Доклады Академии Наук СССР
1939. Том XXIII, № 9

ТЕХНИЧЕСКАЯ ФИЗИКА

Б. А. ВВЕДЕНСКИЙ, член-корреспондент Академии Наук СССР,
и Е. Н. МАЙЗЕЛЬС

О РАСЧЕТЕ РАДИОЗЕРКАЛ В ВИДЕ ПАРАБОЛОИДОВ ВРАЩЕНИЯ

1. Для достижения направленности излучения ультракоротких радиоволн иногда пользуются металлическими параболоидами вращения («зеркалами») с излучателем в фокусе зеркала. Строгий подсчет эл.-м. поля такого устройства встречает большие трудности, но, когда зеркало сравнительно велико (5—10 длин волны λ), возможен «оптический» диффракционный подсчет. Однако соответствующие выводы Дарбора [1], Морита [2] и Стааля [3] не свободны от возражений.

2. Поместим элементарный диполь в фокусе параболоида с осью вращения z. При достаточно больших размерах зеркала излученную волну после отражения ее от зеркала можно рассматривать, как плоскую, «падающую» на отверстие зеркала. Задача приводится таким образом к диффракционной задаче Фраунгофера лишь с учетом того обстоятельства, что амплитуды в плоскости отверстия зависят от угла ϑ между осью вибратора и лучом, исходящим из вибратора. Когда диполь направлен по оси x, отраженное поле имеет компоненты E_x и E_y. Однако при не слишком большом «угле диффракции» θ вполне достаточно учитывать только E_x; это вполне строго для направления вдоль оси зеркала ($\theta=0$). Дальнейший расчет сводится к подсчету диффракционного поля по найденному распределению E_x в плоскости отверстия. Если расстояние фокуса до любой точки поверхности зеркала $\gg \frac{\lambda}{2\pi}$, то:

$$E_\vartheta=\frac{60\,\pi\,I\,l}{\lambda r}\sin\vartheta\, e^{jkr}, \tag{1}$$

где Il—момент тока диполя, r—расстояние от диполя и $k=\frac{2\pi}{\lambda}$.

Учитывая поворот вектора E_ϑ, при отражении получим для распределения E_x в плоскости отверстия:

$$E_x=\frac{60\pi Il}{\lambda}\,\frac{p^2-\rho^2\cos 2\varphi}{p^2+\rho^2}\,\frac{2p}{p^2+\rho_0^2}. \tag{2}$$

Здесь ρ и φ—полярные координаты на плоскости отверстия ($\varphi=0$ на оси x); p—параметр параболоида и ρ_0—радиус отверстия. Зеркало принимается идеально отражающим с плоскостью отверстия, нормальной к оси z.

3. Известную формулу фраунгоферовой задачи для малых θ представим так:

$$E_\theta=-\frac{j}{\lambda}\cos\theta\,\frac{e^{jk(R+r)}}{R}\int\limits_0^{2\pi}d\varphi\int\limits_0^{\rho_0}E_x\rho d\rho e^{-jk\rho\sin\theta\cos(\varphi-\delta)}. \tag{3}$$

Здесь r—длина пути диполь—поверхность зеркала—плоскость отверстия, R—расстояние от диполя до точки наблюдения: $R \gg \rho_0$, θ и δ—зенитный и азимутальный углы точки наблюдения («углы диффракции»). «Прямым излучением» вибратора пренебрегаем. Подставляя E_x из (2) в (3), получаем в точке наблюдения, опуская $-je^{jk(R+r)}$:

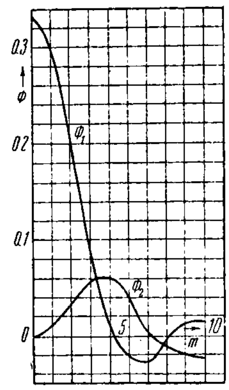
$$E_\theta = \frac{60\pi I l}{\lambda^2 R} \frac{4\pi p^3}{p^2 + \rho_0^2} \cos\theta \{\Phi_1 + \Phi_2 \cos 2\delta\}, \tag{4}$$

где

$$\Phi_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\rho_0} \frac{\rho d\rho}{p^2 + \rho^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \, e^{-jk\rho \sin\theta \cos(\varphi - \delta)}, \tag{5}$$

$$\Phi_2 = -\frac{1}{2\pi p^2 \cos 2\delta} \int_0^{\rho_0} \frac{\rho^3 d\rho}{p^2 + \rho^2} \int_0^{2\pi} d\varphi \cos 2\varphi \, e^{-jk\rho \sin\theta \cos(\varphi - \delta)}. \tag{6}$$

Интеграция по частям приводит к рядам по функциям Бесселя возрастающего порядка. Если фокус зеркала лежит в плоскости отверстия, величины Φ_1 и Φ_2 выражаются кривыми фиг. 1.



Фиг. 1.

Определяя коэффициент усиления зеркала по полю η через отношение напряженности поля, даваемого зеркалом, к напряженности поля диполя без зеркала при одном и том же значении тока в диполе и при расположении точки наблюдения в направлении максимального поля $(\theta = 0)$, получим:

$$\eta = \frac{2\pi p^3}{\lambda (p^2 + \rho_0^2)} \ln \frac{p^2 + \rho_0^2}{p^2}. \tag{7}$$

η имеет максимум при $p \cong 1.4 \rho_0$:

$$\eta_{\max} = 0.82 \frac{\pi \rho_0}{\lambda}. \tag{8}$$

При фиксированном ρ_0 уменьшение и увеличение фокусного расстояния вызывает уменьшение η; при фокусе в плоскости отверстия имеем:

$$\eta = 0.69 \frac{\pi \rho_0}{\lambda}. \tag{9}$$

При увеличении фокусного расстояния (при $\rho_0 = \text{const}$) увеличивается равномерность распределения поля в отверстии зеркала, но из-за увеличения r ослабевает величина поля в отверстии. После перехода через оптимум при $p \cong 1.4\rho_0$ начинает превалировать второй, ослабляющий фактор. При $p < \rho_0$ появляются «вредные зоны» Дарбора. На фиг. 2 изображены (при расположении фокуса в отверстии) характеристики зеркала в приведенных координатах $m = k\rho_0 \sin\theta$ и $u = \frac{E_\theta}{E_0}$, где E_0 соответствует $\theta = 0$. Нанесенные точки взяты из экспериментов Морита ([2]) и Стааля ([3]), в которых условия опыта не слишком отличались от постулированных нами.

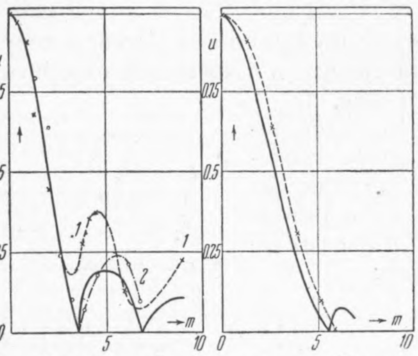
4. Дарбору принадлежит заслуга первого (частичного) решения разбираемой задачи и установления понятия «вредных зон». Действительно, при $\rho^2 \cos 2\varphi > p^2$ [уравнение (2)] величина E_x меняет свой знак, и следовательно соответствующие части зеркала ослабляют E. Очевидно «вредные зоны» должны отсутствовать при $\rho_0 < p$; на этом основании Дарбор предлагает ограничивать зеркала плоскостью, проходящей через фокус.

Однако, как видно из (7), оптимальному случаю соответствует ограничение зеркала плоскостью, лежащей еще ближе к вершине зеркала.

Дарбор пользуется для E_x выражением:

$$E_x = k2p\,\frac{p^2 - \rho^2 \cos 2\varphi}{(p^2 + \rho^2)^2}. \tag{10}$$

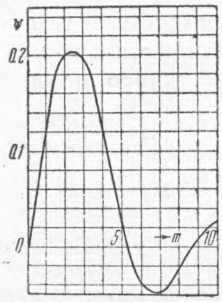
Нетрудно видеть, что (10) относится к поверхности зеркала, а не к плоскости отверстия. Дарбор игнорирует неодинаковость фаз у различных точек поверхности зеркала, хотя оптические пути от диполя до них различны. С другой же стороны, нельзя считать, что Дарбор ведет расчет от плоскости отверстия зеркала, ибо тогда в выражении (10) знаменатель следовало бы заменить на $(p^2 + \rho^2)\cdot 2p$. В рассматриваемом Дарбором случае пренебрежение разностью фаз приводит к переоценке действительного усиления (по полю) на 45%. Морита [2] выполнил расчет характеристик излучения зеркал, но при этом он применяет выражение (10), вследствие чего кривые Морита не могут быть точными, и характеристики зеркал получаются по Морита более широкими, чем по (5) и (6) и по опытным данным самого Морита.



1 — Морита, λ = 68 см, ρ_0=125 см. *2*—Стааль, λ=25 см, ρ_0=150 см
Экватор. плоскость

× — × — Морита, λ=68 см, ρ_0=125 см
Меридианная плоскость.

Фиг. 2.



Фиг. 3.

Стааль [3] считает возможным исходить из явно неправильного положения, что отражение от зеркала не меняет величины параллельной вибратору компоненты электрического поля. Действительно, выражение Стааля для поля в отверстии:

$$E_{px} = 2p \cdot A \cdot \frac{4p^2y^2 + (p^2 - x^2 - y^2)^2}{(x^2 + y^2 + p^2)^3} \tag{11}$$

является выражением для параллельной вибратору компоненты, вычисленной в предположении отсутствия зеркала и лишь с учетом соответствующего оптического пути. Далее характеристики вычисляются Стаалем по приближенному, мало обоснованному способу, хотя и без необоснованных допущений удается получить более общее выражение с соответствующими графиками, как показано выше.

5. В случае аксиального расположения диполя характеристика излучения зеркала является телом вращения. Фиг. 3 относится к случаю, когда диполь помещен в плоскости отверстия. Максимум излучения имеет место под углом

$$\theta_1 = \arcsin \frac{2.3\lambda}{2\pi\rho_0} \cong \frac{2.3\lambda}{2\pi\rho_0}. \tag{12}$$

При этом коэффициент усиления по полю η_1 почти вдвое меньше, чем в (8), ибо

$$\eta_1 = 0.420\,\frac{\pi\rho_0}{\lambda}. \tag{13}$$

Здесь «вредных зон» нет, оптиум η_1 лежит при $p = \rho_0$.

6. В случае зеркала с гипотетическим вибратором, излучающим равномерно во все стороны:

$$E_\theta = \frac{60\pi I l}{\lambda R}\,\frac{2p\rho_0}{p^2+\rho_0^2}\,\frac{I_1(k\rho_0\sin\theta)}{\sin\theta}, \tag{14}$$

$$\eta = \frac{\pi\rho_0^2}{\lambda}\,\frac{2p}{p^2+\rho_0^2}; \quad \eta_{\max} = \frac{\pi\rho_0}{\lambda}. \tag{15}$$

7. Приведем выражения для ширины основных пучков характеристик направленности (θ_0—угол от направления максимального излучения до направления на первый «нуль» излучения): а) вибратор, равномерно излучающий во всех направлениях: $\sin\theta_0 = 1.22\frac{\lambda}{2\rho_0}$; б) диполь с осью в плоскости отверстия зеркала: для экваториальной плоскости $\sin\theta_0 = 1.05\frac{\lambda}{2\rho_0}$; для меридиональной плоскости

$$\sin\theta_0 = 1.73\,\frac{\lambda}{2\rho_0}. \tag{*}$$

Интересно отметить, что за исключением(*) θ_0 сравнительно немного отличаются от соответствующих значений для решетки синфазных антенн с общей длиной $2\rho_0$.

Поступило
28 IV 1939.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] R. Darbord, L'onde électrique, **2**, 53—83 (1932). [2] K. Morita, Radio Research Report, Japan, **5**, 137—150 (1935). [3] S. J. Staal, Hochfrequenztechnik und Elektroakustik, **50**, 206—209.