Доклады Академии Наук СССР
1939. Том XXIV, № 2

ФИЗИКА

В. Л. ГИНЗБУРГ

К КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ. III

(Представлено академиком В. А. Фоком 29 IV 1939)

Последовательное применение квантовой электродинамики к проблемам теории излучения приводит, вообще говоря, к результатам, кажущимся отличными от получаемых на основе применения принципа соответствия. Рассмотрим например излучение электромагнитной энергии электроном. Амплитуда вероятности этого процесса в первом приближении теории возмущений Дирака равна:

$$a_{n\lambda}=\frac{\left(ko\left|-\frac{e}{cm}\vec{p}\vec{A}\right|n\lambda\right)\left\{e^{-\frac{i}{\hbar}(\varepsilon_k-\varepsilon_n-\hbar\nu_\lambda)t}-1\right\}}{\varepsilon_k-\varepsilon_n-\hbar\nu_\lambda}, \tag{1}$$

где ε_i—энергия электрона в i-ом состоянии, а ν_λ—частота излученной радиации. Отсюда, если пренебречь реакцией излучения, т. е. считать импульс излучения равным нулю, получаем для излученной энергии при переходе электрона из состояния k в состояние n выражение:

$$U=\sum_\lambda |a_{n\lambda}|^2\hbar\nu_\lambda=8\pi e^2\hbar^2\left(\frac{\varepsilon_k-\varepsilon_n}{\hbar}\right)^2\cdot$$

$$\cdot\sum_\lambda\frac{|(\vec{e}_\lambda\vec{x}_{kn})|^2\left\{1-\cos\left(\frac{\varepsilon_k-\varepsilon_n-\hbar\nu}{\hbar}\right)t\right\}}{(\varepsilon_k-\varepsilon_n-\hbar\nu_\lambda)^2}. \tag{2}$$

В случае равномерно движущегося электрона с импульсом $\vec{p}_0$ при пренебрежени иреакцией $\varepsilon_k-\varepsilon_n=0$ и из (1) получаем:

$$U_p=\frac{8\pi e^2}{m^2}\sum_\lambda\frac{(\vec{p}_0\vec{e}_\lambda)^2}{\nu_\lambda^2}\{1-\cos\nu t\}. \tag{3}$$

Выражение (3), совпадающее с получаемым классически для равномерно движущегося электрона (см. I, 12), и выражение (2) расходятся при суммировании по всем частотам, т. е. излучается бесконечно большая энергия*. Причина этого уже выяснена в сообщении I([1]) и лежит в харак-

* При вычислении методом соответствия получаем, что равномерно движущийся электрон вообще не излучает, а связанный излучает энергию, равную получаемой из выражения (2) при суммировании только по области резонанса.

тере начальных условий, употребляемых в квантовой электродинамике, согласно которым в момент $t=0$ имеется движущийся электрон, не окруженный увлекаемым им поперечным электромагнитным полем. При этом энергия поля (3) или получаемая из (2) при интегрировании вне области резонанса носит характер, совершенно отличный от энергии излучения, получаемой из (2) при интегрировании по области резонанса. Эта последняя часть энергии поля растет пропорционально времени и равна:

$$U_{st} = (\varepsilon_k - \varepsilon_n)\, A_n^k t, \tag{4}$$

где A_n^k есть вероятность спонтанного испускания. Зависимость от времени выражения (3) и части выражения (2), взятой вне области резонанса, совершенно иная. Так, U_p равняется, если оборвать спектр на некоторой частоте $\nu_{\max}$, выражению (I, 12′). При этом $\left(\frac{dU_p}{dt}\right)_{t=0} = 0$, в то время как $\frac{dU_{st}}{dt} = (\varepsilon_k - \varepsilon_n)\, A_n^k$. Далее U_p стремится при $t \to \infty$ к определенному пределу, а U_{st} все время нарастает. Указанный характер зависимости U_p (и $U - U_{st}$) от времени вполне понятен. Действительно, U_p есть энергия, излучаемая электроном вследствие того, что при $t=0$, т. е. в момент начала процесса, предполагается отсутствие увлекаемого поля. Если бы взаимодействие включалось адиабатически, то в результате электрон излучал бы (см. I) только свое увлекаемое поле.

В теории излучения, с помощью которой получаются выражения (1)—(3), пользуются однако мгновенным включением взаимодействия, эквивалентным мгновенному сообщению электрону его конечного состояния движения. При этом излучается помимо увлекаемого поля также поле световое, обладающее непрерывным спектром. Световое поле, обязанное своим появлением включению взаимодействия, как и увлекаемое поле, при $t \to \infty$ должно стремиться к некоторому стационарному состоянию, что и имеет место.

В результате вышеизложенного представляется целесообразным ввести понятие «истинного» светового излучения, относящееся к существенно нестационарной части излучения.

Только эта часть энергии излучения не связана с начальными условиями задачи и получаемая из полного выражения для энергии излучения выделением резонансной области в точности равна энергии излучения, находимой на основе принципа соответствия.

Следует подчеркнуть, что в классической теории имеет место совершенно аналогичная ситуация.

Рассмотрим в качестве иллюстрации излучение электрона, движущегося в среде с показателем преломления $n(\nu) = \sqrt{\varepsilon(\nu)}$ с постоянной скоростью $\vec{v}$. Из волнового уравнения $\Delta\vec{A} - \frac{n^2}{c^2}\ddot{\vec{A}} = -\frac{4\pi e}{c}\,\delta(\vec{x} - \vec{x}(r))$, где $\vec{x}(r)$ — радиус-вектор электрона, разлагая $\vec{A}^{tr}$ в ряд (I, 4), где нужно только заменить c на $\frac{c}{n}$, получаем уравнение для координат поля:

$$\ddot{q}_{\lambda i} + \nu_\lambda^2 q_{\lambda i} = \frac{\sqrt{8\pi}e}{n}\,(\vec{v}e_\lambda)\,\{\delta_{1i}\cos\vec{k}_\lambda\vec{x}(r) + \delta_{2i}\sin\vec{k}_\lambda\vec{x}(r)\} \tag{5}$$

где $\nu_\lambda = \frac{|\vec{k}_\lambda|\,c}{n}$ и в случае равномерно движущего электрона $\vec{x}(r) = \vec{v}t$. Если $n=1$, то резонанс в (5) невозможен, так как $\vec{k}_\lambda\vec{v} = \frac{\nu_\lambda}{c}\,v\cos(\vec{k}_\lambda\wedge\vec{v}) < \nu_\lambda$. В этом случае (5) допускает стационарное решение, т. е. решение, описывающее движение с неизменной энергией поля, а при определенных начальных условиях получаем выражение типа (3)*. Никакого «истинного» излучения при этом нет. Совершенно другое положение возможно, если $n > 1$. В этом случае резонанс при достаточно большом значении v ($v < c$) возможен; его условие очевидно таково:

$$v \cos(\vec{k}_\lambda \wedge \vec{v}) = \frac{c}{n}. \tag{6}$$

Решение уравнений (5) для этого случая приводит к нестационарным в области частот около резонанса решениям. Энергия поля в этой области нарастает согласно (4), электрон излучает.

Рассмотренный случай соответствует недавно открытому Черенковым и объясненному И. Е. Таммом и И. М. Франком ([2]) излучению света быстрыми электронами, движущимися с постоянной скоростью в среде. Формула (6) совпадает с условием излучения, полученным указанными авторами, а их выражение (15) для энергии, излучаемой на пути l, легко может быть получено в результате интегрирования системы (5) и последующего вычисления энергии поля.

Мы видим таким образом, что условие наличия резонанса** является условием «истинного» излучения как в классической, так и в квантовой теориях. Соображения принципа соответствия в форме, в которой они применяются в теории излучения, по самому своему смыслу относятся лишь к «истинному» излучению. Поэтому мы должны признать результаты квантовой теории излучения находящимися в полном согласии с этим принципом, а ограничение области интегрирования областью резонанса при вычислении излучаемой энергии считать не рецептом, а операцией, диктуемой существом дела.

В связи с обсуждением проблем теории излучения коснемся вопроса о природе спонтанного испускания. Весьма важно выяснить, является ли спонтанное испускание квантовым эффектом или, напротив, классическим. Нам не известно, чтобы этот вопрос кем-либо обсуждался кроме Вайскопфа ([3]). Вайскопф считает, что спонтанное испускание есть «непосредственное следствие существования нулевых состояний осцилляторов поля», что «спонтанное испускание света есть эмиссия фотона, вызванная нулевыми колебаниями пустого пространства». Таким образом, поскольку нулевые колебания есть чисто квантовый эффект, можно думать, что и спонтанное испускание Вайскопф считает таковым. Более того, он пытается рассматривать спонтанное испускание, как вынужденное (индуцированное) нулевым полем, и связать таким образом отношение коэффициентов A_n^k и B_n^k Эйнштейна с плотностью нулевой энергии.

Между тем, как это видно из нижеследующего, нет оснований считать спонтанную эмиссию квантовым эффектом. В квантовой теории спонтанное испускание появляется в следующих условиях: рассматривается в момент $t=0$ некоторая электродинамическая система в состоянии стационарном при отсутствии взаимодействия с полем, причем считается, что энергия поля в этот момент равна нулю; с момента $t=0$ исследуется развитие системы с уже включенным взаимодействием, и оказывается, что при $t>0$ энергия поля стала отличной от нуля. Именно эта появившаяся энергия и считается излученной путем спонтанной эмиссии. Легко видеть, что при такой же постановке вопроса тот же результат имеет место и в классической теории.

* Выражение (3) получается в классической теории в точности, если работать с гамильтоновской формой уравнений и сделать некоторые упрощающие предположения (см. I).

** При произвольном движении электрона наличие резонанса, как легко видеть из (5), также является условием существования нарастающих со временем решений, т. е. «истинного» излучения.

Действительно, задавшись при решении системы (5) начальными условиями, при которых при $t=0$ энергия поля равна нулю, мы получим, что при $t>0$ эта энергия появилась. Все дело просто в том, что в качестве начального состояния взято нестационарное состояние полной электродинамической задачи, могущее конечно быть стационарным состоянием задачи механической. Если имеется возможность резонанса, то стационарных начальных условий не существует, и система излучает (в резонансной области частот) по закону (4) вне зависимости от выбора начальных условий вообще. Именно по этой последней причине принимаемые в квантовой электродинамике начальные условия (см. I), заведомо нестационарные, оказываются пригодными в теории излучения. Мы видим таким образом, что спонтанное испускание является результатом специфической постановки задачи и имеет место в любой теории.

Подобная точка зрения не исключает возможности связывать спонтанную эмиссию в рамках каждой теории с тем или другим ее элементом. В частности в квантовой теории можно пытаться установить связь между спонтанным испусканием и нулевыми колебаниями. Формально такая связь существует потому, что вероятность спонтанного испускания определяется матричным элементом перехода из нулевого состояния в первое, т. е. зависит от ψ_0 (функции нулевого состояния). Из этого обстоятельства мы не видим еще возможности вывести какие-либо суждения о существе вопроса, так как ясно, что ψ_0 фигурирует например и в выражении для вероятности поглощения одного фотона при отсутствии в поле других фотонов, и таким образом само по себе вхождение в выражения теории ψ_0 имеет лишь формальное значение. Упомянутая выше попытка Вайскопфа рассматривать спонтанное испускание как вынужденное энергией нулевого поля также имеет чисто формальный характер и по существу нам не ясна, так как, с одной стороны, плотность нулевой энергии вдвое меньше той, которая нужна для того, чтобы получить правильное отношение коэффициентов A_n^k и B_n^k и, с другой, что гораздо важнее, полная нулевая энергия бесконечна и должна и может быть исключена из оператора Гамильтона без всяких последствий.

В связи с этим заметим однако, что исключение нулевой энергии из оператора Гамильтона квантовой электродинамики отнюдь не означает ликвидации трудностей, связанных с нулевыми состояниями осцилляторов поля. Наличие этих состояний приводит к расходимости высших приближений энергии взаимодействия поля и электрона; при этом вряд ли можно даже формально ликвидировать эти расходимости [см. например сообщение II([4])] . Можно думать, что именно понимание истинной роли нулевых колебаний, этого фундаментального и принципиального следствия квантования, а не повидимому безнадежные попытки ликвидировать эти колебания приведет к дальнейшему прогрессу теории.

В заключение выражаю благодарность акад. В. А. Фоку за полученные от него указания.

Оптическая лаборатория
Научно-исследовательского института физики
Московского государственного университета.

Поступило
25 V 1939.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] В. Л. Гинзбург, ДАН, XXIII, № 8 (1939). [2] И. Е. Тамм и И. М. Франк, ДАН, XIV, 107 (1937). [3] V. Weisskopf, Naturwissensch., 23, 631 (1935). Перевод УФН, XVI, 293 (1936). [4] В. Л. Гинзбург, ДАН, XXIII, № 9 (1939).