Секция 2 «Моделирование физических процессов»

Председатели:
Тюменков Геннадий Юрьевич, канд. физ.-мат. наук, доцент.
Дей Евгений Александрович, канд. физ.-мат. наук, доцент.

А. В. Астрейко (ГГТУ имени П.О. Сухого, Гомель)
Науч. рук. **Н. В. Иноземцева,** канд. техн. наук, доцент

СИЛОВОЙ АНАЛИЗ РЫЧАЖНОГО МЕХАНИЗМА

Современное развитие машиностроения невозможно без создания новых, более совершенных и точных механизмов и машин. Основу многих механизмов в машиностроении составляют плоские рычажные механизмы, в состав которых входят группы Ассура II класса, для которых разработаны методы кинематического и кинетостатического исследования. Практика машиностроения показывает, что механизмы с группами Ассура высших классов (III, IV и далее), уже применяются в машинах, и в последнее время начинают получать все большее использование [1]. Успешному применению подобных механизмов длительное время препятствовало отсутствие соответствующих алгоритмов анализа и синтеза. Следовательно, разработка методов и проведение кинематического и кинетостатического исследования таких групп, является задачей весьма актуальной. Цель работы – выполнение силового анализа и определение кинетостатических параметров механизма с группой Ассура III класса.

В качестве объекта исследования был выбран шестизвенный механизм, включающий группу Ассура III класса с вращательными кинематическими парами, рисунок 1.

Задачу будем решать при следующих допущениях: механизм обладает плоскостью симметрии, т.е. система сил в механизме представляет собой плоскую систему сил и трение в кинематических парах не учитывается. Для выполнения силового анализа предварительно был выполнен кинематический анализ механизма аналитическим методом [2]

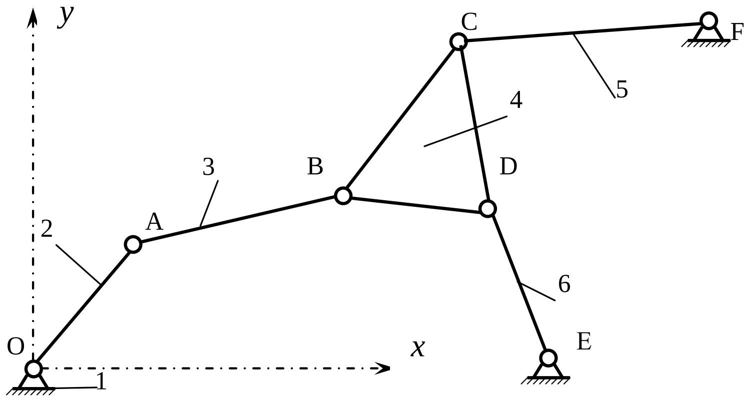

Рисунок 1 – Схема механизма

Расчет сил инерций определяем по формулам [3]. Вектор сил инерции представляем в виде двух компонент (проекций на координатные оси x, y). $\Phi_{ix} = -m_i \cdot a_{Six}$, $\Phi_{iy} = -m_i \cdot a_{Siy}$, $i = 2, 3, 4, 5, 6$.

Здесь i - номер звена; Φ_{ix}, Φ_{iy} - проекции вектора сил инерции i-го звена на координатные оси; m_i - масса i-го звена; a_{Six}, a_{Siy} - проекции вектора ускорений центра масс i-го звена. Пары сил инерции находим по формуле [3]: $M_i^{\Phi} = -J_{Si} \cdot \varepsilon_i$, $i = 2, 3, 4, 5, 6$.

Силовой анализ ведем по структурным группам, начиная с последней группы Ассура и заканчивая входным звеном. Картина позвенного силового нагружения группы Ассура III (3-6) и входного звена 2 представлена на рисунке 2.

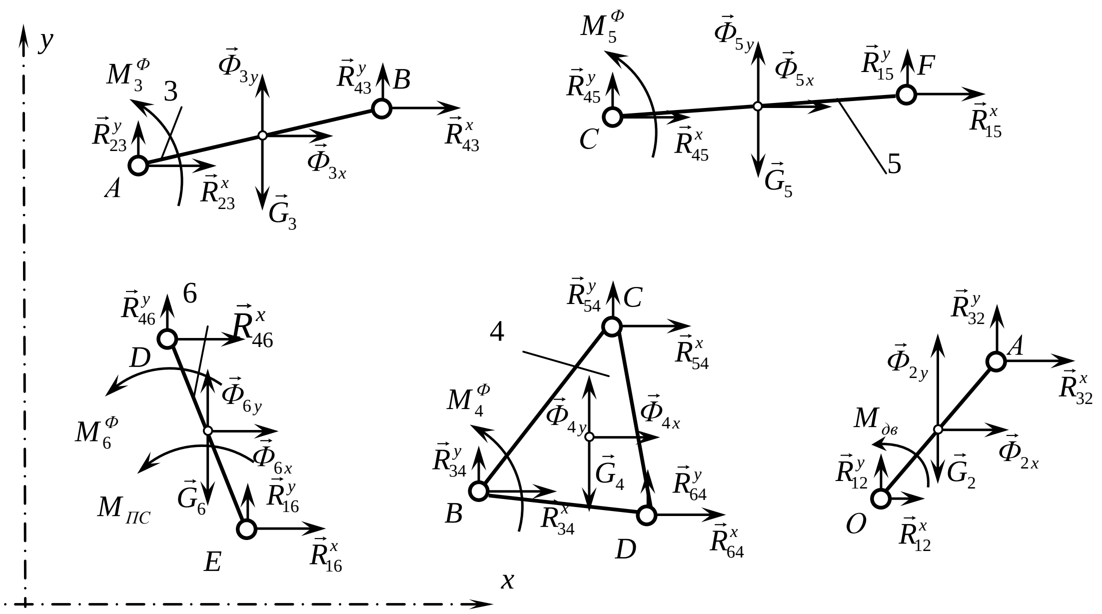

Рисунок 2 – Картина силового нагружения

На рисунке 2 показаны: силы тяжести звеньев G_i; движущий момент $M_{дв}$, приложенный к звену 2; момент сил полезного сопротивления $M_{ПС}$, приложенный к выходному звену 6; силы инерции звеньев и реакции связей в кинематических парах $\vec{R}_{ij}^{x}, \vec{R}_{ij}^{y}$. Рассмотрим звено 2 и действующую на него систему сил. Запишем 3 уравнения кинетостатики:

уравнение моментов сил, действующих на звено 2, относительно точки O: $\sum M_O\left(\vec{F}_2\right) = 0$:

$$\left(\Phi_{2y} - G_2\right)\left(x_{S2} - x_O\right) - \Phi_{2x}\left(y_{S2} - y_O\right) + M_{дв} + R_{32}^{y}\left(x_A - x_O\right) - R_{32}^{x}\left(y_A - y_O\right) = 0;$$

уравнения проекций всех сил на координатные оси x и y:

$$\sum F_{2x} = 0,\ R_{12}^{x} + \Phi_{2x} + R_{32}^{x} = 0;$$

$$\sum F_{2y} = 0,\ R_{12}^{y} + \Phi_{2y} - G_2 + R_{32}^{y} = 0.$$

Для звеньев 3-6 уравнения кинетостатики получены и здесь не приводятся. В результате получена система 15 алгебраических уравнений с 14 неизвестными реакциями связей $\vec{R}_{ij}^{x}, \vec{R}_{ij}^{y}$ и неизвестный движущий момент $M_{дв}$.Система уравнений была решена с помощью математического пакета MathCad.

Приведем здесь результаты силового расчета механизма при следующих входных параметрах: $l_{OA} = 0.1$м, $l_{AB} = 0.3$м, $l_{BD} = 0.2$м, $l_{DE} = 0.3$м, $l_{BC} = 0.2$м, $l_{CF} = 0.3$м, $l_{CD} = 0.2$м, $m_2 = 0.815$кг, $m_3 = 2.44$кг, $m_4 = 4.89$кг, $m_5 = 2.44$кг, $m_6 = 2.44$кг, $\omega_2 = 6.5\,c^{-1}$, $\varepsilon_2 = 0\,c^{-2}$, $M_{ПС} = 550\,\text{Н}\cdot\text{м}$.

Для положения $\varphi_2 = 45^{0}$ определены реакции связей в кинематических парах $R_{12}^{y} = 1323.70$ Н, $R_{12}^{x} = 7693.21$ Н, $R_{23}^{y} = 1314.48$ Н, $R_{23}^{x} = 7691.99$ Н, $R_{43}^{y} = -1289.4170$ Н, $R_{43}^{x} = 7683.72$ Н, $R_{15}^{y} = 1479.41.70$ Н, $R_{15}^{x} = -4994.72$ Н, $R_{45}^{y} = -1459.49$ Н, $R_{45}^{x} = 4995.58$ Н, $R_{16}^{y} = -2685.96$ Н, $R_{16}^{x} = -2677.45$ Н, $R_{46}^{y} = 2709.88$ Н, $R_{46}^{x} = 2678.89$ Н и движущий момент $M_{дв} = 450.67\,\text{Н}\cdot\text{м}$

Вывод. Выполнен силовой анализ механизма с группой Ассура III-го класса аналитическим методом. Определены реакции связей в кинематических парах.

Литература

1. Дворников, Л.Т. Кинематическое и кинетостатическое исследование двухсекционного грохота / Л.Т. Дворников, С.П. Стариков // Вестник Кузбасского государственного технического университета. 2008. - №1. – С. 44-46.

2. Иноземцева, Н.В. Исследование плоских механизмов высоких классов методом инверсии / Н.В. Иноземцева, А.В. Астрейко // Материалы XII Международной научно-технической конференции «Современные проблемы машиноведения». Гомель, 22-23 ноября 2018 г. С. 332-334.

3. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для вузов / М. З. Коловский [и др.]. - 2-е изд., испр. - Москва: Академия, 2008. - 558 с.

О. Н. Бенько (МГПУ имени И.П. Шамякина, Мозырь)
Науч. рук. **Е. М. Овсиюк,** канд. физ.-мат. наук, доцент

ЦИЛИНДРИЧЕСКИ СИММЕТРИЧНЫЕ РЕШЕНИЯ СПИНОРНЫХ УРАВНЕНИЙ МАКСВЕЛЛА В ГИПЕРБОЛИЧЕСКОМ ПРОСТРАНСТВЕ ЛОБАЧЕВСКОГО

Рассмотрим спинорные уравнения Максвелла в цилиндрических координатах сферического пространства S_3:

$$dS^2 = dt^2 - dr^2 - \sinh^2 r\, d\phi^2 - \cosh^2 r\, dz^2 , \qquad x^\alpha = (t, r, \phi, z) , \quad (1)$$

$$G = \{\rho \in [0, +\infty),\ \phi \in [-\pi, +\pi],\ z \in (-\infty, +\infty)\} .$$

Исходим из уравнения Максвелла в спинорной форме [1]

$$\left[\sigma^c e^\alpha_{(c)}(x)\partial_\alpha + \sigma^c (\frac{1}{2}\Sigma^{ab} \otimes I + I \otimes \frac{1}{2}\Sigma^{ab})\gamma_{abc}(x) \right] \xi(x) = 0, \qquad (2)$$

$$\Sigma^{0j} = \frac{1}{2}\sigma^j, \quad \Sigma^{12} = -\frac{i}{2}\sigma^3, \quad \Sigma^{23} = -\frac{i}{2}\sigma^1, \quad \Sigma^{31} = -\frac{i}{2}\sigma^2 .$$

С учетом (1) уравнение (2) записывается в виде

$$\Big[\partial_t + \sigma^1 \partial_r + \frac{\sigma^2}{\sinh r}\partial_\phi + \frac{\sigma^3}{\cosh r}\partial_z +$$

$$+ \sigma^2 (\Sigma^{12} \otimes I + I \otimes \Sigma^{12}) \frac{\cosh r}{\sinh r} - \sigma^3 (\Sigma^{31} \otimes I + I \otimes \Sigma^{31}) \frac{\sinh r}{\cosh r} \Big] \xi = 0. \quad (3)$$

Будем использовать следующую подстановку для симметричного спинора ξ:

$$\xi(t, r, \phi, z) = e^{-i\varepsilon t}\, e^{im\phi}\, e^{ikz} \begin{vmatrix} f(r) & h(r) \\ h(r) & g(r) \end{vmatrix},$$

тогда уравнение (3) дает 4 дифференциальных уравнения

$$\left(\frac{d}{dr} + \frac{m}{\sinh r} + \frac{\sinh r}{\cosh r} \right) h + \left(-i\varepsilon + \frac{ik}{\cosh r} \right) f = 0;$$