

Д. А. ФРАНК-КАМЕНЕЦКИЙ

**РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР В РЕАКЦИОННОМ СОСУДЕ И  
СТАЦИОНАРНАЯ ТЕОРИЯ ТЕПЛООВОГО ВЗРЫВА**

(Представлено академиком Н. Н. Семеновым 15 I 1938)

Теория теплового взрыва развита Семеновым (1) и Тодесом (2) в допущении одинаковых температур во всех точках сосуда. Иными словами, теория оперировала средней температурой газовой смеси. Результат содержит поэтому существенно неопределенную величину — средний коэффициент теплоотдачи, зависящий в действительности не только от состава газовой смеси и формы и размеров сосуда, но и от распределения температур и скоростей конвективного движения по сосуду, связанного существенным образом с протеканием самой реакции.

Обработка уравнений теплопроводности и гидродинамики и их граничных условий методами теории размерностей показывает, что в стационарной теории, т. е. пренебрегая выгоранием за период индукции, а также пренебрегая градиентом температуры в стенках, что практически всегда допустимо, критическое условие воспламенения имеет вид зависимости между следующими безразмерными параметрами:

$$\delta = \frac{E}{RT_0^2} \frac{Q}{\lambda} r^2 W_0 = \frac{E}{RT_0^2} \frac{Q}{\lambda} r^2 z e^{-\frac{E}{RT_0}},$$

$$u_0 = \frac{RT_0}{E},$$

$$Gr = \frac{gr^3}{\chi^2} \frac{RT_0}{E},$$

где  $W_0 = z e^{-\frac{E}{RT_0}}$  — скорость реакции при температуре стенок  $T_0$ ,  $Q$  — тепловой эффект,  $E$  — энергия активации реакции,  $\lambda$  — теплопроводность и  $\chi$  — температуропроводность газовой смеси,  $r$  — полуперечник сосуда. Величина  $Gr$  аналогична параметру, известному в теории свободной конвекции под названием критерия Грасгофа.

При стремлении  $u_0$  к нулю эта зависимость стремится, как мы показали, к определенной предельной зависимости между  $\delta$  и  $Gr$ . Так как в действительности всегда  $RT_0 \ll E$ , то мы можем ограничиться рассмотрением этого предельного случая. Он отвечает физически малым предвзрывным разогревам, так как максимальное  $\frac{\Delta T}{T}$  перед взрывом порядка  $\frac{RT_0}{E}$ .

При низких давлениях и малых размерах сосуда  $Gr \rightarrow 0$ , и мы получаем предельный случай чисто кондукционной теплоотдачи, поддающийся целиком аналитическому рассмотрению, где влиянием конвекции можно пренебречь.

В этом случае остается одно дифференциальное уравнение — уравнение теплопроводности реагирующей газовой смеси, которое в безразмерных переменных  $\theta = \frac{E}{RT_0^2}(T - T_0)$  и  $\xi = \frac{x}{r}$  может быть написано как:

$$\Delta_{\xi} \theta = -\delta e^{\theta}$$

с граничными условиями:  $\theta = 0$  при  $\xi = 1$  и  $\frac{d\theta}{d\xi} = 0$  при  $\xi = 0$ , для сосудов симметричной формы.

Здесь величина  $\frac{E}{RT}$ , стоящая в экспоненте закона Аррениуса, разложена по степеням  $\frac{T - T_0}{T_0}$ , и члены со степенями выше первой опущены, что отвечает допущению  $u_0 \ll 1$ .

Решение этого уравнения дает стационарное распределение температуры в реагирующей смеси как функцию  $\theta = f(\xi, \delta)$ , зависящую от одного параметра  $\delta$ . Критическое условие воспламенения, т. е. условие невозможности такого стационарного режима, может содержать только этот параметр  $\delta$  и следовательно сводится к определенному постоянному критическому значению  $\delta$  для геометрически подобных сосудов.

Нами вычислены эти критические значения  $\delta$ : для бесконечного плоско-параллельного сосуда  $\delta = 0.88$ , для цилиндрического  $\delta = 2.00$ , для сферического  $\delta = 3.32$ . Для плоско-параллельного сосуда уравнение может быть проинтегрировано в элементарных функциях; для остальных двух случаев результат получен посредством численного интегрирования.

Пересчет экспериментальных данных Райса<sup>(3)</sup>, Аппина<sup>(4)</sup> и Яковлева показывает, что обычные условия эксперимента лежат близко к области чистой кондукции. Экспериментальные критические значения  $\delta$  близки к вычисленным.

Как видно, утверждения Райса и Тодеса о том, что в обычных экспериментальных условиях теплоотдача гораздо больше, чем это отвечало бы чистой кондукции, совершенно неверны. В действительности роль конвекции может стать значительной только при более высоких давлениях.

Найденная Райсом обратная пропорциональность коэффициента теплоотдачи диаметру сосуда также отвечает в точности случаю чистой кондукции.

Физико-химическая лаборатория,  
Академия Наук СССР,  
Ленинград.

Поступило  
15 I 1938.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> Семенов. Цепные реакции, 65—126 (1934). <sup>2</sup> Todes, Acta physico-chemica USSR, 5, 785 (1936). <sup>3</sup> Allen a. Rice, Journ. Am. Chem. Soc., 57, 310 (1935). <sup>4</sup> Аппин, Тодес, Харитон, Журн. физ. хим., 8, 866 (1936).