-дрейфовое, вызываемое движением льдов. Значительное постоянство этого течения объясняется таким же постоянством ветров, работающих у берегов Гренландии. Несомненно, что ветры эти муссонного типа: они обусловлены значительной разностью между температурами воздуха над морем и температурами воздуха над вечными льдами гренландских глетчеров.

Детальное исследование на эту тему\* и вывод всех приведенных соотношений дается мной в ИМЕН (серия геофизич. и географ.). Точное определение коэффициентов и построение уточненных диаграмм несомненно лучше всего произведут сами авторы превосходных наблюдений Советской дрейфующей полярной станции, возвратившиеся из своей героической экспедиции.

Черноморская гидрофизическая станция.  
Московская лаборатория.

Поступило  
16 III 1938.

\* В частности там дается анализ противотечения, открытого папанинцами подо льдом.