

В. ФАБРИКАНТ
О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ЭЛЕКТРОНОВ ПО СЕЧЕНИЮ ГАЗОВОГО
РАЗРЯДА

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 28 VI 1939)

Как и всякая диффузионная теория, теория положительного столба разряда Шоттки⁽¹⁾ справедлива только при достаточно малых длинах свободных пробегов элементарных частиц.

Однако при таких условиях обычно не соблюдается предположение о прямом характере процесса ионизации, положенное в основу теории Шоттки. Экспериментальные данные свидетельствуют о значительной роли в таких условиях ступенчатой ионизации, т. е. ионизации уже возбужденных атомов⁽²⁾.

Считая, что в каждой точке разряда концентрация возбужденных атомов пропорциональна концентрации электронов, Шоттки показал, что учет ступенчатой ионизации сводится к решению нелинейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.

Решение этого дифференциального уравнения Шоттки не дал. Поскольку, как указывалось выше, теорию Шоттки приходится применять главным образом в условиях сильной ступенчатой ионизации, нам казалось интересным выяснить, как наличие ступенчатой ионизации скажется на справедливости некоторых выводов этой теории.

1. Для простоты рассмотрим задачу при тех же граничных условиях, что и Шоттки, т. е. будем считать концентрацию электронов на стенке равной нулю. Более строго вопрос о граничных условиях рассмотрен в работе Грановского⁽³⁾, где показана ошибочность трактовки этого вопроса Зеелигером и Функом⁽⁴⁾.

Мы сразу ограничимся рассмотрением предельного случая, когда вся ионизация происходит ступенчатым путем.

Относительно концентрации возбужденных атомов мы сделаем предположение, отличное от предположения Шоттки, и будем считать, что эта концентрация распределена по сечению разряда по функции Бесселя нулевого порядка с нулем на стенке⁽¹¹⁾.

Тогда в отсутствии объемной рекомбинации мы получим дифференциальное уравнение для концентрации электронов

$$\frac{1}{x} \cdot \frac{d}{dx} \left(x \frac{dn_e}{dx} \right) + b_1 J_0(\mu_1 x) n_e = 0, \quad (1)$$

где: n_e — концентрация электронов; $x = \frac{r}{a}$ (a — радиус разрядной трубки); μ_1 — первый корень функции Бесселя;

$$b_1 = \frac{\alpha_i' a^2}{D}$$

(здесь α_i' — число ступенчатых ионизаций на один электрон на оси разряда, D — коэффициент амбиполярной диффузии). Уравнение (1) является однородным линейным дифференциальным уравнением с переменным коэффициентом.

Решение этого уравнения можно искать при помощи разложения в степенные ряды либо графическим способом. При этом прежде всего из граничного условия определяется собственное значение параметра b_1 .

Как аналитический расчет, выполненный по нашей просьбе К. А. Семендяевым, так и графическая интеграция, выполненная нами при помощи метода функциональных шкал Франка⁽⁵⁾, приводят к значению b_1 , близкому к 7.2. Иными словами, вместо соотношения, полученного Шоттки

$$a \sqrt{\frac{\alpha_i}{D}} \approx 2.4, \quad (2)$$

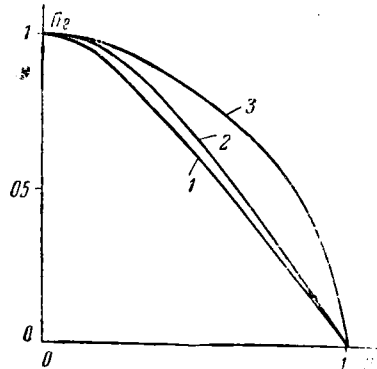
где α_i — число прямых ионизаций на один электрон, мы получаем

$$a \sqrt{\frac{\alpha_i}{D}} \approx 2.7. \quad (3)$$

Соотношение (3) по существу гораздо сложнее, чем соотношение (2), так как α_i пропорционально концентрации возбужденных атомов на оси разряда.

2. На фиг. 1 кривая 1 изображает решение уравнения (1), а кривая 2 функцию Бесселя нулевого порядка с нулем на стенке, соответствующую прямой ионизации.

Мы видим, что решение уравнения (1) практически весьма близко к функции Бесселя нулевого порядка.



Фиг. 1. 1—распределение электронов при ступенчатой ионизации; 2—распределение электронов при прямой ионизации; 3—распределение электронов при рекомбинации тройными соударениями

Напомним, что рассмотрен был предельный случай целиком ступенчатой ионизации, когда отступления должны быть наибольшими.

Таким образом, мы приходим к весьма важному выводу, что характер ионизации мало влияет на распределение электронов по сечению разряда.

При ступенчатой ионизации можно с достаточной степенью точности пользоваться тем же выражением для распределения электронов по сечению разряда, что и для прямой ионизации

$$n_e(r) = n_e(0) J_0 \left(\nu_1 \frac{r}{a} \right). \quad (4)$$

Значительное различие будет только в величине $n_e(0)$ и в распределении числа образующихся в единицу времени пар ионов в единице объема.

Распределение числа вновь образующихся ионов будет близко к

$$J_0^2 \left(\nu_1 \frac{r}{a} \right)^{(3)}$$

3. Ограничиваясь только предельными случаями, нетрудно решить, как должна влиять объемная рекомбинация на распределение электронов по сечению разряда.

Рекомбинация может быть двух типов: при двойном соударении (ион и электрон) и при тройном соударении (ион и два электрона). Поскольку число актов рекомбинации пропорционально квадрату или кубу концентрации, объемная рекомбинация будет более интенсивной на оси разряда. Поэтому объемная рекомбинация должна делать кривую распределения электронов более выпуклой. Если ионизация происходит только ступенчатым путем, а уничтожение зарядов только за счет рекомбинации при двойных соударениях и диффузией к стенкам можно пренебречь, то вместо уравнения (1) можно написать:

$$-n_e^2 + b_2 J_0 \left(\nu_1 \frac{r}{a} \right) n_e = 0 \quad (5)$$

и для $n_e(r)$ мы получаем соотношение (4) уже как точное решение. Константа b_2 равна концентрации на оси разряда и, естественно, зависит от вероятности рекомбинации. При объемной рекомбинации за счет тройных соударений для такого же предельного случая мы получим:

$$-n_e^3 + b_3 J_0 \left(\nu_1 \frac{r}{a} \right) n_e = 0 \quad (6)$$

или

$$n_e(r) = n_e(0) \sqrt{J_0 \left(\nu_1 \frac{r}{a} \right)}. \quad (7)$$

Кривая 3 на фиг. 1 изображает распределение электронов в этом предельном случае.

Здесь наблюдаются заметные отступления от кривой 2. Однако следует помнить, что рекомбинация в объеме, особенно при тройных соударениях, начинает играть роль в условиях разряда, близких к температурному равновесию, где уже целый ряд предпосылок теории становится неверным.

• 4. В работах по газовому разряду часто упускают из виду, что согласно принципу микроравновесия температурное равновесие для процессов ионизации должно наступать при равенстве числа актов ионизации электронным ударом числу актов объемной рекомбинации при тройных соударениях⁽⁶⁾.

Только в таких условиях законно применение формулы Сага для концентрации ионов. Объясняется это тем, что основным процессом, приводящим к ионизации, является электронный удар, а не объемный фотоэффект. Совсем не изучены тройные соударения, приводящие к образованию возбужденных атомов. Такие соударения являются процессами, обратными ступенчатой ионизации, и могут играть заметную роль в разряде. С этой точки зрения интересно было бы пересмотреть результаты работ по изучению разряда в парах цезия⁽⁷⁾.

5. В недавно появившейся работе Риве и Ромпе⁽⁸⁾ указывают, что учет ионизации может привести к сильному снижению предельных концентраций возбужденных атомов в ртутном разряде, вычисленных ранее нами⁽⁹⁾. Риве и Ромпе не учли того, что в разряде равновесие наступает на различных уровнях неодновременно.

Наши расчеты относились к самым низким уровням возбуждения $6^3P_{0,1,2}$, на которых раньше всего наступает равновесие. Применение же формулы Сага, использованной Риве и Ромпе, законно только в условиях, когда есть равновесие и для процессов ионизации (ионизация и тройные удары), наступающих значительно позже. Поэтому выбор предельных концентраций для наших условий был сделан рационально, что подтвердили дальнейшие эксперименты⁽¹⁰⁾ и расчеты⁽¹¹⁾. Использование же предельных концентраций, предлагаемых Риве и Ромпе, не позволило бы сделать никаких выводов о том, близки ли условия возбуждения для данных уровней к равновесию или нет.

Всесоюзный электротехнический институт
Москва

Поступило
29 VI 1939

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ W. Schottky, Phys. ZS, 25, 342, 635 (1924). ² Б. Клярфельд, ЖТФ, 8, 2012 (1938). ³ В. Грановский, ДАН, XXIII, № 9, (1939). ⁴ W. Funk, R. Seeliger, ZS f. Phys., 110, 271 (1938). ⁵ М. Л. Франк, Граф. методы интегр. дифференц. уравнений, Л.—М. (1933); М. Франк, Матем. сб., 40, № 2 (1933). ⁶ R. Tolman, Statistical Mechanics, N. I., 187—191 (1927). ⁷ F. Moller, V. S. Journ. Res., 21, 697, 873 (1938); см. также более ранние работы. ⁸ K. Riewe, R. Rompe, ZS f. Phys., 111, 79 (1938). ⁹ В. Фабрикант, Ф. Бутаева, И. Цирг, ЖЭТФ, 7, 753 (1937); ДАН, XIV, 423 (1937). ¹⁰ В. Фабрикант, Ф. Бутаева, И. Цирг, ЖЭТФ, 8, 35 (1938). ¹¹ В. Фабрикант, ЖЭТФ, 8, 549 (1938).