

Академик П. П. ЛАЗАРЕВ

ИССЛЕДОВАНИЯ ПО ВЕКОВЫМ ВАРИАЦИЯМ ЗЕМНОГО МАГНЕТИЗМА. Вековые вариации, выведенные из теории Био

1. Био ⁽¹⁾ доказал, что земное магнитное поле может быть приближенно представлено полем бесконечно малого магнита—диполя, помещенного в центре земли и имеющего магнитную ось, наклоненную под углом около 11° к оси вращения земного шара. Гениальные труды Гаусса ⁽²⁾ позволили найти точное выражение магнитного потенциала земли для всего окружающего ее пространства. Из этих исследований следует, что решение, полученное Био, представляет первое приближение для реального земного поля.



Фиг. 1

Если бы диполь Био оставался неподвижным по отношению к земному шару, то магнитные элементы земли имели бы в каждой ее точке постоянные независимые от эпохи значения. Наблюдения, наоборот, показывают, что геомагнитные элементы изменяются со временем наблюдения и эти медленные вариации носят название вековых вариаций.

Естественно допустить, что с известным приближением вековые вариации могут быть математически выражены, если допустить, что ось диполя Био, постоянно проходя через центр земли, описывает круглый конус.

2. Мы допустим, что центр диполя Био помещен в центре O земли (фиг. 1). Полюсы $+m$ и $-m$ диполя имеют расстояние L . Потенциал в точке A поверхности земли равен

$$V = -\frac{mL}{r^2} \cos \alpha = -\frac{\omega}{r^2} \cos \alpha, \quad (1)$$

где r —расстояние OA , которое бесконечно велико по отношению к L ; α —угол между осью диполя ($+m$) O ($-m$) и прямой OA ; ω —магнитный момент диполя, равный магнитному моменту земли.

Из формулы (1) выводятся значения вертикальной составляющей Z , горизонтальной составляющей H , наклона I и полного значения силы земного поля F :

$$Z = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{2\omega}{r^3} \cos \alpha; \quad H = \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \alpha} = \frac{\omega}{r^3} \sin \alpha; \quad (2)$$

$$F = \sqrt{Z^2 + H^2} = \frac{\omega}{r^3} \sqrt{1 + 3 \cos^2 \alpha}; \quad (3)$$

$$\operatorname{tg} I = \frac{Z}{H} = -2 \operatorname{cotg} \alpha. \quad (4)$$

Сферический треугольник nAN дает

$$\frac{\sin D}{\sin \lambda} = \frac{\sin \nu}{\sin \alpha}$$

Подставляя $\nu = \frac{\pi}{2} - \vartheta$, имеем

$$\frac{\sin D}{\sin \lambda} = \frac{\cos \vartheta}{\sin \alpha} \quad \text{или} \quad \sin D = \frac{\cos \vartheta \cdot \sin \lambda}{\sin \alpha}$$

После подстановки значения $\sin \alpha$ [формула (6В)] мы имеем

$$\sin D = \frac{\cos \vartheta \cdot \sin \lambda}{\sqrt{1 - (\sin \vartheta \cdot \sin \varphi + \cos \vartheta \cdot \cos \varphi \cdot \cos \lambda)^2}} \quad (8)$$

5. В формулах (7) и (8) широта φ точки A и ее долгота $\lambda_1 = 0^\circ$ постоянны.

Широта ϑ северного магнитного полюса, его долгота λ и магнитный момент земного шара ω являются, вообще говоря, функциями времени t .

Мы можем, таким образом, написать:

$$\vartheta = \vartheta(t); \quad \lambda = \lambda(t); \quad \omega = \omega(t).$$

Методом подбора можно найти такие функции $\vartheta(t)$, $\lambda(t)$, $\omega(t)$, что значения Z , H , D , I , вычисленные по формулам (7) и (8), будут совпадать со значениями тех же составляющих, наблюдаемых при измерениях.

Как можно видеть, значения $\text{tg } I$ и $\sin D$ не зависят от магнитного момента земного шара.

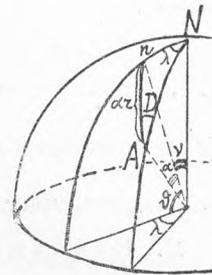
В дальнейшем изучим простейший случай движения магнитного полюса. Мы допустим, что магнитный момент ω земли постоянен; далее, мы предположим, что северный магнитный полюс описывает с постоянной скоростью вокруг северного географического полюса как центра окружности.

Приняв эти гипотезы, мы получаем $\lambda = \lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t$, где λ_0 — постоянная и T — период обращения северного магнитного полюса. $\vartheta = \vartheta_0$ постоянная.

Уравнения (7) и (8) дают

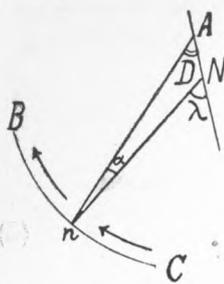
$$\left. \begin{aligned} Z &= -\frac{2\omega}{r^3} \left(\sin \vartheta_0 \sin \varphi + \cos \vartheta_0 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right) \right); \\ H &= \frac{\omega}{r^3} \sqrt{1 - \left(\sin \vartheta_0 \cdot \sin \varphi + \cos \vartheta_0 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right) \right)^2}; \\ \text{tg } I &= -2 \frac{\sin \vartheta_0 \cdot \sin \varphi + \cos \vartheta_0 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right)}{\sqrt{1 - \left(\sin \vartheta_0 \cdot \sin \varphi + \cos \vartheta_0 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right) \right)^2}}; \\ \sin D &= \frac{\cos \vartheta_0 \cdot \sin \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right)}{\sqrt{1 - \left(\sin \vartheta_0 \cdot \sin \varphi + \cos \vartheta_0 \cdot \cos \varphi \cdot \cos \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right) \right)^2}}. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

6. Мы изучим более детально вековые вариации элементов геомагнетизма в двух точках земной поверхности: на географическом экваторе и на северном магнитном полюсе.



Фиг. 3.

А. Вековые вариации Z , H , I и D на экваторе. В этом случае $\varphi=0$ и формулы (9) принимают вид



Фиг. 4

$$\left. \begin{aligned} Z &= -\frac{2\omega}{r^3} \cos \vartheta_0 \cdot \cos \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right); \\ H &= \frac{\omega}{r^3} \sqrt{1 - \cos^2 \vartheta_0 \cdot \cos^2 \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right)}; \\ \operatorname{tg} I &= -2 \frac{\cos \vartheta_0 \cdot \cos \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right)}{\sqrt{1 - \cos^2 \vartheta_0 \cdot \cos^2 \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right)}}; \\ \sin D &= \frac{\cos \vartheta_0 \cdot \sin \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right)}{\sqrt{1 - \cos^2 \vartheta_0 \cdot \cos^2 \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right)}}. \end{aligned} \right\} (10)$$

Как можно видеть, Z имеет период T , между тем как H имеет период $\frac{T}{2}$.

Можно доказать это свойство H непосредственно, подставляя в формулу (10), выражающую H , вместо t значение $t + \frac{T}{2}$. Мы имеем

$$\sqrt{1 - \cos^2 \vartheta_0 \cdot \cos^2 \left[\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} \left(t + \frac{T}{2} \right) \right]} = \sqrt{1 - \cos^2 \vartheta_0 \cdot \cos^2 \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right)},$$

что и доказывает, что $\frac{T}{2}$ есть период H .

В. Вековые вариации Z , H , I и D на географическом полюсе.

На северном географическом полюсе мы имеем $\varphi = \frac{\pi}{2}$. Таким образом, получаем

$$Z = -\frac{2\omega}{r^3} \cdot \sin \vartheta_0; \quad H = \frac{\omega}{r^3} \cdot \cos \vartheta_0; \quad \operatorname{tg} I = -2 \operatorname{tg} \vartheta_0; \quad \sin D = \sin \left(\lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t \right). \quad (11)$$

Z , H и I постоянны на географическом полюсе. Легко видеть, что, измеряя наклонение I на северном географическом полюсе, можно получить широту ϑ_0 северного магнитного полюса.

Результат, полученный для склонения [формула (11)], станет вполне ясным, если мы поместим точку наблюдения A сначала на конечном расстоянии от северного географического полюса N (фиг. 4), а затем будем точку A непрерывно приближать к полюсу N . Пусть n — северный магнитный полюс, обращающийся около северного географического полюса N по окружности CB .

Мы имеем $\lambda = \alpha + D$ или $D = \lambda - \alpha$, откуда $D = \lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t - \alpha$. Если расстояние AN беспрестанно уменьшается, то угол α делается бесконечно малым и в пределе получается

$$D = \lambda_0 + \frac{2\pi}{T} t.$$

Мы получаем непосредственно результат, который мы получили непрямым путем.

Институт теоретической геофизики
Академии Наук СССР
Москва

Поступило
16 VIII 1939

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

¹ E. Mascart et J. Joubert, Leçons sur l'électricité et le magnétisme, T. I, p. 475, Paris (1882). ² K. F. Gauss, Werke, T. 5, p. 119 (1867).