

Н. Н. МАЛОВ

**К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТИ ПОЛЯРИЗУЮЩИХСЯ
ОБЪЕКТОВ**

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 4 II 1938)

Явления, возникающие при прохождении электрического тока через ткани организма, в частности частотная зависимость порога раздражения и кажущегося сопротивления (слагающегося из активной и емкостной составляющих), приводят к заключению о возникновении в тканях на границах раздела сильных поляризационных явлений.

Развитая Нернстом⁽¹⁾ теория, в которой учитываются только диффузионные процессы, приводит к известной зависимости силы раздражающего тока I от частоты f :

$$I = p\sqrt{f},$$

оправдывающейся лишь в области низких частот⁽²⁾. Вычисление сопротивления r и емкости k тканей, произведенное по этой теории^(3,4), приводит к выражениям:

$$r = \frac{r_0}{\sqrt{f}}, \quad k = \frac{k_0}{\sqrt{f}},$$

которые также не оправдываются в широком диапазоне частот.

Недавно мной было показано⁽⁵⁾, что для получения аналитического выражения закона раздражения, согласующегося с опытом в широком диапазоне частот, необходимо учесть более сложные поляризационные процессы, в частности возможность образования двойных слоев.

Ниже доказывается, что аналогичным путем удастся объяснить и сложные частотные зависимости кажущегося сопротивления различных тканей.

При протекании через границу раздела тканей переменного тока

$$I = I_0 \sin 2\pi ft \tag{1}$$

на границе возникает изменение концентрации, которое компенсируется диффузионными процессами, но кроме того необходимо учесть, что часть ионов участвует в образовании двойного слоя⁽⁶⁾, а некоторая часть (которую можно принять пропорциональной изменению концентрации) может проникать через границу раздела, поскольку в тканях едва ли могут быть идеально-непроницаемые границы раздела. Далее примем, что расстояние между соседними мембранами весьма

⁵ Доклады Акад. Наук СССР, 1938, т. XVIII, № 8.

велико. При этих предположениях изменение концентрации на границе раздела ($x=0$) определяется путем интегрирования уравнения диффузии:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = k \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2)$$

при следующих граничных условиях:

- 1) при $x = \infty$ и любых t должно быть $c = c_0$;
- 2) при $x = 0$ должно быть

$$mI_0 \sin 2\pi ft = -k \frac{\partial c}{\partial x} + s \frac{\partial c}{\partial t} + p(c - c_0), \quad (3)$$

где c_0 — начальная концентрация на границе раздела, m, s, p — постоянные.

Решением этого уравнения является функция

$$c = c_0 - B e^{-\frac{\xi}{x}} \cos\left(2\pi ft - \frac{x}{\xi} + \vartheta\right), \quad (4)$$

где

$$\xi = \sqrt{\frac{\pi}{kf}}, \quad (5)$$

$$\operatorname{tg} \vartheta = \frac{n \sin \vartheta}{n \cos \vartheta} = \frac{\alpha_0}{\beta_0} = \frac{1 + \frac{p}{k} \xi}{1 + \frac{2\pi fs}{k} \xi} = \frac{1 + \frac{M}{\sqrt{f}}}{1 + N\sqrt{f}}, \quad (6)$$

$$B = \frac{m}{k} \xi \frac{I_0}{\sqrt{\alpha_0^2 + \beta_0^2}} = \frac{B_0 I_0}{n\sqrt{f}}. \quad (7)$$

Так как электродвижущая сила поляризации

$$e = A_0 \ln \frac{c}{c_0} = A_0 \ln \left(1 + \frac{\Delta c}{c_0}\right), \quad (8)$$

то при слабых токах получается (при $x=0$):

$$e = e_1 \left[1 - \frac{A_0 B_0 I_0}{2c_0 n \sqrt{f}} \cos(2\pi ft + \vartheta) + \dots\right]. \quad (9)$$

При весьма слабых токах можно ограничиться одним членом разложения и принять

$$e = e_1 = -A \frac{I_0}{n\sqrt{f}} \cos(2\pi ft + \vartheta), \quad (10)$$

где A — константа.

Так как кроме поляризующихся участков (границ раздела) нужно учитывать еще наличие активного сопротивления r_∞ промежуточных слоев, которое при не слишком высоких частотах не зависит от частоты, то при наложении на ткань переменной разницы потенциалов U получается следующее распределение падений напряжения:

$$\begin{aligned} U &= U_0 \sin(2\pi ft - \varphi) = r_\infty I_0 \sin 2\pi ft - e_1 = \\ &= I_0 \sin 2\pi ft \left(r_\infty + \frac{A}{n\sqrt{f}} \sin \vartheta\right) - I_0 \cos 2\pi ft \frac{A}{n\sqrt{f}} \cos \vartheta. \end{aligned} \quad (11)$$

Отсюда следует, что активное сопротивление поляризующегося участка

$$r = \frac{A}{n\sqrt{f}} \sin \vartheta, \quad (12)$$

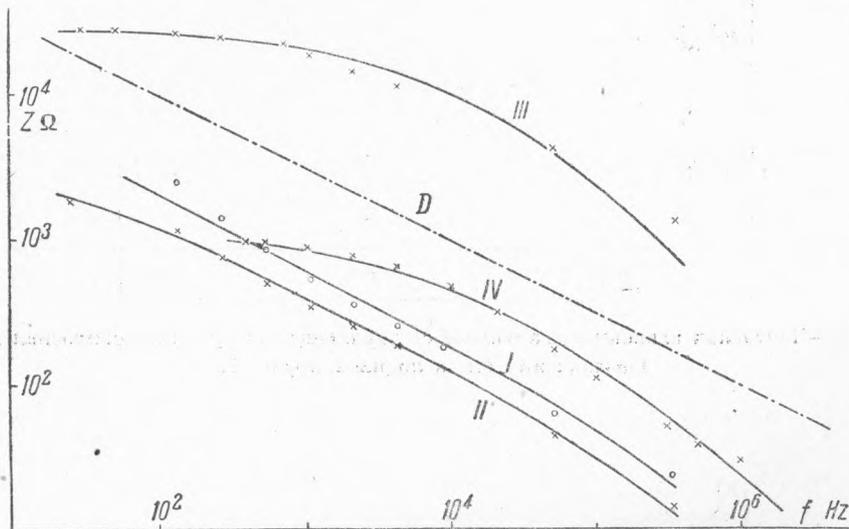
а емкость его

$$K = \frac{n}{2nA\sqrt{f} \cos \vartheta} \quad (13)$$

Полное кажущееся сопротивление поляризующегося участка определится уравнением

$$Z = \sqrt{r^2 + \left(\frac{1}{2\pi f K}\right)^2} = \frac{A}{n\sqrt{f}} \quad (14)$$

В зависимости от интенсивности развития тех или иных поляризационных процессов коэффициенты M и N в уравнении (6) принимают различные значения, что влечет за собой различия в частотной зависимости Z , r и K для различных тканей.



Фиг. 1.—Частотная зависимость полного кажущегося сопротивления.

I—измерения Lullies'a (7). Кожа лягушки (Rückhaut von kleiner *Esculenta*):

$$r_{\infty} = 44 \text{ ома}, M = 0, N = 2 \cdot 10^{-3}, A = 2.84 \cdot 10^4;$$

II—измерения Lullies'a (7). Кожа лягушки (Bauchhaut von kleiner *Esculenta*):

$$r_{\infty} = 46 \text{ ом}, M = 3, N = 2 \cdot 10^{-3}, A = 1.925 \cdot 10^4;$$

III—измерения Lullies'a (8). Нерв лягушки:

$$r_{\infty} = 22\,300 \text{ ом}, M = 95, N = 4 \cdot 10^{-3}, A = 2.9 \cdot 10^6;$$

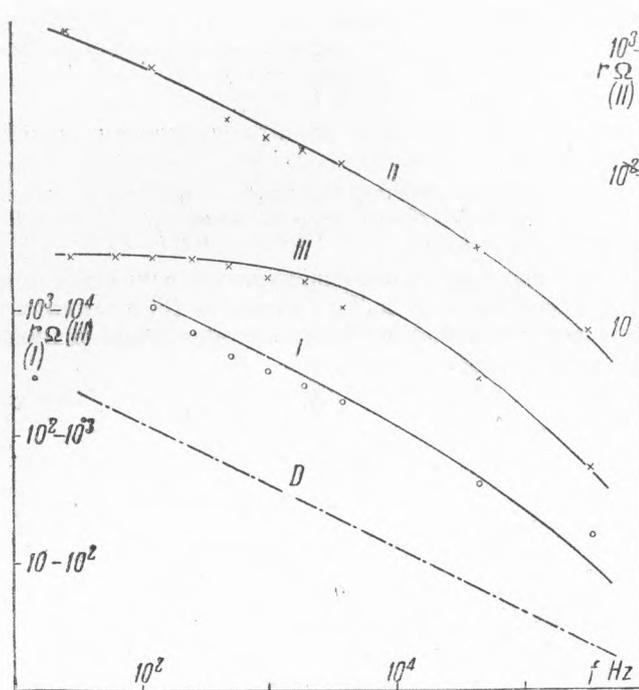
IV—измерения Sapengo (9). Мускул лягушки:

$$r_{\infty} = 105 \text{ ом}, M = 80, N = 3 \cdot 10^{-3}, A = 10^5.$$

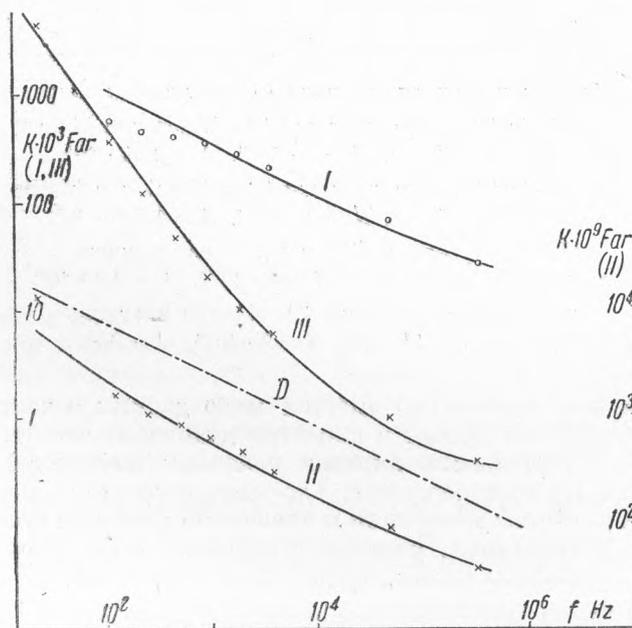
В литературе к сожалению имеется мало данных о частотной зависимости сопротивления тканей в широком диапазоне частот.

На фиг. 1—3 сплошными кривыми показаны вычисленные значения сопротивления и его составляющих, а точками и крестиками—измеренные значения. Автор, объект измерения и численные значения коэффициентов, принятые при вычислениях, указаны в подписях к фигурам. Кривые *D*, явно неудовлетворяющие опыту, представляют значения, вычисляемые по теории Нернста.

Большой материал по зависимости сопротивления человеческого тела, накопленный автором (10—14), также должен укладываться в изложенную теорию. Однако, учитывая, что в этих измерениях определялось сопротивле-



Фиг. 2.—Частотная зависимость активной составляющей кажущегося сопротивления.
Обозначения см. в подписи к фиг. 1.

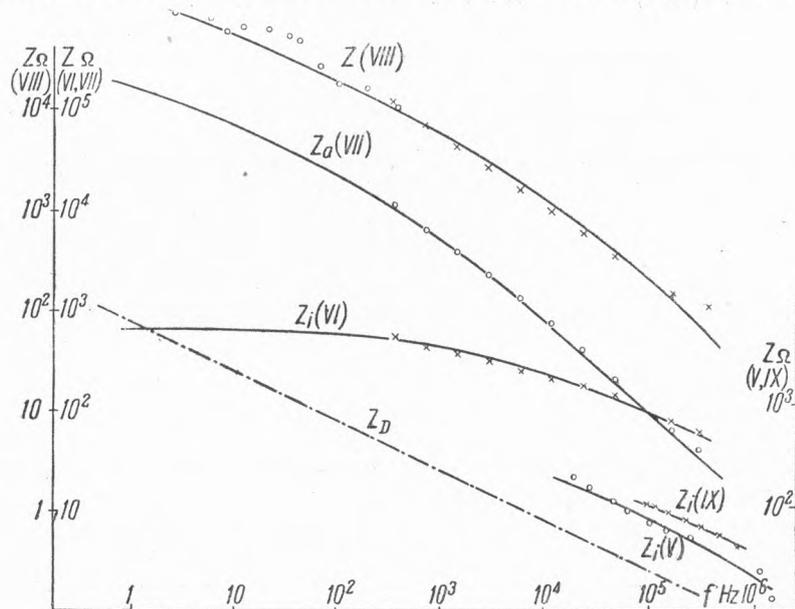


Фиг. 3.—Частотная зависимость емкостной составляющей кажущегося сопротивления.
Обозначения см. в подписи к фиг. 1.

ние не отдельных тканей, но значительного участка тела целиком, можно ожидать, что удовлетворительное совпадение с теорией дадут лишь значения Z , которые не зависят непосредственно от угла ϑ , так что индивидуальные различия отдельных тканей проявятся в этом случае менее резко.

Соответствующие данные приводятся на фиг. 4, причем кривая представляет значения, вычисляемые по теории Нернста.

Принимая во внимание весьма широкий диапазон частот и неизбежную невысокую точность измерений при подобных объектах, можно считать,



Фиг. 4.—Частотная зависимость сопротивления человеческого тела.

V—электроды на запястье ⁽¹⁰⁾: $r_{\infty} = 274$ ома, $M = 80$, $N = 10^{-3}$, $A = 4.69 \cdot 10^4$;

VI—электроды на ладонях ⁽¹¹⁾ (сопротивление внутренних тканей):
 $r_{\infty} = 500$ ом, $M = 65$, $N = 0$, $A = 4.20 \cdot 10^4$;

VII—электроды на ладонях ⁽¹¹⁾ (сопротивление кожи):
 $r_{\infty} = 65$ ом, $M = 1$, $N = 4 \cdot 10^{-2}$, $A = 3.9 \cdot 10^5$;

VIII—электроды на ладонях ^(11, 12, 13) (полное сопротивление):
 $r_{\infty} = 565$ ом, $M = 1$, $N = 1.2 \cdot 10^{-2}$, $A = 2.8 \cdot 10^5$;

IX—электроды на ладонях ⁽¹¹⁾ (сопротивление внутренних тканей):
 $r_{\infty} = 300$ ом, $M = 65$, $N = 0$, $A = 5.4 \cdot 10^4$.

что изложенная теория удовлетворительно объясняет частотные зависимости сопротивления тканей, наблюдаемые на опыте.

Значения коэффициентов A , M и N позволяют судить о степени развития тех или иных поляризационных процессов, что может представить интерес при изучении строения тканей.

В заключение отметим, что уменьшение поляризации при увеличении тока, предсказываемое уравнением (9), свидетельствует об уменьшении кажущегося сопротивления Z , заметном в области низких частот и действительно наблюдающемся на опыте ⁽¹¹⁾. Уклонение кривой напряжения от синусоидальной формы также наблюдалось на опыте при токах, значительно превосходящих порог раздражения, и частотах порядка 50 Hz ^(13, 14).

Государственный педагогический институт.
Москва.

Поступило
7 II 1938.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ W. Nernst, Pflüg. Arch., **122**, 275 (1908). ² N. Malov u. S. Rschewkin, Pflüg. Arch., **218**, 722 (1928). ³ M. Gildemeister, ETZ, **40**, 463 (1919). ⁴ E. Warburg, Wied. Ann., **67**, 493 (1899). ⁵ Н. Малов, ДАН, **XIV**, № 7, 437 (1937). ⁶ F. Kruger, Gotting. Nachrichten, Phys-Mat. Klasse, 59 (1903). ⁷ Lullies, Pflüg. Arch., **221**, 296 (1928). ⁸ Lullies, Pflüg. Arch., **225**, 67 (1930). ⁹ Sarëngo, Pflüg. Arch., **224**, 186 (1930). ¹⁰ Н. Малов и С. Ржевкин, Журн. прикл. физ., **VI**, № 5, 39 (1929). ¹¹ N. Malov u. S. Rschewkin, Hochfrequ. u. Elektroak., **39**, 93 (1932). ¹² Н. Малов и С. Токарев, Курортология и физиотерапия, № 1, 23 (1936). ¹³ Н. Малов, Курортология и физиотерапия, № 3, 14 (1936). ¹⁴ Н. Малов, ДАН, **I**, 223 (1936).