

УДК 536.2

## НЕСТАЦИОНАРНЫЕ СВОЙСТВА ПОВЕРХНОСТНОГО НАГРЕВА МЕТАЛЛОВ

Шабловский О.Н., д. ф.-м. н., профессор, Кроль Д.Г., преподаватель, Концевой И.А., магистрант

*Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого*

**Введение.** Термообработка – один из наиболее эффективных методов управления физическими свойствами материалов. Твердофазные процессы в импульсно нагреваемых металлах и сплавах имеют специфические черты, обусловленные высокоинтенсивным характером теплового воздействия. Современное состояние обсуждаемой проблемы и библиография представлены в [1, 2].

Целями данного исследования являются: 1) изучение эволюционных свойств теплового поля металлического образца при воздействии на него поверхностного источника энергии; 2) анализ свойств градиента температуры, обусловленных нелинейными теплофизическими свойствами металла; 3) установление количественных и качественных характеристик поверхностного нагрева в широком интервале температур при определяющей роли тепловой нестационарности.

**Постановка задачи.** Математическая модель содержит следующие уравнения, свойства металла и граничные условия.

Уравнение энергии и закон Фурье:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0; \quad q = -\frac{\partial \Lambda}{\partial x}; \quad x \in [0, h]; \quad t \geq 0; \quad (1)$$

$$c = \rho c_p; \quad u(T) = \int_0^T c(T) dT; \quad \Lambda(T) = \int_0^T \lambda(T) dT,$$

где  $x$  - декартова координата;  $t$  - время;  $T$  - температура;  $q$  - удельный тепловой поток;  $c$  - удельная объемная теплоемкость;  $\lambda$  - коэффициент теплопроводности.

Решение задачи проводится в температурном интервале, для которого теплофизические свойства металла аппроксимируются полиномами третьей степени с постоянными коэффициентами:  $\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 T + \lambda_2 T^2 + \lambda_3 T^3$ ;  $c = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 + c_3 T^3$ . Построение этих полиномов осуществляется на основе справочных данных [3].

Начальные и граничные условия:

$$t = 0, \quad T(x, 0) = T^0 \equiv const; \quad (2)$$

$$x = 0, \quad q(0, t) = q_0(t); \quad (3)$$

$$x = h, \quad T(h, t) = T_w \equiv const. \quad (4)$$

Это означает, что начальная температура образца однородна по координате  $x$ ; правая граница изотермическая, причем  $T_w = T^0$ . Граничный тепловой поток  $q_0(t)$  характеризует нестационарное тепловое воздействие на левую границу. В случае интенсивного лазерного нагрева металлов следует учитывать поглощательную способность  $A = A_0 + A_1 T$ , тогда условие (3) принимает вид:

$$x = 0, \quad q(0, t) = A(T) q_0(t). \quad (5)$$

В этом случае условие (5) содержит неизвестную температуру левой границы  $T(0, t)$ .

При обезразмеривании применяются масштабы величин (они отмечены нижним индексом  $b$ ), допускающие инвариантность размерной и безразмерной форм записи, а именно:  $q_b = \lambda_b T_b / x_b$ ,  $\lambda_b = x_b^2 c_b / t_b$ . Численные расчеты выполняются в безразмерных величинах.

**Метод решения.** Решение системы уравнений (1), удовлетворяющее краевым условиям (2) - (4), выполнено численным методом интегральных соотношений А.А. Дородницына (см. обзор [4]). Алгоритм построения расчетной схемы подробно изложен в [5]. Область интегрирования  $x \in [0, h]$  разделена на  $n$  полос:  $x_i = i h/n$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ . В данной задаче  $n = 5$ .

При обработке результатов расчетов применяем следующие критерии:

- безразмерный тепловой поток

$$Q_i = \frac{q_i(t)h}{T^0 \lambda(T^0)};$$

- критерий Нуссельта

$$Nu_i = \frac{q_i(t)h}{T_i(t)\lambda(T_i)};$$

- безразмерный градиент температуры

$$g_i = \frac{h}{T^0} \left( \frac{\partial T}{\partial x} \right)_i ;$$

- безразмерная скорость изменения температуры (коэффициент нестационарности)

$$V_i = \frac{\partial T_i}{\partial t} \frac{h^2}{T_i(t)a(T_i)} .$$

Параметры нелинейности функции  $f(T)$  на левой (индекс  $l$ ) и на правой (индекс  $r$ ) границах области:

- параметры наклона линии  $f[T(x, t)]$

$$P_l^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - \bar{f}(x_0)}{x_2 - x_0}; \quad P_r^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_5) - \bar{f}(x_3)}{x_5 - x_3}; \quad (6)$$

- параметры вогнутости (выпуклости) линии  $f[T(x, t)]$

$$P_l^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - 2\bar{f}(x_1) + \bar{f}(x_0)}{(x_1 - x_0)^2}; \quad P_r^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_5) - 2\bar{f}(x_4) + \bar{f}(x_3)}{(x_5 - x_4)^2}; \quad (7)$$

- параметр кривизны линии  $f[T(x, t)]$

$$K[f] = \frac{P^{(2)}}{\left[ 1 + (P^{(1)})^2 \right]^{3/2}},$$

где  $\bar{f} = f(T) / f(T^0)$ ;  $\bar{f}(x_i) = \bar{f}[T(x_i, t)]$ .

В качестве  $f(T)$  применяем теплофизические параметры  $c(T)$ ,  $\lambda(T)$ ,  $a(T) = \lambda(T)/c(T)$ . Формулы (6) и (7) представляют собой конечно-разностные аналоги первой и второй производной изучаемых функций. Представленные здесь параметры нелинейности теплофизических свойств металла позволяют детально изучить свойства температуры, теплового потока и градиента температуры, проявляющиеся на фоне сильной нестационарности процесса.

**Некоторые результаты расчетов.** Приведем пример расчета нагрева пластины из железа. Теплофизические свойства в интервале температур  $T, K \in [300, 1000]$  описываются зависимостями:

$$c(T) = -50480 + 19970.23 T - 33.4337 T^2 + 0.02087765 T^3 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \text{К});$$

$$\lambda(T) = 129.878 - 0.227132 T + 2.337855 \cdot 10^{-4} T^2 - 1.0637223 \cdot 10^{-7} T^3 \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К});$$

$$a(T) = 4.324 \cdot 10^{-5} - 9.3724 \cdot 10^{-8} T + 9.32613 \cdot 10^{-11} T^2 - 3.85177 \cdot 10^{-14} T^3 \text{ м}^2/\text{с},$$

гд  $c, \text{ Дж}/(\text{м}^3 \text{К}) \in [3.5415 \cdot 10^6, 7.43026 \cdot 10^6]; \lambda, \text{ Вт}/(\text{м} \cdot \text{К}) \in [79.9, 32.0];$

$a, \text{ м}^2/\text{с} \in [2.256 \cdot 10^{-5}, 4.307 \cdot 10^{-6}]$ . Величина поверхностного теплового потока такова, что процессу присущ интервал температур  $T, \text{ К} \in [T', T'']$ , в котором нелинейные теплофизические свойства железа проявляют себя в полной мере.

Пример 1. Немонотонный поверхностный источник:  $q_0(t) = 6.5 \cdot 10^6 \cdot (1 - \cos(2\pi t)) \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

Толщина образца  $x_w = 0.005 \text{ м}; T_w = 300 \text{ К}; T(x, 0) = 300 \text{ К}; T, \text{ К} \in [300, 994]$ .

Пример 2. Знакопеременный поверхностный источник:  $q_0(t) = 10.7 \cdot 10^6 \cdot \sin(2\pi t) \text{ Вт}/\text{м}^2$ .

Толщина образца  $x_w = 0.005 \text{ м}; T_w = 600 \text{ К}; T(x, 0) = 600 \text{ К}; T, \text{ К} \in [357.5, 997.5]$ .

Оба процесса рассматриваются на интервале времени  $t, \text{ с} \in [0, 5]$ . При  $t \geq 4 \text{ с}$  процесс периодического нагрева (охлаждения) стабилизируется. Принимаются следующие масштабы величин:  $T_b = T_w, x_b = x_w, t_b = 1 \text{ с}, c_b = 1 \cdot 10^6 \text{ Дж}/(\text{м}^3 \text{К})$ .

На рис. 1 - 4 изображены зависимости для левой границы образца (а – первый пример; б – второй пример): между относительной температурой и временем (рис. 1); между относительной температурой и параметром кривизны  $K[a]$  (рис. 2); между числом Нуссельта и коэффициентом нестационарности (рис. 3); между тепловым потоком и градиентом температуры (рис. 4). Сплошная линия соответствует интервалу времени  $t \in [0, 1]$ , пунктирная – интервалу  $t \in [4, 5]$ .

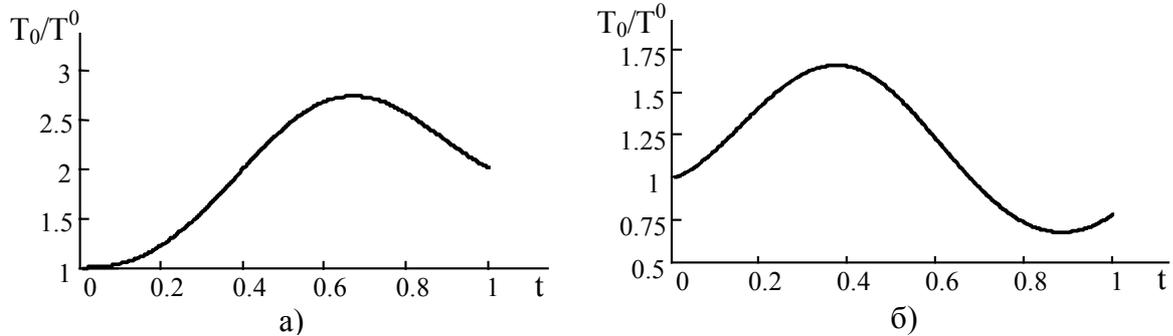


Рис. 1

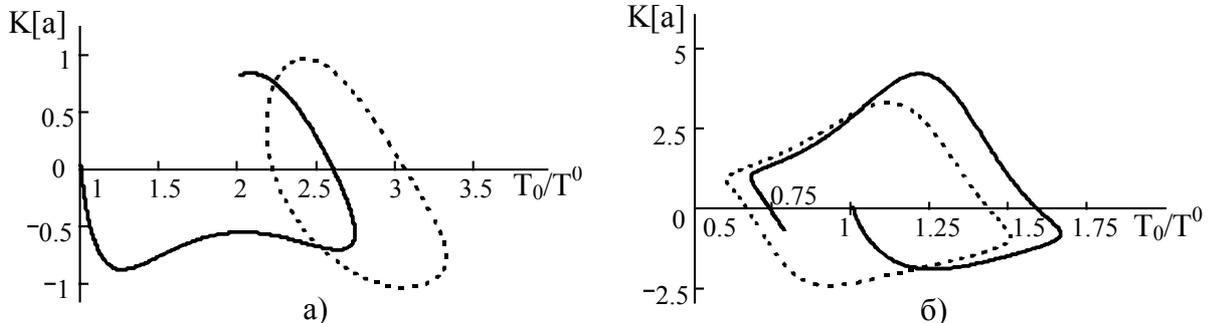


Рис. 2

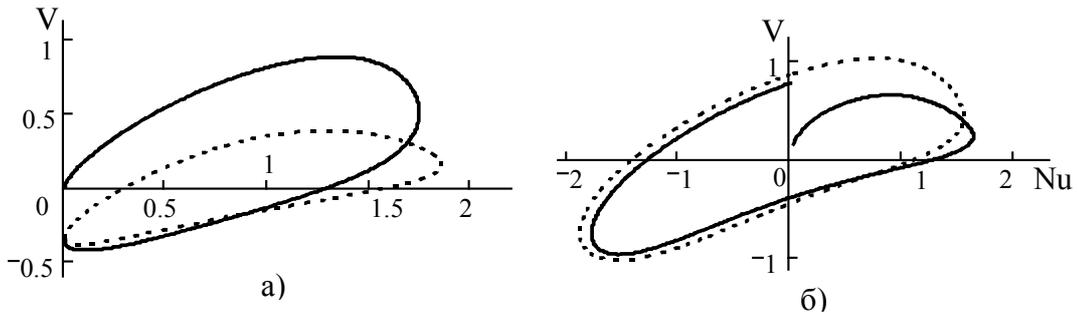


Рис. 3

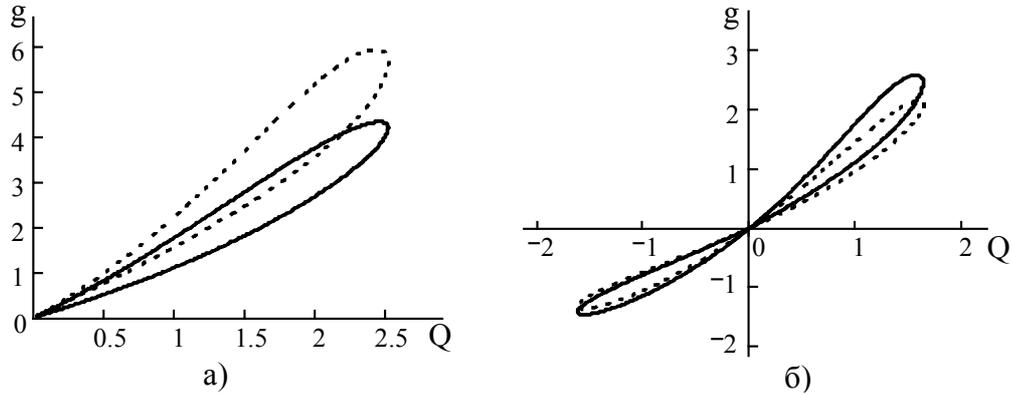


Рис. 4

**Выводы.** Поверхностный нестационарный нагрев железа в широком интервале температур характеризуется существенно нелинейными тепловыми процессами. Принципиально важно, что существование гистерезисной петли в плоскости “тепловой поток – градиент температуры” обуславливают два фактора: 1) немонотонность по времени функции  $q_0(t)$  поверхностного источника; 2) зависимость коэффициента теплопроводности  $\lambda(T)$  от температуры. Если хотя бы один из этих факторов отсутствует, петля гистерезиса вырождается в линию.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Дьюли У. Лазерная технология и анализ материалов. - М.: Мир, 1986. - 502 с.
2. Углов А.А., Смуров И.Ю., Лашин А.М., Гуськов А.Г. Моделирование теплофизических процессов лазерного воздействия на металлы. - М.: Наука, 1991. - 288 с.
3. Зиновьев В.Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. Справ. изд. - М.: Металлургия, 1989. - 384 с.
4. Белоцерковский О.М., Грудницкий В.Г. Исследование нестационарных течений газа со сложной внутренней структурой методами интегральных соотношений // Журнал вычисл. матем. и матем. физики - 1980. - Т. 20. - №6. - С.1400-1415.
5. Шабловский О.Н., Кроль Д.Г. Численное решение задач нестационарного нагрева материалов // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения / Сб. науч. тр. Ин-т математики НАН Украины. - Киев, 1998. - С. 234-237.