

В. Л. ГРАНОВСКИЙ

**ДИФФУЗИЯ ИОНОВ В РАЗРЯДЕ И НАЧАЛЬНАЯ СКОРОСТЬ
ДЕИОНИЗАЦИИ ГАЗА. I**

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 6 V 1939)

1. К расчету основных параметров плазмы разряда и к определению скорости деионизации газа при умеренно низких давлениях можно применить теорию диффузии^(1, 2, 3). Для этого необходимо, чтобы средняя длина пробега иона λ_p была значительно меньше линейных размеров разрядного пространства; в то же время объемная рекомбинация, преобладающая при высоком давлении, должна быть еще незначительной. Согласно теории амбиполярной диффузии В. Шоттки⁽¹⁾ задача о движении ионов и электронов сводится к обычному уравнению диффузии

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D_a \Delta n + zn, \quad (I, 1)$$

где z — число пар ионов, образуемых 1 электроном в 1 сек.; D_a — коэффициент амбиполярной диффузии:

$$D_a = \frac{D_e b_p + D_p b_e}{b_e + b_p} \cong \frac{1}{3} \lambda_p \bar{c}_p \left(1 + \frac{U_e}{U_p} \right) \quad (I, 2)$$

Здесь \bar{c}_p — средняя скорость ионов, U_e и U_p — средние кинетические энергии электронов и ионов. Для стационарного разряда $\frac{\partial n}{\partial t} = 0$, для стадии деионизации $z = 0$. Решения уравнения (1) в простых случаях хорошо известны.

Если в качестве краевых условий положить, следуя Шоттки, что у стенок сосуда концентрация ионов равна нулю:

$$n_w = 0, \quad (I, 3)$$

то например в случае бесконечной цилиндрической плазмы радиуса R распределение концентрации ионов в стационарном разряде и в распадается плазме выразится уравнением

$$n(r) = n_0 J_0 \left(\nu_1 \frac{r}{R} \right) \quad (I, 4)$$

где n — концентрация у оси, J_0 — функция Бесселя нулевого порядка, $\nu_1 = 2.405\dots$ — первый корень функции J_0 .

В стационарном разряде условие (3) накладывает связь на величины z и D_a :

$$\sqrt{\frac{z_v}{D_a}} = \frac{\nu_1}{R}. \quad (I, 5)$$

В стадии деионизации скорость последней определяется через те же величины (3,7):

$$-\frac{1}{n} \frac{dn}{dt} = \frac{1}{\tau} = D_a \left(\frac{r_1}{R} \right)^2. \quad (\text{I, 6})$$

Однако в действительности $n_w \neq 0$; отношение $\frac{n_w}{n}$ имеет различные значения, зависящие от давления p и от R . Поэтому собственное значение $\rho \neq 2.405$ и есть также функция p и R . Следовательно для любых расчетов по диффузионной теории, в частности для вычисления скорости деионизации, нужно кроме геометрии трубки знать еще две величины: D_a и ρ . Их можно определить в стационарном разряде.

2. Можно попытаться теоретически определить ρ , уточнив краевые условия задачи. Такую попытку сделали В. Функ и Р. Зеелигер (4), положив, что плотность диффузионного тока электронов к стенке $D_a \left(\frac{\partial n}{\partial r} \right)_w$ равна плотности хаотического тока электронов, уменьшенной на ток отраженных электронов

$$D_a \left(\frac{\partial n}{\partial r} \right)_w = \frac{1}{4} n_w \bar{c}_e (1 - \rho)$$

(ρ — коэффициент отражения электронов от стенки). Они однако не учли, что от изолированной стенки отражаются почти все электроны (в ртутном разряде например $1 - \rho \approx \frac{1}{400}$); кроме того при численном подсчете этими авторами был допущен просмотр [при переходе от формулы (3) к формуле (4) их статьи пропущен коэффициент 4]. В результате, преувеличив поправочный член в 1600 раз, они нашли, что ρ несущественно отличается от значения 2.405.

В действительности пограничное условие лучше написать, рассматривая движение ионов, которые полностью поглощаются стенкой. При этом воспользуемся методом, намеченным в работе В. де-Гроота (5) и примененным В. А. Фабрикантом к теории диффузии возбужденных атомов (6).

Рассмотрим слой положительного пространственного заряда у стенок (слой A) и прилегающий к нему слой плазмы толщины $\frac{2}{3} \lambda_p$ (слой B). В 1 см² слоя B из плазмы вступает в 1 сек. $D_a \left(\frac{\partial n}{\partial r} \right)$ ионов. Из слоя B в слой A переходит ежесекундно $\left(\frac{1}{2} n \bar{c}_p - \frac{1}{3} \lambda_p \bar{c}_p \frac{\partial n}{\partial r} \right)$ ионов; в этом выражении коэффициенты удвоены по сравнению с обычными, так как мы принимаем распределение скоростей ионов полусферическим и направленным к стенке. Обратное из слоя A в слой B ионы не поступают вовсе: они вытягиваются стенками. Наконец в слое B возникает ежесекундно $\frac{2}{3} z n \lambda_p$ новых ионов вследствие ионизации ударами электронов. Число ионов, входящих в данный слой, минус число выходящих ионов, равно числу ионов, возникающих в нем:

$$\frac{2}{3} \lambda_p n z = -D_a \frac{\partial n}{\partial r} - \frac{1}{2} n \bar{c}_p + \frac{1}{3} \lambda_p \bar{c}_p \frac{\partial n}{\partial r}. * \quad (\text{I, 7})$$

При этом принято, что толщины обоих слоев малы сравнительно с размерами плазмы, т. е. с R ; поэтому n и $\frac{\partial n}{\partial r}$ во всех членах отнесены к одному и тому же значению $r = R$. Вставив сюда D_a из (2), разделив на \bar{c}_p и обозна-

* Указанием на роль последнего члена и на вытекающие отсюда вопросы теории зондовых измерений я обязан В. А. Фабриканту.

чив $\frac{\bar{c}_p}{\lambda_p} = \nu_p$ (среднее число столкновений одного иона в 1 сек. вблизи стенок), находим искомое краевое условие в виде:

$$\frac{1}{3} \lambda_p \frac{U_e}{U_p} \left(\frac{\partial n}{\partial r} \right)_w = \left(\frac{2z}{3\nu_p} - \frac{1}{2} \right) n_w. \quad (I, 8)$$

Если мы потребуем, чтобы решение (4) удовлетворяло условию (8) вместо (3), то найдем уравнение для μ :

$$\frac{J_0(\mu)}{\mu J_1(\mu)} = \frac{\lambda_p}{3R \left(\frac{1}{2} - \frac{2z}{3\nu_p} \right)} \frac{U_e}{U_p}; \quad (I, 9)$$

соотношение (5) переходит в

$$\sqrt{\frac{z}{D_a}} = \frac{\mu}{R}. \quad (I, 5')$$

При $\lambda_p \ll R$ $J_0(\mu)$ сравнительно мало; можно приближенно написать $\frac{J_0(\mu)}{J_1(\mu)} = 2.405 - \mu$. Тогда вместо (9) получим алгебраическое уравнение, из которого найдем:

$$\mu = \frac{2.405}{1 + 0.82 \frac{\lambda_p}{R} \left(\frac{1}{2} - \frac{2z}{3\nu_p} \right) \frac{U_e}{U_p}}. \quad (I, 10)$$

Отношение $\frac{n_w}{n_0} = J_0(\mu)$ может быть представлено просто, если весьма приближенно положить $\mu J_1(\mu) \cong \text{const} = 1.2$. Тогда

$$\frac{n_w}{n_0} = J_0(\mu) \cong 0.4 \frac{\lambda_p}{R \left(\frac{1}{2} - \frac{2z}{3\nu_p} \right)} \frac{U_e}{U_p} \quad (I, 11)$$

Таким образом $\frac{n_w}{n_0}$ оказывается величиной порядка $\frac{\lambda_p}{R}$, как было показано В. де-Гроотом*. К сожалению современное состояние теории движения ионов в плазме не позволяет сделать определенных общих утверждений о величинах ν_p и $\frac{U_e}{U_p}$. Можно только заметить, что при низких давлениях $\frac{U_e}{U_p}$ у стенки трубки ≈ 2 и с повышением давления растет; ν_p также растет с давлением. Грубая оценка показывает, что при $p > 0.01$ мм Нг дробь $\frac{2z}{3\nu_p}$ можно отбросить в сравнении с $\frac{1}{2}$ (при деионизации вообще $z=0$). Поэтому дальнейшее теоретическое уточнение формул (9—11) вряд ли сейчас можно обосновать; полезнее дискутировать их путем сопоставления с опытными данными.

3. Для экспериментального определения μ и D_a автором совместно с Е. В. Мерзлоуховой и Е. А. Винтилиной были произведены систематические зондовые измерения в положительном столбе ртутного разряда в условиях диффузионного режима. Диаметр разрядных трубок был 65 мм и 105 мм; давление (приведенное к 0°) — от 2.3 до 65 μ Нг. Тип разрядной

* А. Энгель и М. Штеенбек⁽¹⁰⁾ приходят к тому же заключению путем расчета, в котором принято $\mu=2.4$ (что, как известно, справедливо, если $n_w=0$), рассматривается некоторая длина свободного пробега, средняя для электрона и иона (!) и т. д. В этом расчете убедительным нам кажется только конечный результат, найденный ранее В. де-Гроотом.

трубки и метод регулировки давления был уже описан (7); измерения производились цилиндрическим зондом у оси трубки и плоским зондом с охраняющим кольцом—у стенки. Подробный отчет о результатах измерений будет опубликован в Журнале экспериментальной и теоретической физики; сейчас приведем только вычисленные по ним значения $\frac{n_w}{n_0}$, μ и D_a . На

фиг. 1 представлено отношение $\frac{n_w}{n_0}$, как функция $\frac{\lambda_p}{R}$; λ_p вычислено так:

$\lambda_p = \sqrt{2} \frac{\lambda_1}{p}$, где $\lambda_1 = 1.5$ см—свободный пробег нейтральной молекулы

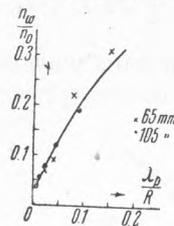
ртути при $p = 1 \mu$; p —приведенное давление паров Hg. Мы видим, что $\frac{n_w}{n_0}$

растет медленнее, чем $\frac{\lambda_p}{R}$ [приблизительно, как $(\frac{\lambda_p}{R})^{0.7}$]; отсюда и из

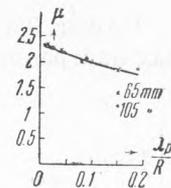
формулы (9) следует, что с понижением давления $\frac{U_e}{U_p}$ падает, что и было

отмечено выше. Значения μ , вычисленные по формуле (4), приведены на

фиг. 2. При увеличении $\frac{\lambda_p}{R}$ от 0 до 0.2 они убывают на 30% вопреки заключению Функа и Зеелигера (4). Заметим, что значения μ , снятые в трубках двух разных диаметров, ложатся на общую кривую; это дает основание пользоваться фиг. 2 для расчетов с трубками различных диаметров.



Фиг. 1.



Фиг. 2.

Вычисление коэффициента диффузии D_a мы производили, исходя из уравнения (I, 11) и предположения, что все ионы, возникающие в единице длины столба, рекомбинируют на стенках. Если ионизуются непосредственно нормальные атомы, то последнее предположение выразится так:

$$2\pi R j_p = \varepsilon \int_0^R z n \cdot 2\pi r dr = 2\pi \varepsilon z n_0 \int_0^R J_0\left(\mu \frac{r}{R}\right) r dr \quad (\text{I, 12})$$

(j_p —плотность ионного тока к стенкам). Из (I, 5') и (I, 12) находим

$$D_a = \frac{j_p R}{\varepsilon n_0 \mu J_1(\mu)} \quad (\text{I, 13})$$

или, обозначив

$$N_e = 2\pi \int_0^R n r dr = \frac{2\pi n_0 R^2 J_1(\mu)}{\mu}$$

число электронов в 1 см столба,

$$D_a = \frac{2\pi j_p R^3}{\varepsilon N_e \mu}. \quad (\text{I, 14})$$

Однако возможно, что в интересующей нас области давлений и плотностей тока ионизация в парах Hg происходит в основном ступенчатым путем [см. например работу Б. Н. Клярфельда (8)].

Тогда $z = \beta n_a$, где n_a —концентрация возбужденных атомов. Как показал В. А. Фабрикант (9), распределение этих атомов, наиболее уклоняющееся от равномерного, имеет место при малой плотности тока, когда можно написать $n_a(r) \cong n_{a0} J_0\left(\mu \frac{r}{R}\right)$. В этом случае и в предположении

ступенчатой ионизации В. А. Фабрикант установил, что распределение электронов будет также мало отличаться от распределения возбужденных атомов. Если этот случай рассмотреть, как противоположный прямой ионизации, то мы найдем, что число пар ионов, образуемых в 1 см^3 в 1 сек. , будет равно $\beta n_{a0} n_{e0} J_0^2 \left(\mu \frac{r}{R} \right)$. Вместо (12) имеем

$$2\pi R j_p = 2\pi \varepsilon \beta n_{a0} n_{e0} \int_0^R J_0^2 \left(\mu \frac{r}{R} \right) r dr = \pi \varepsilon \beta n_{e0} n_{a0} R^2 [J_0^2(\mu) + J_1^2(\mu)]; \quad (\text{I}, 15)$$

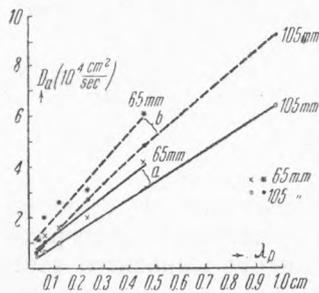
вместо (14):

$$\sqrt{\frac{n_{a0} \beta}{D_a}} = \frac{\mu}{R}.$$

Комбинируя два последних равенства, найдем:

$$D_a = \frac{j_p R}{\varepsilon n_{e0} \frac{\mu^2}{2} [J_0^2(\mu) + J_1^2(\mu)]} = \frac{2\pi j_p R^3}{\varepsilon N_e} \cdot \frac{2J_0(\mu)}{\mu^3 [J_0^2(\mu) + J_1^2(\mu)]}. \quad (\text{I}, 16)$$

На фиг. 3 приведены значения $D_a = f(\lambda_p)$, вычисленные по данным зондовых измерений в обеих трубках (65 мм и 105 мм): кривые *a*—в предположении прямой ионизации [формула (14)], кривые *b*—в предположении ступенчатой ионизации [формула (16)]. Обе кривые представляют собой крайние пределы возможных значений D_a ;



Фиг. 3.

нужно думать, что истинные значения лежат по середине, причем при более низких давлениях—ближе к кривой *a*, при более высоких давлениях—ближе к кривой *b*.

Кривыми фиг. 2 и фиг. 3 можно пользоваться для расчета ионизации и деионизации в трубках любого диаметра при условии диффузионного режима; значение D_a можно оценить при этом с ошибкой, не превышающей

20%. Насколько такой подсчет соответствует действительности, можно проверить при экспериментальном исследовании скорости деионизации; результаты проверки будут описаны в следующем сообщении.

Всесоюзный электротехнический институт.
Москва.

Поступило
3 IV 1939.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- ¹ W. Schottky, Phys. ZS., **25**, 342 (1924). ² J. Langmuir, L. Tonks, Phys. Rev., **34**, 876 (1929). ³ E. Spenke u. M. Steenbeck, Wiss. Ver. Siemens, **15**, 18 (1936). ⁴ W. Funk u. R. Seeliger, ZS. für Phys., **110**, 145 (1938). ⁵ W. de Groot, Physica, **8**, 23 (1928). ⁶ В. А. Фабрикант, ДАН, XXIII, № 3 (1939). ⁷ В. Л. Грановский, Изв. Ак. Наук СССР, сер. физ., № 4 (1938). ⁸ Б. Н. Клярфельд, Изв. Ак. Наук СССР, серия физич., № 4 (1938). ⁹ В. А. Фабрикант, ЖЭТФ, **8**, 549 (1938). ¹⁰ А. Энгель и М. Штеенбек, Физика и техника электрического разряда, ч. II, § 37.