Доклады Академии Наук СССР
1938. Том XVIII, № 3

АСТРОФИЗИКА

Э. Р. МУСТЕЛЬ

ПРОБЛЕМА ЛУЧИСТОГО РАВНОВЕСИЯ ЗВЕЗДНЫХ АТМОСФЕР ДЛЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОГЛОЩЕНИЯ, ЗАВИСЯЩЕГО ОТ ЧАСТОТЫ

(Представлено академиком В. Г. Фесенковым 28 XI 1937)

Рассмотрим упрощенную модель звездной атмосферы, характеризующуюся наличием двух противоположно направленных потоков радиации. Пусть интенсивность потока, идущего в направлении от центра звезды, равна I_ν; интенсивность потока, противоположного ему, равна I'_ν.

В таком случае уравнение переноса радиации может быть приведено к следующему виду:

$$\frac{d\left\{\int\limits_0^\infty I_\nu\,d\nu+\int\limits_0^\infty I'_\nu\,d\nu\right\}}{d\xi}=\frac{3}{2}\int\limits_0^\infty (I_\nu-I'_\nu)\,k_\nu\,d\nu, \tag{1}$$

где

$$d\xi=\rho dh, \tag{2}$$

ρ — плотность поглощающей материи, k_ν — коэффициент общего поглощения, dh — элемент радиуса вектора, проведенного к центру звезды от данной точки атмосферы.

Условие лучистого равновесия для рассматриваемой модели таково:

$$2\int\limits_0^\infty k_\nu B_\nu\,d\nu=\int\limits_0^\infty (I_\nu+I'_\nu)\,k_\nu\,d\nu, \tag{3}$$

B_ν — интенсивность излучения абсолютно черного тела для локальной температуры T.

Основа излагаемого здесь метода состоит в том, что изменение коэффициента поглощения вдоль спектра во много раз более существенно, чем обусловленное этим изменением нарушение планковской формы кривой интенсивностей I_ν и I'_ν*. Таким образом в первом приближении мы можем положить:

$$I_\nu=\frac{2h\nu^3}{c^2}\,\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_1}}-1}, \tag{4a}$$

* В том случае, когда $k_\nu=k=\text{const}$, форма кривых излучения весьма близка к кривой Планка.

$$I'_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_2}} - 1}, \tag{4b}$$

где T_1 и T_2 — некоторые неизвестные нам пока температуры.

Для тонкого пограничного слоя закон (4b) должен быть видоизменен, так как в этом слое I'_ν приблизительно пропорциональна $\tau_\nu = \int k_\nu d\xi$, оставаясь по своему спектральному составу почти неизменной *.

Вычисления T_2, произведенные автором для модели с $k_\nu = k = \text{const}$ на основании равенства:

$$\frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_2}} - 1} = e^{-\tau} \int_0^\tau B_\nu(t) e^t dt, \tag{5}$$

причем

$$T^4 = T_0^4(1 + 2t), \tag{5a}$$

показали, что оптическая глубина этого слоя $\tau = \tau_0$ не превышает 0.15.

Найденный результат имеет принципиальный характер и не будет сильно изменен вычислениями, основанными на принятии коэффициента поглощения, зависящего от частоты. Таким образом до $\tau = \tau_0$ мы можем положить без особой ошибки:

$$I'_\nu = \zeta(T) \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}. \tag{6}$$

Принимая во внимание (4a), (4b) и (6), условие постоянства результирующего потока $F = \sigma T_e^4$ примет вид:

$$T_1^4 - \zeta(T)T^4 = T_e^4 \qquad \text{от } \tau = 0 \text{ до } \tau = \tau_0, \tag{7a}$$

$$T_1^4 - T_2^4 = T_e^4 \qquad \text{от } \tau = \tau_0 \text{ до } \tau = \infty. \tag{7b}$$

Коэффициент общего поглощения для нормальных звездных атмосфер может быть представлен как произведение двух функций:

$$k_\nu = \Phi(\xi, T)\, \Psi(\nu, T). \tag{8}$$

В написании (8) учтен тот факт, что согласно Паннекуку ([1]) процессы поглощения определяются локальной температурой T. На основании (8) условие лучистого равновесия (3) примет следующий вид:

$$[2 - \zeta(T)]F(T) = F(T_1) \qquad \text{от } \tau = 0 \text{ до } \tau = \tau_0, \tag{9a}$$

$$2F(T) = F(T_1) - F(T_2) \qquad \text{от } \tau = \tau_0 \text{ до } \tau = \infty, \tag{9b}$$

$$F(T) = \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \Psi(\nu, T) \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}; \tag{10}$$

$$F(T_i) = \frac{2h}{c^2} \int_0^\infty \Psi(\nu, T) \frac{\nu^3 d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT_i}} - 1} \qquad (i = 1, 2). \tag{11}$$

Две пары уравнений: (7a) и (9a), имеющих место от $\tau = 0$ до $\tau = \tau_0$, и (7b) и (9b), имеющих место от $\tau = \tau_0$ до $\tau = \infty$, дают нам возмож-

* Этот факт был любезно отмечен автору проф. В. Амбарцумианом.

ность найти $\zeta(T)$, T_1, T_2 в функции T. При $\tau = \tau_0$ будет иметь место небольшой разрыв в значениях T_1.

Из условия $\zeta(T_0) = 0$ определяется пограничная температура T_0:

$$2F(T_0) = F(T_e). \tag{12}$$

Уравнение переноса с принятыми обозначениями будет иметь вид:

$$\frac{dT}{d\xi} = \frac{3\pi}{16\sigma} \frac{F(T_1) - \zeta(T) F(T)}{T_1^3} \frac{dT}{dT_1} \Phi(\xi, T) \quad \text{от } \tau = 0 \text{ до } \tau = \tau_0, \tag{13a}$$

$$\frac{dT}{d\xi} = \frac{3\pi}{16\sigma} \frac{F(T_1) - F(T_2)}{T_1^3} \frac{dT}{dT_1} \Phi(\xi, T) \quad \text{от } \tau = \tau_0 \text{ до } \tau = \infty. \tag{13b}$$

Правые части этих дифференциальных уравнений суть известные функции ξ и T. Скачок в $\frac{dT}{d\xi}$ при $\tau = \tau_0$ совершенно несуществен.

Решение уравнений (13a) и (13b) с соответствующим начальным условием дает температуру T в функции ξ. Следующим этапом для каждого ξ находим k_ν, что дает $\tau_\nu = \int k_\nu \, d\xi$. Это в свою очередь позволяет определить для каждой точки атмосферы совокупность величин I_ν и I'_ν для различных частот в спектре.

Если изменение этих величин с частотой очень большое (предел серии Бальмера в звездах типа A_0), мы можем считать полученное распределение температуры первым приближением. Действительно, зная I_ν и I'_ν как функции ν и ξ и замечая, что ошибка в найденном температурном распределении скажется на этих величинах незначительно, мы находим $\int\limits_0^\infty I_\nu \, d\nu$, $\int\limits_0^\infty I'_\nu \, d\nu$, $\int\limits_0^\infty I_\nu k_\nu \, d\nu$, $\int\limits_0^\infty I'_\nu k_\nu \, d\nu$ и решаем ниженаписанное дифференциальное уравнение, являющееся следствием уравнения (1):

$$\frac{dT}{d\xi} = \frac{3}{2} \frac{\int\limits_0^\infty (I_\nu - I'_\nu) k_\nu \, d\nu}{\frac{d}{dT} \left\{ \int\limits_0^\infty I_\nu \, d\nu + \int\limits_0^\infty I'_\nu \, d\nu \right\}}. \tag{14}$$

Правая часть этого уравнения является известной функцией найденного нами T. Решая его, мы находим второе приближение к температурному распределению.

Сделаем ряд замечаний о функциях $\Phi(\xi, T)$ и $\Psi(\nu, T)$. Их вид зависит от температурных условий, господствующих в атмосфере рассматриваемой звезды. Электронное давление, входящее в $\Phi(\xi, T)$, условиями ионизации связывается с полным газовым давлением, которое в свою очередь благодаря уравнению гидростатического равновесия пропорционально ξ. Давление радиации мы не учитываем. Степень ионизации x также оказывается функцией T.

Для горячих звезд, где $x \approx 1$,

$$\Phi(\xi, T) \sim \frac{\xi}{T^{\frac{3}{2}}}.$$

Таким образом уравнения (13a) и (13b) оказываются уравнениями с разделенными переменными.

Для холодных звезд играет важную роль вопрос о взаимном перемешивании поглощающих элементов.

Для горячих звезд функция $\Psi(\nu, T)$ характеризуется рядом максимумов в местах, соответствующих пределам серий водорода. Для холодных звезд может быть применено выражение, получающееся путем сглаживания совокупности отдельных полос. Разнице в виде функций $\Psi(\nu, T)$ соответствует разница в виде уравнений (9a) и (9b).

Заметим, что излагаемый здесь метод дает непосредственно теорию фотосферы, поскольку температура оказывается функцией ξ, а не оптической глубины τ.

Поступило
3 XII 1937.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] A. Pannekoek, Monthly Notices of R. A. S., **96**, 785 (1936).