

УДК 539.375

ПРОСТРАНСТВЕННАЯ КОНТАКТНАЯ ЗАДАЧА С УЧЕТОМ ТЕПЛОВЫДЕЛЕНИЯ ПРИ ТРЕНИИ СКОЛЬЖЕНИЯ.

Н. М. БОРОДАЧЕВ^а, Г. П. ТАРИКОВ^{б+}

Рассматривается задача Герца для системы двух тел, находящихся в скользящем контакте. Получено интегральное уравнение для давления на площадке контакта с учетом тепловыделения, в результате решения которого найден закон распределения давления, а также геометрические характеристики площадки контакта.

Ключевые слова: контакт, скольжение, полупространство, интенсивность теплового потока, эффект, температура, тепловыделение, трение.

Введение. При работе тяжело нагруженных зубчатых передач, шарико- и роликоподшипников, выделяется значительное количество тепла, что приводит к перераспределению контактного давления и изменению формы и размеров площадки контакта. Исследование влияния температуры на геометрические параметры площадки контакта и распределение контактных давлений представляет известный интерес.

Контактные задачи с учетом тепловыделения при трении рассматривались в работах [1–3] и др. Однако ввиду сложности таких задач, большинство исследований относится к плоским задачам.

Цель работы — решить пространственную контактную задачу термоупругости для случая наиболее распространенной в машиностроении эллиптической области контакта.

Постановка задачи. Рассмотрим систему двух упругих тел, находящихся в условиях скользящего контакта, ограниченных выпуклыми поверхностями S_1 , S_2 и соприкасающихся в т. O (рис. 1). Эту точку примем за начало системы координат. Проведем оси z_1 и z_2 , перпендикулярные к общей касательной плоскости Π поверхностей S_1 и S_2 в т. O , внутрь каждого из тел. На поверхности контакта действуют нормальное давление с интенсивностью $p(x, y)$ и касательные усилия $fp(x, y)$, где f — коэффициент трения скольжения.

В работе [4] показано, что касательные усилия, обусловленные трением скольжения, мало влияют на форму и размеры области контакта. Поэтому, при решении термоупругой контактной задачи касательные усилия на площадке контакта учитывать не будем. Они будут учитываться только при рассмотрении вопроса о тепловыделении при трении скольжения.

При рассмотрении локальных эффектов в окрестности контакта, следуя Герцу, соприкасающиеся тела заменим упругими полупространствами, прижатыми друг к другу по площадке Ω , расположенной в плоскости Π . На этой плоскости $z_1 = 0$, $z_2 = 0$. Площадка контакта Ω определяется областью внутри эллипса.

Принимаем следующие граничные условия при $z = 0$:

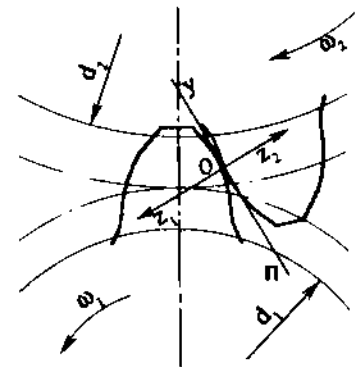


Рис. 1 Расчетная схема

^а Национальный авиационный университет, 252058, г. Киев, пр-т космонавта Комарова, 1.

^б Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого, 246746, г. Гомель, пр-т Октября, 48.

⁺ Автор, с которым следует вести переписку.

$$\left. \begin{aligned}
 u_z^{(1)} + u_z^{(2)} &= \delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) \text{ при } (x, y) \in \Omega, \\
 \sigma_z^{(i)} &= -p(x, y) \text{ при } (x, y) \in \Omega, \\
 \sigma_z^{(i)} &= 0 \text{ при } (x, y) \notin \Omega, \\
 \tau_{xz}^{(i)} = \tau_{yz}^{(i)} &= 0 \text{ при } -\infty < x, y < \infty, \\
 T^{(i)} &= T(x, y) \text{ при } (x, y) \in \Omega, \\
 T^{(i)} &= 0 \text{ при } (x, y) \notin \Omega,
 \end{aligned} \right\} \quad (1.1)$$

где $i = 1, 2$; u_z — проекция вектора перемещения на ось z , σ_z — нормальное напряжение, τ_{xz} и τ_{yz} — касательные напряжения, T — температура, φ_i — ур-ние поверхности S_i .

Функция $p(x, y)$ заранее неизвестна и должна быть определена в процессе решения задачи.

Согласно теории тепловыделения, предложенной Коровчинским [1], в каждой точке площадки контакта Ω сумма интенсивностей тепловых потоков, идущих в каждое из соприкасающихся тел, равна интенсивности теплообразования за счет сил трения. Вообще говоря, на площадке контакта должна быть задана не температура $T(x, y)$, а сумма интенсивностей тепловых потоков. Однако Арчард [5, 6], решив ур-ния потоков тепла в каждое из соприкасающихся тел, нашел распределение температуры на площадке контакта в зависимости от скорости скольжения, интенсивности тепловыделения и тепловых свойств материалов. Для случая пластической деформации неровностей тел из одного и того же материала Арчард получил следующие ф-лы [6]:

$$T_n^{\max} = 0,25NL \text{ при } L \leq 0,1;$$

$$T_n^{\max} = 0,25C_1NL \text{ при } 0,1 \leq L \leq 5,0.$$

Здесь $C_1 = 1,01 \div 0,1L$; $N = \frac{\pi f \sigma_T}{I \rho c}$; $L = \frac{P^{1/2} v}{2\chi(\pi \sigma_T)^{1/2}}$; σ_T — предел текучести, I — механический эквивалент тепла, ρ — плотность, c — удельная теплоемкость, χ — коэффициент температуропроводности, P — нормальная сила, v — относительная скорость движения одного тела по поверхности другого тела.

В работе [5] приведены подобные ф-лы для случая упругого контактирования тел.

Используя результаты Арчарда, на площадке контакта можно задавать температуру $T(x, y)$, что и отражено в условиях (1.1).

В каждом из соприкасающихся тел установившаяся температура удовлетворяет ур-нию Лапласа [7]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0. \quad (1.2)$$

Граничные условия при $z = 0$ имеют вид:

$$T = \begin{cases} T(x, y) & \text{при } (x, y) \in \Omega, \\ 0 & \text{при } (x, y) \notin \Omega. \end{cases} \quad (1.3)$$

Таким образом, приходим к задаче Дирихле для уравнения Лапласа в области $z \geq 0$. Решение ур-ния (1.2) с граничным условием (1.3) в области $z \geq 0$ имеет вид [8]:

$$T(x, y, z) = -\frac{1}{2\pi} \frac{\partial}{\partial z} \iint_{\Omega} T(x_1, y_1) r^{-1} dx_1 dy_1, \quad (1.4)$$

$$r = [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2]^{1/2}.$$

Вопрос о конкретном выборе вида функции $T(x, y)$ будет рассмотрен ниже.

Способ решения поставленной задачи заключается в сведении ее к интегральному уравнению первого рода, которое затем может быть решено для рассматриваемой области контакта.

Сведение термоупругой контактной задачи к интегральному уравнению. Граничные условия задачи (1.1) выписаны для двух полупространств, заменяющих соприкасающиеся тела. Для упрощения вычислений ограничимся пока рассмотрением одного полупространства.

Как показано в работе [9], если удовлетворяются условия для τ_{xz} и τ_{yz} из условий (1.1), то перемещение u_z и напряжение σ_z можно определить по ф-лам:

$$u_z = -2(1 - \nu) \frac{\partial f}{\partial z} + z \frac{\partial F}{\partial z}, \quad \sigma_z = 2\mu \left(-\frac{\partial F}{\partial z} + z \frac{\partial^2 F}{\partial z^2} \right), \quad F = \Psi + \frac{\partial f}{\partial z}. \quad (2.1)$$

Здесь Ψ — термоупругий потенциал, для которого справедливо выражение:

$$T = \frac{2(1 - \nu)}{(1 + \nu)\alpha} \frac{\partial \Psi}{\partial z}, \quad (2.2)$$

где ν — коэффициент Пуассона, μ — модуль сдвига, α — коэффициент линейного температурного расширения. Функция $f(x, y, z)$ — удовлетворяет в полупространстве $z > 0$ уравнению Лапласа.

Формулы (2.1) удовлетворяют четвертому условию (1.1). Из второй ф-лы (2.1), имеем:

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{\sigma_z}{2\mu}, \quad \text{при } z = 0.$$

Учитывая третье условие (1.1), получаем:

$$\frac{\partial F}{\partial z} = -\frac{1}{2\mu} \begin{cases} \sigma_z(x, y, 0) & \text{при } (x, y) \in \Omega, \\ 0 & \text{при } (x, y) \notin \Omega. \end{cases}$$

Пришли к задаче Неймана для гармонической функции $F(x, y, z)$. Следовательно, можно записать [8]:

$$F(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\mu} \iint_{\Omega} \frac{\sigma_z(x, y, 0) dx_1 dy_1}{r}, \quad (2.3)$$

где $r = \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2 + z^2}$.

Учитывая второе условие (1.1) и третью ф-лу (2.1), ф-лу (2.3) при $z = 0$ представим в таком виде:

$$\left(\Psi + \frac{\partial f}{\partial z} \right)_{z=0} = -\frac{1}{4\pi\mu} \iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}}. \quad (2.4)$$

Из первой ф-лы (2.1) имеем:

$$u_z(x, y, 0) = -2(1 - \nu) \frac{\partial f}{\partial z} \quad \text{при } z = 0.$$

Подставляя это выражение в (2.4) и учитывая первое условие (1.1), получим:

$$u_z(x, y) = 2(1 - \nu) \Psi(x, y, 0) + \frac{(1 - \nu)}{2\pi\mu} \iint_{\Omega} \frac{p(x_1, y_1) dx_1 dy_1}{\sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2}} \quad \text{при } (x, y) \in \Omega. \quad (2.5)$$

На основании соотношений (1.4) и (2.2) имеем:

$$-\Psi(x, y, z) = -\frac{(1+\nu)\alpha}{4\pi(1-\nu)} \iint_{\Omega} \frac{1}{2} T(x_1, y_1) dx_1 dy_1. \quad (2.6)$$

Полагая в этом выражении $z = 0$ и подставляя затем его в (2.5), находим:

$$u_z(x, y) = -\frac{(1+\nu)\alpha}{2\pi} \iint_{\Omega} \frac{1}{R} T(x_1, y_1) dx_1 dy_1 + \frac{(1-\nu)}{2\pi\mu} \iint_{\Omega} \frac{1}{R} p(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad (2.7)$$

при $(x, y) \in \Omega$, $R = [(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2]^{1/2}$.

Если возвратиться к задаче о контакте двух упругих тел, то ур-ние (2.7) следует заменить на ур-ние:

$$\delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) = -\frac{(\eta_1 + \eta_2)}{2\pi} \iint_{\Omega} \frac{1}{R} T(x_1, y_1) dx_1 dy_1 + \frac{(\vartheta_1 + \vartheta_2)}{2\pi} \iint_{\Omega} \frac{1}{R} p(x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad \text{при } (x, y) \in \Omega. \quad (2.8)$$

Здесь δ — сближение упругих тел, а

$$\vartheta_i = \frac{1 - \nu_i}{\mu_i}; \quad \eta_i = (1 + \nu_i)\alpha_i; \quad i = 1, 2. \quad (2.9)$$

Уравнение (2.8) — двумерное интегральное ур-ние первого рода для контактного давления $p(x, y)$. Функции $\varphi_i(x, y)$ и $T(x, y)$ считаются известными. Аналитическое решение ур-ния (2.8) можно получить только в тех случаях, когда площадка контакта Ω является кругом или эллипсом.

Введем обозначение:

$$N(x, y) = (\vartheta_1 + \vartheta_2)p(x, y) - (\eta_1 + \eta_2)T(x, y), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (2.10)$$

Тогда ур-ние (2.8) примет вид:

$$\delta - \varphi_1(x, y) - \varphi_2(x, y) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Omega} N(x_1, y_1) \frac{1}{R} dx_1 dy_1, \quad (x, y) \in \Omega. \quad (2.11)$$

Решив интегральное ур-ние (2.11), найдем функцию $N(x, y)$. Затем, по ф-ле (2.10) можно определить нормальное давление на площадке контакта $p(x, y)$.

Ограничиваясь в уравнении (2.11) рассмотрением лишь локальных эффектов, получаем:

$$\left(\delta - \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2} \right) = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Omega} \frac{1}{R} N(x_1, y_1) dx_1 dy_1, \quad (x, y) \in \Omega. \quad (2.12)$$

Вопросы, связанные с определением величин R_1 и R_2 , подробно рассматриваются в работе [10].

Выбор функции $T(x, y)$. Согласно работе [1] на площадке контакта должна быть задана не температура, а сумма интенсивностей тепловых потоков. Пусть площадкой контакта Ω является эллипс. Когда на площадке контакта задается сумма интенсивностей тепловых потоков для q_2 , то граничные условия при $z = 0$ принимают вид:

$$\begin{aligned} q_1 + q_2 &= \frac{\nu f}{I} p(x, y), \quad T_1 = T_2 \quad \text{при } (x, y) \in \Omega, \\ q_1 &= q_2 = 0 \quad \text{при } (x, y) \notin \Omega. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Здесь

$$q_i = -k_i \frac{\partial T_i}{\partial n_i}, \quad (i = 1, 2), \quad (3.2)$$

где k_i — коэффициент теплопроводности материала.

Уравнение теплопроводности имеет вид:

$$\frac{\partial^2 T_i}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 T_i}{\partial z_i^2} = 0, \quad (i = 1, 2). \quad (3.3)$$

Применив двумерное интегральное преобразование Фурье к соотношениям (3.1)—(3.3), можно показать, что условия (3.1) эквивалентны условиям:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 T_i}{\partial z_i^2} &= -\frac{\nu f p(x, y)}{(k_1 + k_2) I} \quad \text{при } (x, y) \in \Omega, \\ \frac{\partial^2 T_i}{\partial z_i^2} &= 0 \quad \text{при } (x, y) \notin \Omega \quad (i = 1, 2). \end{aligned} \quad (3.4)$$

Таким образом, получим задачу Неймана для полупространства $z_i > 0$. Решение этой задачи имеет вид:

$$T_i(x_i, y_i, z_i) = \frac{\nu f}{2\pi(k_1 + k_2) I} \iint_{\Omega} p(\xi_i, \eta_i) \frac{d\xi_i d\eta_i}{r_i}, \quad (3.5)$$

где $r_i = \sqrt{(x_i - \xi_i)^2 + (y_i - \eta_i)^2 + z_i^2}$ ($i = 1, 2$).

Полагая в решении (3.5) $z_i = 0$ получаем распределение температуры $T(x, y)$ на площадке контакта Ω .

В формулах (3.1), (3.4), (3.5) функция $p(x, y)$ — распределение нормального давления в решении Герца по эллиптической площадке контакта, т. е.:

$$p(x, y) = p_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^{1/2} \quad \text{при } (x, y) \in \Omega. \quad (3.6)$$

На площадке контакта выполняются условия:

$$x_1 = x_2, \quad y_1 = y_2, \quad z_1 = z_2 = 0, \quad T_1 = T_2 = T.$$

Подставляя ф-лу (3.6) в (3.5) при $z_i = 0$ и выполняя интегрирование, приходим к выражению:

$$T(x, y) = A_0 - A_1 x^2 - A_2 y^2, \quad (x, y) \in \Omega. \quad (3.7)$$

где A_0, A_1, A_2 — некоторые постоянные. Подробности, связанные с вычислением этих интегралов см. в работах [4, 10].

На границе площадки контакта не должно быть скачка температуры (см. условия (1.3)). Следовательно, на границе области контакта $T = 0$. Это условие можно выполнить, если в ф-ле (3.7) принять $A_0 = T_0, A_1 = T_0/a^2, A_2 = T_0/b^2$.

Тогда ф-ла (3.7) примет вид:

$$T(x, y) = T_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right), \quad (x, y) \in \Omega, \quad (3.8)$$

где a, b — полуоси эллипса E_0 , ограничивающего площадку контакта Ω .

Постоянную T_0 , входящую в (3.8), можно определить по формулам Арчарда [5, 6].

Решение уравнения (2.12). Замкнутое решение этого интегрального уравнения получим в предположении, что областью контакта Ω является площадка, ограниченная эллипсом E_0 . Положим $a \geq b, b^2 = a^2(1 - e^2), R_1 \geq R_2, e^2 = 1 - (b^2/a^2), e$ — эксцентриситет эллипса E_0 . Параметры a, b эллипса E_0 заранее неизвестны; они определяются в процессе решения задачи.

В теории потенциала установлено, что решение $N(x, y)$ уравнения (2.12) должно обращаться в нуль на эллипсе E_0 . С учетом этого имеем:

$$N(x, y) = C \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^{1/2}, \quad (x, y) \in \Omega. \quad (4.1)$$

Постоянная C находится из условия равновесия:

$$P = \iint_{\Omega} p(x, y) dx dy, \quad (4.2)$$

где P — нормальная сила, прижимающая упругие тела. Из выражений (2.10) и (4.1), имеем:

$$p(x, y) = \frac{C}{(\vartheta_1 + \vartheta_2)} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^{1/2} + \gamma_0 T(x, y), \quad \text{при } (x, y) \in \Omega, \quad (4.3)$$

где

$$\gamma_0 = (\eta_1 + \eta_2) / (\vartheta_1 + \vartheta_2). \quad (4.4)$$

Вместо функции $T(x, y)$ в дальнейшем будем использовать выражение (3.8).

Подставляя выражение (4.3) в (4.2), и учитывая (3.8), после интегрирования находим:

$$\frac{C}{(\vartheta_1 + \vartheta_2)} = \frac{3}{2} \left(p_c - \frac{1}{2} \gamma_0 T_0 \right), \quad p_c = P / (\pi ab).$$

Подставляя это выражение в (4.3) и учитывая (3.8), окончательно получаем:

$$p(x, y) = \frac{3}{2} \left(p_c - \frac{1}{2} \gamma_0 T_0 \right) \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^{1/2} + \gamma_0 T_0 \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right), \quad (x, y) \in \Omega. \quad (4.5)$$

По формуле (4.5) можно определить давление в любой точке площадки контакта с учетом тепловыделения. Давление в центре площадки контакта

$$p_{\max} = \frac{3}{2} p_c + \frac{1}{4} \gamma_0 T_0, \quad (4.6)$$

т. е. учет температуры, в соответствии с ф-лой (3.8), приводит к увеличению максимального давления (если $T_0 > 0$).

Выражение (4.1) принимает вид:

$$N(x, y) = \frac{3}{2} \left(p_c - \frac{1}{2} \gamma_0 T_0 \right) (\vartheta_1 + \vartheta_2) \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} \right)^{1/2}, \quad (x, y) \in \Omega. \quad (4.7)$$

Теперь можно определить сближение двух упругих тел δ и параметры эллипса E_0 (полуоси a, b и эксцентриситет e). Для этого подставим выражение (4.7) в уравнение (2.12). После интегрирования получим:

$$2\pi \left(\delta - \frac{x^2}{2R_1} - \frac{y^2}{2R_2} \right) = p_0 (I_0 - I_1 x^2 - I_2 y^2), \quad (4.8)$$

где

$$p_0 = \frac{3}{2} \left(p_c - \frac{1}{2} \gamma_0 T_0 \right) (\vartheta_1 + \vartheta_2), \quad I_0 = \pi b K(e), \quad I_1 = \frac{\pi b}{e^2 a^2} [K(e) - E(e)], \quad I_2 = \frac{\pi b}{e^2 a^2} \left[\frac{a^2}{b^2} E(e) - K(e) \right], \quad (4.9)$$

где $K(e), E(e)$ — полные эллиптические интегралы.

Используя выражения (4.8) и (4.9), находим:

$$\delta = \frac{1}{2} p_0 b K(e), \quad (4.10)$$

$$\frac{1}{R_1} = p_0 \frac{b}{a^2} D(e), \quad \frac{1}{R_2} = p_0 \frac{b}{a^2} \frac{B(e)}{1-e^2}, \quad (4.11)$$

где использованы общепринятые обозначения:

$$D(e) = \frac{1}{e^2} [K(e) - E(e)], \quad B(e) = \frac{1-e^2}{e^2} \left[\frac{1}{1-e^2} E(e) - K(e) \right].$$

Поделив первую формулу (4.11) на вторую, получим:

$$\frac{R_2}{R_1} = (1-e^2) \frac{D(e)}{B(e)}. \quad (4.12)$$

Из полученного соотношения можно определить эксцентриситет e эллипса E_0 . Видно, что учет температуры не влияет на величину эксцентриситета.

Рассмотрим вопрос об определении большей полуоси a эллипса E_0 . С учетом выражения (4.9), первая ф-ла (4.11) принимает вид:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{3}{2} \frac{b}{a^2} (\vartheta_1 + \vartheta_2) \left(\frac{P}{\pi ab} - \frac{1}{2} \gamma_0 T_0 \right) D(e). \quad (4.13)$$

Учитывая, что $b = a\sqrt{1-e^2}$, из последней ф-лы получаем кубическое уравнение:

$$\varepsilon^3 + \omega \varepsilon^2 = 1, \quad (4.14)$$

где $\varepsilon = \frac{a}{a_0}$, $\omega = \frac{3}{4} \frac{R_1}{a_0} (\eta_1 + \eta_2) T_0 \sqrt{1-e^2} D(e)$, $a_0 = [PR_1(\vartheta_1 + \vartheta_2)]^{1/3} \alpha_a$, $\alpha_a = \left[\frac{3}{2\pi} D(e) \right]^{1/3}$.

Здесь a_0 , a — большая полуось эллипса E_0 без учета температуры и с учетом соответственно.

Решение уравнения (4.14), при различных значениях параметра ω , можно получить с помощью ЭВМ. На рис. 2 представлена зависимость $\varepsilon(\omega)$. Видно, что большая полуось a уменьшается с увеличением величины T_0 .

Величины полуосей эллипса E_0 находим по формулам:

$$a = \varepsilon a_0, \quad b = a\sqrt{1-e^2}.$$

Эксцентриситет e можно определить из соотношения (4.12) или по табл. 3 работы [10].

Сближение упругих тел δ определяется формулой (4.10). Закон распределения давления $p(x, y)$ на площадке контакта дается выражением (4.5), а максимальное давление p_{\max} определяется соотношением (4.6).

Заключение. Таким образом, нами решена пространственная контактная задача термоупругости для случая эллиптической площадки контакта. Получены зависимости ее геометрических параметров, контактных давлений и сближения упругих тел от температуры, что позволяет решать различные задачи инженерной практики.

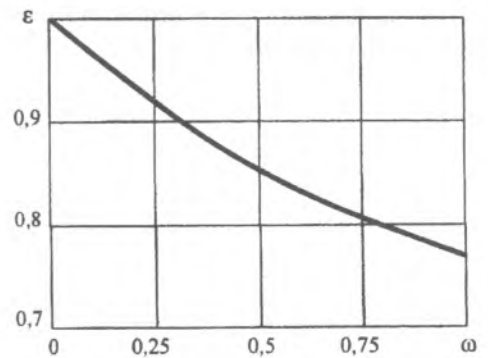


Рис. 2. График зависимости ε от ω

Работа выполнена при финансовой поддержке Белорусского фонда фундаментальных исследований.

Обозначения

f — коэффициент трения; u_z — проекция вектора перемещения на ось z ; σ_z — нормальное напряжение; τ_{xz} и τ_{yz} — касательные напряжения; T — температура; φ_i — уравнение поверхности S_i ; ν — коэффициент Пуассона; μ — модуль сдвига; α — коэффициент линейного температурного расширения; δ — сближение упругих тел; q_1, q_2 — тепловые потоки; J — механический эквивалент тепла; v — скорость относительного скольжения; a, b — полуоси эллипса E_0 , ограничивающего площадку контакта Ω ; P — нормальная сила, прижимающая упругие тела; ρ — плотность, σ_T — предел текучести, c — удельная теплоемкость, χ — коэффициент теплопроводности, k — коэффициент теплопроводности.

Литература

1. Коровчинский М. В. Плоская контактная задача термоупругости при стационарном тепловыделении на поверхностях соприкосновения. — М.: Ин-т машиноведения. — 1961
2. Грилицкий Д. В. Термопружні контактні задачі в трибології. — Киев: ІЗМН. — 1996
3. Грилицкий Д. В., Краснюк П. П. Стационарный термоупругий контакт двух цилиндров с фрикционным теплообразованием // Трение и износ. — 1996 (17), № 3, 312–319
4. Джонсон К. Механика контактного взаимодействия. — М.: Мир. — 1989
5. Польцер Г., Майснер Ф. Основы трения и изнашивания. — М.: Машиностроение. — 1984
6. Чихос Х. Системный анализ в трибонике. — М.: Мир. — 1982
7. Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. — Москва: Наука. — 1984
8. Соболев С. Л. Уравнения математической физики. — М.: Гостехтеориздат. — 1954
9. Kassir M. K., Sih G. C. Three-dimensional crack problems. — Leyden: Noordhoff. — 1975
10. Лурье А. И. Теория упругости. — Москва: Наука. — 1970

Поступила в редакцию 21.08.2002.

Borodachev N.M. and Tarikov G.P. Spacial contact problem with the allowance of heat generation in sliding friction.

A Hetzian problem is analyzed for a system of two bodies in sliding contact. An integral equation is obtained for pressure in contact area with the allowance of heat generation; its solution has resulted in the law of pressure distribution and has yielded geometrical characteristics of the contact area.