J. McGrath, M. Bardosova, M.E. Pemble //Langmuir. – 2016. – Vol. 32, №. 23. – P. 5862–5869.

7. Sullivan, D.M. Electromagnetic simulation using the FDTD method / D.M. Sullivan. – Wiley-IEEE Press, 2013. –192 p.

А.А. Хорт (УО ГГТУ имени П.О. Сухого, Гомель)
Науч. рук. **Д.Г. Кроль,** канд. физ.-мат. наук, доцент

ВОЗДЕЙСТВИЕ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ

Для вязкой несжимаемой жидкости в полярных координатах (r,φ) рассмотрим следующий класс стационарных цилиндрических течений:

$$\upsilon_r \equiv 0,\ \upsilon_\varphi = \upsilon(r),\ p = p(r),\ T = T(r), \tag{1}$$

$$F_r \equiv 0,\ F_\varphi = F_\varphi(\boldsymbol{\upsilon}^2, T, r),\ q_\upsilon = q_\upsilon(\boldsymbol{\upsilon}^2, T, r),\ c_p, \lambda, \mu, \rho - \text{const},$$

$$\tau_{rr} \equiv 0,\ \tau_{\varphi\varphi} \equiv 0,\ \tau_{r\varphi} = \mu\left(\frac{d\upsilon}{dr} - \frac{\upsilon}{r}\right).$$

Здесь $\boldsymbol{\upsilon}(\upsilon_r, \upsilon_\varphi)$ – вектор скорости, ρ – плотность; $\boldsymbol{F}(F_r, F_\varphi)$ – вектор массовой силы; τ_{rr}, $\tau_{\varphi\varphi}$, $\tau_{r\varphi} = \tau_{\varphi r}$ – компоненты девиатора тензора напряжений; T – температура; c_p – удельная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; μ – коэффициент динамической вязкости. Объемный источник энергии $q_\upsilon(\boldsymbol{\upsilon}^2, T, r)$ моделирует воздействие внутренних источников тепла и теплообмен жидкости с внешней средой. Для диссипативной функции Ф принимаем оценку $\Phi << |q_\upsilon|$, т. е. рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением тепла за счет вязкой диссипации энергии. В данной работе рассматривается неклассический вариант задачи о течении жидкости между соосными вращающимися цилиндрами. А именно: учитывается рэлеевская сила сопротивления $\boldsymbol{F} = -\zeta\boldsymbol{\upsilon}$, где $\zeta > 0$ – коэффициент «внешнего» трения. Модель сопротивления Рэлея оказалась эффективной в задачах тепломассообмена при кристаллизации полупроводников в условиях орбитального полета [1]. Основная идея этого подхода состоит в том, что гидродинамическое описание расплава учитывает наличие кластерных образований, которые оказывают сопротивление течению.

Движение (1) определяется уравнениями Навье-Стокса и уравнением энергии, которые можно записать в виде динамической системы

$$\frac{d^2\upsilon}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{d\upsilon}{dr}=\frac{\upsilon}{r^2}-\frac{F_\varphi}{\nu},\ \frac{d^2T}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dT}{dr}=-\frac{q_\upsilon}{\lambda}, \tag{2}$$

$$F_\varphi=-\zeta\upsilon,\ \zeta=\zeta(\upsilon^2,T,r),\ q_\upsilon=q_\upsilon(\upsilon^2,T,r),\ \nu=\mu/\rho.$$

Давление $p(r)$ подсчитывается автономно от системы (2):

$$\frac{1}{\rho}\frac{dp}{dr}=\frac{\upsilon^2}{r},$$

Очевидно, что уравнение неразрывности выполняется тождественно. Данное решение справедливо на конечном отрезке r и определяет течение между двумя непроницаемыми коаксиальными цилиндрами. На обеих граничных окружностях выполнено условие прилипания.

Далее будем применять безразмерные величины, обозначая их чертой сверху: $\bar{\upsilon}=\upsilon/\upsilon_1$, $\bar{\tau}=\tau/\upsilon_1$, $\bar{r}=r/r_0$ и т.д., где $T-T_0=\upsilon_1\tau/c_1$; c_1, r_0 υ_1 – положительные постоянные, имеющие размерность удельной теплоемкости Дж/(кг·град), длины и скорости соответственно; T_0 – отсчетное значение температуры.

Для коэффициента сопротивления и источника энергии применяем частные зависимости следующего вида:

$$\bar{\zeta}\equiv r_0^2\zeta/\nu=[2(1-3\bar{\tau}^2+\bar{\upsilon}^2)-1]/\bar{r}^2, \tag{3}$$

$$\bar{q}_x\equiv c_1r_0^2q_\upsilon/(\lambda\upsilon_1^2)=2\bar{\tau}(\bar{\tau}^2-3\bar{\upsilon}^2-1)/\bar{r}^2. \tag{4}$$

В этом случае система (2) имеет точное решение [2]:

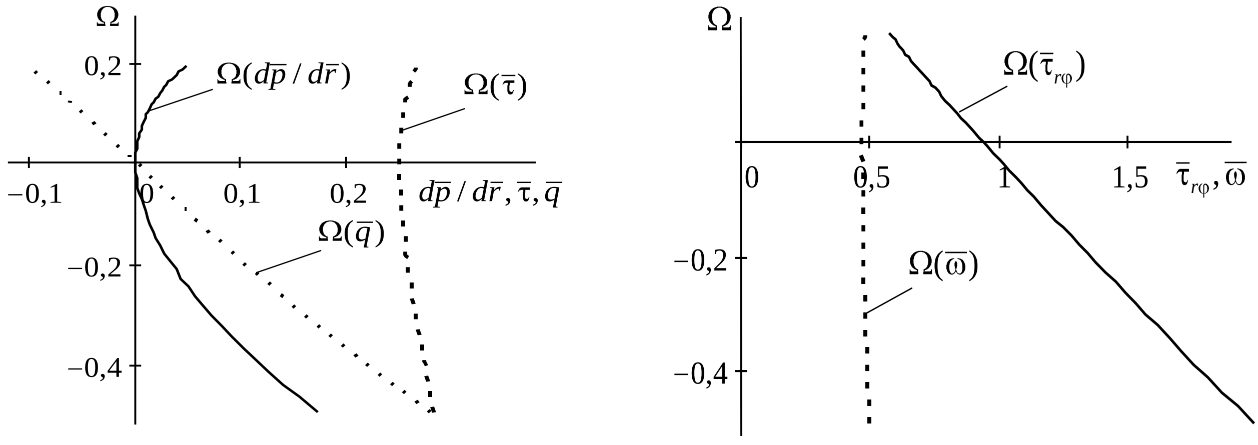
$$\bar{\upsilon}=2\varepsilon\cdot\sin(2\alpha)/\delta,\ \bar{\tau}=(1-\varepsilon^2)/\delta, \tag{5}$$

$$\delta=1+\varepsilon^2+2\varepsilon\cdot\cos(2\alpha),\ \alpha=\ln(r/r_0).$$

Здесь ε – параметр решения. В частном случае $\varepsilon^2=1$ получаем изотермическое течение, $T=T_0\equiv\mathrm{const}$. Если $\varepsilon^2<1$, то $\tau>0$, течение происходит в «горячей» области, $T>T_0$. Если $\varepsilon^2>1$, то $\tau<0$, имеем «холодную» область, $0<T<T_0$.

Для функций (3), (4) явная зависимость от радиальной координаты характеризует структурную неоднородность, присущую внешней силе сопротивления за счет образования кластеров.

Данная работа имеет целью изучить количественные характеристики воздействия нелинейной силы сопротивления на неоднородное течение между вращающимися цилиндрами. Анализ неизотермического течения основан на формулах (5). Радиальный тепловой поток равен $q_r=-\lambda(dT/dr)$ и в безразмерном виде записывается так $\bar{q}=(c_1r_0q_r)/(\lambda\upsilon_1^2)$. Угловая скорость течения есть $\Omega=\bar{\upsilon}/\bar{r}$. Из (5) следует, что $\delta>0$ при $\varepsilon^2\neq1$. Рассмотрим вариант, когда внутренний ($r = r_2$) и внешний ($r = r_1$) цилиндры вращаются вокруг их общей оси; на линии $r = r_0$ жидкость неподвижна, $r \in [r_2, r_1]$, $0 < r_2 < r_0 < r_1$. Некоторые результаты расчетов даны на рисунке 1.



а) *б)*

Рисунок 1 – Неизотермические свойства вихревого поля в «горячей» области: $\varepsilon = 0{,}6$, $r_1 = 1{,}3$, $r_2 = 0{,}7$.

Численные расчеты позволили подробно изучить новое точное аналитическое решение (5), определяющее стационарное течение вязкой жидкости между двумя коаксиальными цилиндрами. Рассмотрены также варианты течения, когда один из цилиндров (внешний либо внутренний) неподвижен.

Данная работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергетические системы, процессы и технологии 2,9». Науч. рук. проекта профессор О.Н. Шабловский.

Литература

1. Картавых, А.В., Мильвидский, М.Г., Гинкин, Забудько В.П., Науменко, М.А. Кластерная модель структуры расплавов в погранслое и ее гидродинамическое описание при моделировании процессов кристаллизации полупроводников в космосе // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. 2004. № 6. С. 91–98.
2. Шабловский, О.Н., Кроль, Д.Г. Концевой, И.А. Нелинейное сопротивление и завихренность течения жидкости между коаксиальными вращающимися цилиндрами // Ученые записки Забайкальского государственного университета. Физика. Математика. Техника. Технология. 2016. Т.11, № 4. – С. 59–68.