Литература

1. Жердецкий, Ю.В. Сравнительный анализ надежности вариантов организации технологических систем производства с элементами потенциальной опасности // Ю.В. Жердецкий // Сборник статей «Творчество молодых», ГГУ им. Ф. Скорины, 2015 г., ч. 1. С.162–165.

2. Проурзин, В.А. Алгоритмы численного анализа надежности и риска для сложной системы на основе деревьев отказов. // Труды Международной Научной Школы 'Моделирование и анализ безопасности, риска и качества в сложных системах' (МА БРК – 2001). СПб.: Издательство ООО «НПО «Омега»', 2001, – С. 263–268.

А.А. Хорт (УО «ГГТУ им. П.О. Сухого», Гомель)
Науч. рук. **Д.Г. Кроль,** канд. физ.-мат. наук, доцент

ВОЗДЕЙСТВИЕ ВНЕШНЕЙ СИЛЫ СОПРОТИВЛЕНИЯ НА ВЯЗКОУПРУГОЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЯ КУЭТТА

Плоское двумерное стационарное течение несжимаемой сплошной среды определяется уравнениями [1]:

$$\rho\upsilon_k \frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_k} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ik}}{\partial x_k} + \rho F_i, \qquad \frac{\partial \upsilon_k}{\partial x_k} = 0, \tag{1}$$

$$\rho c_p \upsilon_k \frac{\partial T}{\partial x_k} = -\frac{\partial q_k}{\partial x_k} + \Phi + q_\upsilon, \; q_i = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x_i}, \tag{2}$$

$$\nu = \mu/\rho \;\; i,k = 1,2; \;\; \rho, c_p, \lambda, \mu - \text{const}.$$

Реологическое уравнение состояния вязкоупругой жидкости Максвелла возьмем в следующей форме записи:

$$\tau_{ij} + \gamma\left[\upsilon_k \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_k} + m(\tau_{ik}\omega_{kj} - \omega_{ik}\tau_{kj})\right] = 2\mu e_{ij}, \tag{3}$$

$$2e_{ij} = \frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \upsilon_j}{\partial x_i}, \; 2\omega_{ij} = \frac{\partial \upsilon_i}{\partial x_j} - \frac{\partial \upsilon_j}{\partial x_i}.$$

Здесь $x_1 = x$, $x_2 = y$ – декартовы прямоугольные координаты; $\boldsymbol{\upsilon}(\upsilon_1, \upsilon_2)$ – вектор скорости; ρ – плотность; p – давление; T – температура; $\boldsymbol{q}(q_1, q_2)$ – вектор удельного теплового потока; c_p – удельная теплоемкость; λ – коэффициент теплопроводности; q_υ – объемная мощность внутренних источников энергии; τ_{ij} – компоненты девиатора тензора напряжений; e_{ij} – компоненты тензора скоростей деформации; μ – коэффициент динамической вязкости; γ – время релаксации вязких напряжений; Φ – диссипативная функция. Дважды повторяющийся индекс k означает суммирование. Дифференциальный оператор в (3) при $m=1$ есть конвективная производная Яуманна, при $m=0$ – обычная субстанциональная производная. При $\gamma=0$ формула (3) описывает свойства вязкой ньютоновской жидкости. Внешняя сила трения Релея $\boldsymbol{F}(F_1, F_2) = -\zeta\boldsymbol{\upsilon}$ дает возможность моделировать широкий круг термогидродинамических явлений, представляющих практический интерес: периодические течения в тонких слоях жидкости, вихревые структуры в задачах промышленной экологии и прикладной геофизики. Для диссипативной функции Φ принимаем оценку $\Phi << |q_\upsilon|$, т. е. рассматриваем процессы, для которых можно пренебречь выделением тепла за счет вязкой диссипации энергии.

Хорошо известно, что в классической гидродинамике важным примером сдвигового течения служит течение Куэтта. Здесь мы рассматриваем обобщение этой задачи, учитывая нелинейность внешнего сопротивления в неизотермических условиях. Далее полагаем, что коэффициент сопротивления зависит от температуры T, монотонно растет при увеличении $|\boldsymbol{\upsilon}|$ и является четной функцией скорости:

$$\zeta = \zeta(\boldsymbol{\upsilon}^2, T),\ \partial\zeta/\partial(\boldsymbol{\upsilon}^2) > 0.$$

Данная работа имеет целью изучить количественные характеристики воздействия нелинейной силы сопротивления на завихренность вязкоупругой жидкости. Изучается течение вида

$$\upsilon_1 \equiv u = u(y),\ \upsilon_2 \equiv 0,\ p = p(y),\ T = T(y). \tag{4}$$

Вихрь скорости $\omega = (1/2)\ \mathrm{rot}\ \boldsymbol{\upsilon}$ имеет одну нетривиальную составляющую $\omega_z \equiv \omega = (-1/2)(du/dy)$, направленную перпендикулярно плоскости (x, y). Обозначим $\tau = (c_1/u_1)(T - T_0)$, $T_0 \equiv \mathrm{const}$. Здесь T_0 – отсчетное значение температуры; c_1 – произвольная положительная постоянная, имеющая размерность удельной теплоемкости, Дж/(кг $\cdot$ град); y_1, u_1 – положительные константы, имеющие размерности длины и скорости соответственно; линейный масштаб релаксации равен $L_1 = \gamma u_1$. Безразмерные величины будем отмечать чертой сверху. Для коэффициента сопротивления и для объемного источника энергии возьмем следующие физически содержательные зависимости:

$$\overline{\zeta} \equiv \zeta y_1^2/\nu = D_1 D_2,\ D_1 = (1-4\Gamma)/(1+4\Gamma)^2,\ D_2 = 2(1-3\overline{\tau}^2 + \overline{u}^2), \tag{5}$$

$$\overline{q}_\upsilon \equiv q_\upsilon c_1 y_1^2/(\lambda u_1^2) = 2\overline{\tau}(\overline{\tau}^2 - 3\overline{u}^2 - 1) = 4\overline{\tau}(-3\tau_1\overline{\tau} + 2\overline{\tau}^2 + 1),$$

$$\Gamma = (\overline{\gamma} m \overline{\omega})^2 \tag{6}$$

$$\overline{\gamma} = \gamma u_1/y_1,\ \overline{\omega} = \omega y_1/u_1,\ d\overline{u}/d\overline{y} = -2\overline{\omega}.$$

Функция $\Gamma(\bar{y})$ характеризует неравновесные свойства вихревого поля. В классе движений (4) - (6) имеют, согласно [2, 3], точное решение

$$\bar{u} \equiv u/u_1 = 2\varepsilon[\sin(2\bar{y})]/\delta,\ \bar{\tau} \equiv \tau/u_1 = (1-\varepsilon^2)/\delta, \qquad (9)$$
$$\delta = 1+\varepsilon^2 + 2\varepsilon\cos(2\bar{y}),\ \bar{y} = y/y_1,\ y_1 > 0,\ u_1 > 0.$$

Ясно, что $\delta > 0$ при $\varepsilon^2 \neq 1$; ε – параметр решения. Если $\varepsilon^2 < 1$, то $\tau > 0$, течение происходит в «горячей» области, $T > T_0$. Если $\varepsilon^2 > 1$, то $\tau < 0$, имеем «холодную» область, $0 < T < T_0$.

Приведем некоторые результаты численных расчетов. На рисунке 1 показаны зависимости безразмерных скорости, давления, вязкого касательного напряжения и коэффициента сопротивления от поперечной координаты $\bar{y}$.

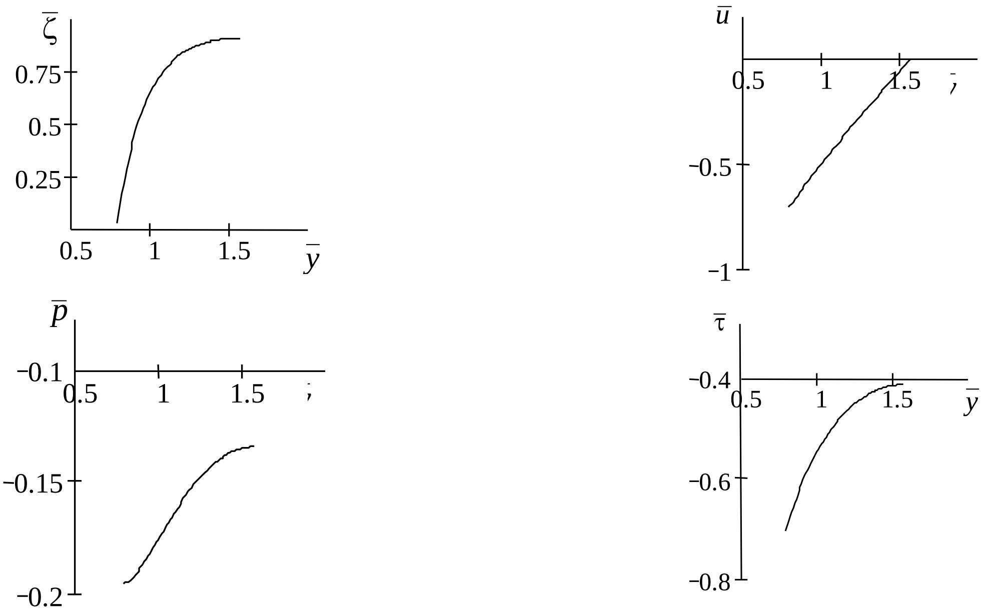

Рисунок 1 – Зависимость безразмерных параметров течения от безразмерной поперечной координаты в «холодной» области

В работе изложены результаты численно-аналитического исследования течения Куэтта для вязкоупругой жидкости Максвелла, испытывающей воздействие внешней силы трения Рэлея. Такая сила служит моделью сопротивления, которое оказывают многоатомные кластеры течению расплава. Изучен случай, когда сила внешнего трения действует на фоне релаксирующей завихренности. Неизотермический режим изучен в «холодной» и «горячей» областях, различающихся значениями температур по отношению к отсчетной температуре T_0.

Данная работа выполнена в рамках госпрограммы «Энергетические системы, процессы и технологии 2.9». Науч. рук. проекта профессор О.Н. Шабловский.

Литература

1. Седов, Л.И. Механика сплошной среды / Л.И. Седов. – М. : Наука, 1973, Т.1. – 536 с.

2. Шабловский, О.Н. Тригонометрический профиль скорости сдвигового течения вязкой жидкости / О.Н. Шабловский // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Серия «Математика. Механика. Физика». Выпуск 5. № 32(249). С. 77–82.

3. Шабловский, О. Н. Вихрь скорости и производство энтропии в релаксирующем потоке вязкой жидкости с внутренними источниками / О.Н. Шабловский // Энергетика – Изв. высш. учеб. заведений и энерг. объединений СНГ. 2011. № 5. С. 55–65.

А.А. Шамына (УО «ГГУ им. Ф. Скорины», Гомель)
Науч. рук. **В.Н. Капшай**, канд. физ.-мат. наук, доцент

АНАЛИЗ МОДЕЛИ ГВГ ОТ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ, ПОКРЫТОЙ НЕЛИНЕЙНЫМ СЛОЕМ, В ПРИБЛИЖЕНИИ GNLRGD ДЛЯ НАКЛОННО ПАДАЮЩЕЙ ЭЛЛИПТИЧЕСКИ ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ПЛОСКОЙ ВОЛНЫ

Введение. Вот уже около двух десятков лет явление генерации второй гармоники от поверхностей активно исследуется учёными всего мира. В дипольном приближении в центросимметричных средах оно наблюдается только на границах раздела. Это позволяет зондировать поверхности частиц в отсутствии шумового сигнала от их объёма и раствора, в котором они находятся. Такое явление уже было использовано для получения ориентации адсорбированных молекул на поверхности сферических частиц, для исследования транспорта веществ через мембраны липосом, для изучения частиц, обладающих полупроводниковыми свойствами.

Постановка задачи. Введём сферическую, цилиндрическую и декартову системы координат. Пусть Oz направлена вверх, ось Ox вправо, а ось Oy перпендикулярно Ox и Oz. Векторы $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ – это единичные орты декартовой системы координат, $\mathbf{e}_\rho, \mathbf{e}_\varphi, \mathbf{e}_z$ - единичные орты цилиндрической системы координат, а $\mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\varphi$ – единичные орты сферической системы координат. Поместим цилиндрическую диэлектрическую частицу радиуса a и высотой h начало координат так, чтобы центр частицы совпадал с началом координат (рисунок 1). Пусть она покрыта тонким слоем оптически нелинейного вещества толщиной