Доклады Академии Наук СССР
1938. Том XIX, № 1—2

АСТРОФИЗИКА

А. Б. СЕВЕРНЫЙ

О КОМПТОНОВСКОМ РАССЕЯНИИ РАДИАЦИИ ВНУТРИ ЗВЕЗД

(Представлено академиком В. Г. Фесенковым 28 II 1938)

Вопрос о роли поглощения радиации в силу комптоновского рассеяния свободными электронами звездной материи рассматривался Дираком (1). Он показал, что такое поглощение ничтожно по сравнению с фотоэлектрическим при условиях, господствующих в звездных атмосферах. Температурная радиация внутри звезд обладает длинами волн не больше 3 Å, если звездная материя есть идеальный газ. При длинах волн 1 Å фотоэлектрическое поглощение будет преобладать над поглощением в силу Комптон-эффекта. Однако исследования последнего времени указывают на возможность существования внутри отдельных звезд областей материи, не подчиняющейся законам идеальных газов, в особенности материи, обладающей высокой плотностью энергии ($kT \gg m_0 c^2$). Кроме того решение вопроса об источниках звездной энергии в аспекте теории преобразования ядер легких элементов приводит к допущению внутри звезд чрезвычайно жесткой радиации с длиной волны, значительно меньшей 1 Å. Поэтому для исследования внутреннего строения таких звезд важно знать, каково влияние комптоновского рассеяния радиации на общую непрозрачность звездной материи. В этой работе мы рассматриваем следующий случай: у центра звезды имеется область, излучающая жесткую радиацию ($h\nu \gg m_0 c^2$), которая рассеивается в силу Комптон-эффекта электронами окружающей эту область материи; температура материи $kT \ll m_0 c^2$, свободные электроны этой материи не рассматриваются неподвижными—их распределение в фазовом пространстве вообще подчинено статистике Ферми.

Пусть φ—угол между направлением движения рассеивающего электрона и направлением падающей радиации интенсивности $I(\nu)$ (ν—частота). Тогда в силу собственного движения электрона со скоростью v интенсивность радиации, падающей на электрон, будет

$$I'(\nu) = I(\nu) : (1 + \beta \cos \varphi), \qquad (1)$$

а частота

$$\nu' = \nu (1 - \beta \cos \varphi), \quad \beta \equiv \frac{v}{c}. \qquad (2)$$

Если на единицу объема приходится dn электронов, скорости которых заключены в интервале $v, v + dv$, то величина энергии, отнятой от первичного пучка dn электронами в силу комптоновского рассеяния, будет $\Phi(\nu') I'(\nu)\, d\nu\, dn$, где $\Phi(\nu')$—полное эффективное сечение для процесса комптоновского рассеяния, рассчитанное на 1 электрон. В случае $h\nu' \gg m_0 c^2$ из формулы Клейна-Нишины следует для Φ приближенное выражение:

$$\Phi \approx \frac{3}{8} \frac{m_0 c^2}{h\nu'} \Phi_0 \log 2 \frac{h\nu'}{m_0 c^2}, \quad \Phi_0 = \frac{8}{3} \pi \left(\frac{e^2}{m_0 c^2}\right)^2. \tag{3}$$

Полная энергия, отнятая от первичного пучка с энергией $\int I(\nu)\, d\nu$, на основании (1), (2) и (3) будет:

$$J = \frac{3}{8} \Phi_0 \int\int\int \frac{\log\left[\frac{2h\nu}{m_0 c^2}(1-\beta\cos\varphi)\right]}{\frac{h\nu}{m_0 c^2}(1-\beta^2\cos^2\varphi)} I(\nu)\, d\nu \frac{8\pi m_0^3}{h^3} \frac{v^2\, dv\, 2\pi \sin\varphi}{\frac{1}{A} e^{\frac{m_0 v^2}{2kT}} + 1} d\varphi, \tag{4}$$

так как электроны подчиняются статистике Ферми. Таким образом коэффициент непрозрачности в силу Комптон-эффекта будет

$$k_c = J : \int I(\nu)\, d\nu. \tag{5}$$

При условии, что температура материи $kT \ll m_0 c^2$, величина β будет достаточно малой, поэтому весь расчет величины J нами проведен при условии: β^2 пренебрежимо в сравнении с единицей. С этой степенью приближения имеем:

$$\int_0^\pi \log\left[\frac{2h\nu}{m_0 c^2}(1-\beta\cos\varphi)\right] \sin\varphi\, d\varphi \approx 2\log\left[2\frac{h\nu}{m_0 c^2} e^{-\beta}\right]. \tag{6}$$

Интеграция по частоте ν в выражении (4) дает:

$$F(v) \equiv \frac{2h}{c^2} \int_{\frac{m_0 c^2}{h}}^{\infty} \log\left[2\frac{h\nu}{m_0 c^2}(1-\beta)\right] \nu^2 e^{-\frac{h\nu}{kT_1}} d\nu \approx$$

$$\approx \frac{2h}{c^2}\left(\frac{kT_1}{h}\right)^3 \left[\log\left(e^q \frac{2kT_1}{m_0 c^2}\right) - \beta\right], \quad q \equiv \frac{3}{2} - B, \tag{7}$$

если для высоких частот $\left(\nu > \frac{m_0 c^2}{h}\right)$ использовать приближение Вина (T_1—температура центральной области звезды, B—число Эйлера 0.577), а для низких частот $\left(\nu < \frac{m_0 c^2}{h}\right)$ применить приближение Рэлея-Джинса. Таким образом интеграция по скоростям сводится к вычислению интеграла

$$\lambda = \frac{2h}{c^2}\left(\frac{kT_1}{h}\right)^3 \log\left(e^q \frac{2kT_1}{m_0 c^2}\right)\left[1 - \frac{\varkappa}{c\log\left(e^q \frac{2kT_1}{m_0 c^2}\right)}\right] \int_0^\infty \frac{v^2\, dv}{\frac{1}{A} e^{\frac{m_0 v^2}{2kT}} + 1}, \tag{8}$$

$$\varkappa \equiv \int_0^\infty \frac{v^3\, dv}{\frac{1}{A} e^{\frac{m_0 v^2}{2kT}} + 1} : \int_0^\infty \frac{v^2\, dv}{\frac{1}{A} e^{\frac{m_0 v^2}{2kT}} + 1}.$$

Если оболочка, окружающая центральную область звезды, представляет из себя газ, свободные электроны которого не вырождены или слабо вырождены ($A \ll 1$), то выражение (8) справедливо так, как оно написано. В этом случае нетрудно оценить величину λ:

$$\lambda \approx \frac{2h}{c^2}\left(\frac{kT_1}{h}\right)^3 \log\left(e^q \frac{2kT_1}{m_0 c^2}\right)\frac{\sqrt{\pi}}{4}\left(\frac{2kT}{m_0}\right)^{3/2} \times$$
$$\times A\left[1-\frac{2}{\sqrt{\pi}}\left(\frac{2kT}{m_0}\right)^{1/2}\frac{1}{c\log\left(e^q\frac{2kT_1}{m_0c^2}\right)}\right]. \tag{9}$$

Но в том случае, когда A становится сравнимо и больше единицы, выражение (8) несправедливо. В этом случае имеет место вырождение газа, и мы должны учесть, что часть ячеек фазового пространства уже занята электронами, т. е. электрон, получивший определенный импульс от упавшего на него фотона, имеет только некоторую вероятность перейти в другую ячейку фазового пространства. Эта вероятность, определяемая относительным числом незанятых состояний [при полном вырождении ($A \gg 1$) она будет близка к нулю], будет приблизительно равна

$$1-\frac{1}{\frac{1}{A}e^{\frac{m_0v^2}{2kT}}+1},$$

так что при $A \geqslant 1$

$$\lambda = \frac{2h}{c^2}\left(\frac{kT_1}{h}\right)^3 \int\limits_0^\infty \left[\log\left(e^q\frac{2kT_1}{m_0c^2}\right)-\beta\right]\left(1-\frac{1}{\frac{1}{A}e^{\frac{m_0v^2}{2kT}}+1}\right)\frac{v^2\,dv}{\frac{1}{A}e^{\frac{m_0v^2}{2kT}}+1}. \tag{10}$$

Вычисление интеграла (10) при значениях A, сравнимых с единицей, затруднительно. В случае полного вырождения ($A \gg 1$) величина λ близка к нулю, так что при полном вырождении электронный газ будет практически прозрачен для жесткой радиации $h\nu \gg m_0c^2$, если поглощение радиации обусловлено только Комптон-эффектом. Однако следует заметить, что в этом предельном случае, когда плотность электронов очень велика (скажем, порядка 10^{30} на 1 см^3), среднее расстояние между электронами (порядка 10^{-2} Å) может стать сравнимым с длиной волны рассеиваемой радиации. В этом случае амплитуды колебания частичных полей двух соседних электронов складываются приблизительно арифметически, так что энергия результирующего поля будет почти в два раза больше энергии поля независимого электрона. Следовательно в сильно вырожденной материи такой эффект интерференции частичных полей может увеличить непрозрачность материи. При температурах оболочки $kT \ll m_0c^2$ всем вторым членом в скобках (9) можно пренебречь. Следовательно при $A \ll 1$ согласно (4) и (6) после редукций получим:

$$J = 12\,\Phi_0\pi^2\left(\frac{m_0}{h}\right)^4 c^2\lambda = 6\pi\,\Phi_0 m_0\left(\frac{kT_1}{h}\right)^3 \log\left(e^q\frac{2kT_1}{m_0c^2}\right). \tag{11}$$

Использовав для $I(\nu)$ в уравнении (5) приближение Вина, получим для k_c следующее выражение:

$$k_c = \frac{\pi}{2}\Phi_0\frac{m_0c^2}{kT_1}\,e^{\frac{m_0c^2}{kT_1}}\log\left(e^q\frac{2kT_1}{m_0c^2}\right)\cdot n. \tag{12}$$

Из (12) следует: а) при «температурах» излучения $kT_1 \gg m_0c^2$ коэффициент комптоновской непрозрачности не зависит от температуры среды, через которую проходит радиация, б) с возрастанием жесткости радиации (kT_1 растет) k_c убывает, т. е. число рассеянных квантов убывает с возрастанием жесткости радиации (эксперименты над поглощением γ-лучей показывают, что с увеличением жесткости радиации растет ее проникающая способность), в) при $kT_1 \gg m_0c^2$ величина k_c

(на 1 электрон) будет порядка «классического значения» Φ_0, что также характерно для γ-лучей. Так как число свободных электронов при внутризвездной ионизации есть $n = \frac{\rho}{\mu H(1+f)}$ (ρ—плотность материи, μ—молекулярный вес, H—масса водородного атома, f—отношение числа ионов к числу электронов), то, обозначая произведение мало меняющихся факторов exp. log через $\psi(T_1)$, получим:

$$k_c = \frac{\pi}{2}\Phi_0 \frac{m_0 c^2}{kT_1} \psi(T_1) \frac{\rho}{\mu H(1+f)}. \tag{13}$$

Сравнение с коэффициентом фотоэлектрического поглощения (по Крамерсу-Эддингтону) $k_p = 2 \cdot 10^{26} \frac{\rho}{\mu(1+f)} T^{\frac{7}{2}}$ дает:

$$\frac{k_c}{k_p} = 9.35 \cdot 10^{-26} \psi(T_1) \frac{T^{\frac{7}{2}}}{T_1}. \tag{14}$$

(14) показывает, что комптоновское поглощение внутри звезд ничтожно по сравнению с поглощением фотоэлектрическим при температурах звездной материи $T < 10^{10}\,{}^\circ$K. Эти коэффициенты сравнимы только при температурах оболочки порядка температуры ядра звезды и если эта температура $\sim 10^{10}\,{}^\circ$K и выше. Отсюда не следует, что звездная материя прозрачна для жесткой радиации. Для звезд в природе средняя плотность меняется от $\sim 10^{-5}$ (сверхгигант типа M) до 10^5 (белый карлик) г/см^3. Для широкого диапазона значений $\frac{m_0 c^2}{kT_1}$ k_c будет порядка 10^{-25}; поэтому оптические толщи при комптоновском поглощении будут: а) для гиганта с радиусом $\sim 10^{12}$ см $\tau \approx 10^5$, б) для Солнца $\tau \approx 10^9$ и в) если допустить, что невырожденная газовая оболочка белого карлика имеет линейную толщу $\sim 10^{-1}$ радиуса звезды ($\sim 10^8$ см), то $\tau = 10^2$. Следовательно, вообще говоря, звездная материя непрозрачна для жесткой радиации. При оптических толщах $\tau \gg 1$, как это нетрудно показать *, время диффузии фотонов t через массу материи линейного размера r_1 будет

$$t = \frac{3}{2}\tau \frac{r_1}{c}. \tag{15}$$

Из (15) следует, что для белых карликов жесткая радиация может просочиться через их оболочку в доли секунды; для гигантов величина t может достигать 1 года; для нашего Солнца $t \approx 100$ лет. Если по (15) вычислить время диффузии при фотоэлектрическом поглощении обычной радиации с $\lambda_{max} \approx 0.5$ μ, то для Солнца оно получается порядка 10^5 лет, т. е. значительно больше того же для жестких фотонов $h\nu \gg m_0 c^2$. Интересно отметить, что оптические толщи звезд для поглощения жесткой радиации в силу фотоэлектрического образования пар—позитрон-электрон будут того же порядка величин, что и для комптоновского поглощения.

Таким образом, если внутри звезд образуется жесткая радиация, то она практически в ничтожные сроки выходит из внутренних частей звезды в пространство.

В заключение отметим, что диффузные туманности с плотностью $\sim 10^{-22}$ г/см^3 практически совершенно прозрачны для жесткой радиации.

Поступило
28 II 1938.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] Dirac, M. N. R. A. S., **85**, 825 (1925).

* Автор обязан проф. Амбарцумиану, любезно указавшему вывод (15).