**Доклады Академии Наук СССР**
**1939. Том XXV, № 7**

*ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА*

**А. Г. АРЕНБЕРГ**

# СОПРОТИВЛЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ СФЕРИЧЕСКОГО ВИБРАТОРА, ВОЗБУЖДАЕМОГО ВНЕШНЕЙ ЭЛЕКТРОДВИЖУЩЕЙ СИЛОЙ

*(Представлено академиком В. Ф. Миткевичем 8 IX 1939)*

1. В сообщении об электромагнитном поле сферического вибратора, возбуждаемого внешней эдс $E_e(\Theta)$, изменяющейся по гармоническому закону ([1], были приведены выражения для напряженностей полей $E_\Theta$, $E_r$ и $H_\varphi$, силы тока $I(\Theta)$ и показано, что при $n=1$ поле такого вибратора соответствует полю элементарного диполя с электрическим моментом, равным $M_s$. Покажем теперь, что, базируясь на этих результатах, легко определить мощность, излучаемую подобным вибратором, и его сопротивление излучения.

2. В самом деле, среднее значение радиальной составляющей вектора Пойнтинга $\overline{S}$ определяется соотношением:

$$\overline{S}_r = \frac{c}{16\pi}\left(E_\Theta \tilde{H}_\varphi + H_\varphi \tilde{E}_\Theta\right) \qquad (1)$$

(знак $\sim$ означает сопряженные комплексные величины).

Ограничиваясь в соответствии с указанной статьей случаем «первой сферической гармонической» ($n=1$), после упрощений находим

$$\overline{\overline{S}}_r = \frac{c}{8\pi}\,\frac{a^2 E_{m_0}^2}{r^2}\,\frac{\sin^2\Theta}{1-m^2+m^4}, \qquad (2)$$

где

$$m = \frac{1}{ka} = \frac{\lambda}{2\pi a}.$$

Тогда, определяя элементарный поток энергии $dP_\Sigma$, проходящий через шаровой пояс шириной от $\Theta$ до $\Theta + d\Theta$, получаем, что полная мощность, излучаемая вибратором, равна

$$P = \int_{\Theta=0}^{\Theta=\pi} dP_\Sigma = \frac{ca^2}{3}\,\frac{E_{m_0}^2}{1-m^2+m^4}. \qquad (3)$$

Далее, согласно формуле (15, I), для модуля силы тока $I(\Theta)$, текущего по поверхности сферы через ее экватор $\left(\Theta = \frac{\pi}{2}\right)$, имеем:

$$|I_m| = \frac{ca}{2} E_m \sqrt{\frac{1+m^2}{1-m^2+m^4}};$$

([1] См. ДАН, XXIV, № 9 (1939). Все обозначения этой статьи сохраняются. Ссылки на формулы этой статьи отмечаются цифрой I.

тогда излучаемая мощность определяется как

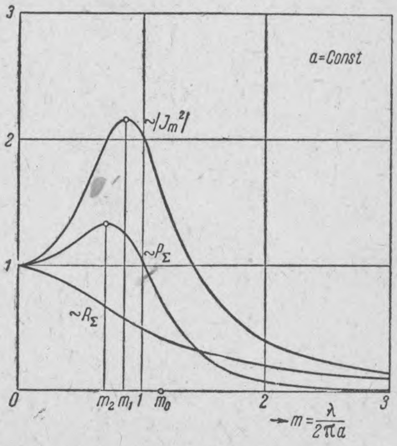
$$P_\Sigma = \frac{4}{3c}\,\frac{|I_{m_0}^2|}{1+m^2}\ (^1, \tag{4}$$

и следовательно, для сопротивления излучения $R_\Sigma$ (отнесенного к току в «пучности») после перехода к практическим единицам получаем

$$R_\Sigma = \frac{2P_\Sigma}{|I_{m_0}^2|} = \frac{80}{1+m^2}\ \Omega. \tag{5}$$

Сравнивая формулы (4) и (5) с общеизвестными формулами для элементарного диполя, мы видим, что рассматриваемый сферический вибратор эквивалентен диполю, длина которого

$$l = \frac{\lambda}{\pi\sqrt{1+m^2}}.$$




Очевидно, что при относительно малых размерах вибратора $\left(a \ll \frac{\lambda}{2\pi},\right.$ и следовательно, $\left. m \gg 1\right)$ формула (5) приводится к виду

$$R_\Sigma = 80\pi^2 \left(\frac{2a}{\lambda}\right)^2 \Omega,$$

отличающемуся от обычной формулы для сопротивления излучения элементарного диполя лишь заменой его длины $l$ на диаметр сферы $2a$. Наоборот, при относительно больших размерах вибратора $\left(a \gg \frac{\lambda}{2\pi}\right.$, и следовательно, $\left. m \ll 1\right)$ из формулы (5) получаем

$$R_\Sigma = 80\ \Omega,$$

что соответствует значению $R_\Sigma$ полуволнового вибратора, подсчитанному по формуле для элементарного диполя (см. диаграмму).

3. Подойдем теперь к вопросу о расчете сопротивления излучения с другой стороны и покажем, что оно может быть определено, исходя из соображений о мощности, подводимой к вибратору.

В самом деле, средняя мощность, «поглощаемая» в шаровом поясе, шириной от $\Theta$ до $\Theta + d\Theta$, очевидно, равна

$$dP = \frac{1}{4}\left[E_e(\Theta)\cdot \tilde{I}(\Theta) + I(\Theta)\cdot \tilde{E}_e(\Theta)\right] a\,d\Theta, \tag{6}$$

откуда при $n=1$ легко получаем, что

$$dP = \frac{ca^2}{4} E_{m_0}^2 \frac{\sin^3\Theta}{1-m^2+m^4}\, d\Theta = dP_\Sigma. \tag{7}$$

Полученное равенство показывает, что мощность, затраченная на поверхности шарового пояса, равна мощности, излученной с этого пояса, и что во всем окружающем пространстве эта мощность остается внутри конуса, опирающегося на поверхность этого пояса.

(1 Отметим, что этот результат может быть получен и с помощью формулы для мощности, излучаемой элементарным диполем, модуль электрического момента которого принят равным

$$|M_s| = \frac{aE_m}{k^2\sqrt{1-m^2+m^4}}.$$

Таким образом, сопротивление излучения рассматриваемого вибратора (отнесенное к его «пучности» тока) определяется соотношениями:

$$\frac{1}{2} R_\Sigma |I^2_{m0}| = \int\limits_{\Theta=0}^{\Theta=\pi} dP_\Sigma = \int\limits_{\Theta=0}^{\Theta=\pi} dP. \qquad (8)$$

Очевидно, что определение $R_\Sigma$ из первого равенства соответствует методу «вектора Пойнтинга»; использование же второго равенства эквивалентно расчету $R_\Sigma$ по методу «наведенных эдс» (¹.

При этом следует отметить, что внешняя эдс $E_e(\Theta)$, приложенная к поверхности бесконечно проводящего вибратора ($\delta = \infty$), вызывает в нем ток $I(\Theta)$ конечной величины. Этот результат показывает, что $E_e(\Theta)$ следует рассматривать как «приложенную» к сопротивлению излучения, распределенному по поверхности вибратора.

Для определения этого сопротивления можно ввести понятие об его «погонном» значении (отнесенном к единице длины меридиана), определяемом соотношением:

$$\rho(\Theta) = \frac{E_e(\Theta)}{I(\Theta)} = \frac{2}{jac \sin\Theta} \, \frac{\xi'_n(ka)}{\xi_n(ka)}, \qquad (9)$$

которое при $n = 1$ приводится к виду:

$$\rho(\Theta) = \frac{2(1 + jm^3)}{ac(1 + m^2)\sin\Theta}. \qquad (10)$$

Комплексность этого выражения показывает, что резонанса, соответствующего полному уничтожению сдвига фаз между $E_e(\Theta)$ и $I(\Theta)$, ни при каких значениях $m > 0$ быть не может. Однако при исследовании формулы (15, I) мы видели, что величина $|I^2_m|$ все же имеет max при значении $m_1 = 0.855$. Максимум же мощности, излучаемой вибратором, как это следует из выражения (7), соответствует значению $m_2 = 0.707$ (см. диаграмму).

Показанное несовпадение значений $m_1$ и $m_2$, соответствующих max тока и мощности, объясняется одновременным изменением сопротивления излучения вибратора и его токораспределения (².

При выполнении этой работы я воспользовался советами члена-корреспондента Академии Наук СССР Б. А. Введенского и имел возможность ознакомиться с материалами его неопубликованных работ, за что я ему весьма благодарен.

Секция Электросвязи
Отделения технических наук
Академии Наук СССР

Поступило
26 IX 1939

## ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] J. J. Thomson, Recent researches in electricity and magnetism, § 308, p. 361, Oxford (1893).

(¹ См. ДАН, XXIII, № 4 (1939).

(² Значение $m_0$, нанесенное на этом графике, соответствует случаю свободных колебаний сферы, впервые рассмотренному Дж. Дж. Томсоном (¹).