

УДК 536.12:621.891

## ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ ФРИКЦИОННЫХ МУФТ И ТОРМОЗОВ

В. А. БАЛАКИН<sup>а</sup>, В. П. СЕРГИЕНКО<sup>б+</sup>, О. Ю. КОМКОВ<sup>а</sup>

При включении фрикционных муфт сцепления и тормозов сила трения может быть постоянной, либо изменяться по линейному и параболическому законам с течением времени. Закономерности изменения силы трения влияют на характер зависимости относительной скорости скольжения, интенсивности тепловыделения и тепловых потоков как функций времени. Приведены точные и приближенные формулы для расчета средних температур трения и средних температурных полей, возникающих в накладках и диске (барабане) при включении фрикционных муфт сцепления и тормозов.

**Ключевые слова:** фрикционная муфта, тормоз, интенсивность тепловыделения, тепловые потоки, расчет, температура.

**Введение.** При включении фрикционных муфт и тормозов под действием силы трения происходит уменьшение скорости скольжения в зоне контакта фрикционный элемент—контртело (диск—диск, колодка—диск, колодка—барабан и т. п.). Полное время срабатывания муфты и тормоза определяется выражением  $t_T = t_1 + t_2$ . Если в процессе включения фрикционной муфты  $t_1$  может быть соизмеримо с  $t_2$ , то при работе тормоза  $t_1 \ll t_2$ .

Интенсивность фрикционного тепловыделения выражается формулой

$$q(t) = f(t) p_a(t) v(t). \quad (1)$$

Сила трения равна

$$T(t) = f(t) p_a(t) Aa. \quad (2)$$

Таким образом для определения интенсивности тепловыделения необходимо иметь информацию о зависимостях  $T(t)$  и  $v(t)$ . За время включения муфты или тормоза  $t_1$  сила трения возрастает по закону близкому к линейному:

$$T(t) = T_a t / t_1. \quad (3)$$

В промежуток времени  $t_1 < t < t_T$  коэффициент трения, а следовательно и сила трения могут быть постоянными, либо изменяться по линейному или параболическому законам [1]:

$$T_0 = \text{const}, \quad (4)$$

$$T(t) = T_0 + B_1 (t - t_1) / (t_T - t_1), \quad (5)$$

$$T(t) = T_0 + B_2 (t - t_1) / (t_T - t_1)^2, \quad (6)$$

$$T(t) = T_0 + B_3 (t - t_1) / (t_T - t_1) + B_4 (t - t_1) / (t_T - t_1)^2. \quad (7)$$

а Гомельский политехнический институт. Беларусь, 246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.

б ИММС АН Б. Беларусь, 246652, г. Гомель, Кирова 32а.

+ Автор, с которым следует вести переписку.

Если известна зависимость  $T(t)$ , то изменение скорости с течением времени можно определить аналитически из уравнения движения:

$$Jd\omega/dt = -M(t), \quad (8)$$

где  $M(t) = T(t)R$ .

**Теоретические зависимости.** Рассмотрим начальный период включения муфты или тормоза ( $0 < t < t_1$ ). Пусть сила трения описывается зависимостью (3), тогда уравнение (8) принимает вид

$$J \frac{d\omega}{dt} = -\frac{T_0 R}{t_1} t$$

Разделяя переменные, имеем

$$d\omega = -\frac{T_0 R}{J t_1} t dt. \quad (9)$$

Интегрируя левую часть (9) в пределах от  $\omega_0$  до  $\omega$ , а правую часть от 0 до  $t$ , получаем

$$\omega(t) = \omega_0 - \frac{T_0 R}{2J t_1} t^2, \quad \text{или} \quad v(t) = v_0 - \frac{T_0 R}{2J t_1} t^2. \quad (10)$$

Учитывая, что  $p_a = N/A_a$ , а также соотношения (3) и (10), уравнение (1) приводим к виду

$$q(t) = \frac{T_0}{A_a t_1} t \left( v_0 - \frac{T_0 R^2}{2J t_1} t \right) = \frac{q_0}{t_1} t - \frac{T_0^2 R^2}{2J A_a t_1^2} t^3, \quad (11)$$

где  $q_0 = T_0 v_0 / A_a$ .

Поскольку время включения муфт и тормозов мало ( $t_1 < 0,1$  с), вторым слагаемым в уравнении (11) можно пренебречь, тогда

$$q(t) = \frac{q_0}{t_1} t. \quad (12)$$

Таким образом в начальный период включения муфты или тормоза интенсивность фрикционного тепловыделения возрастает по линейному закону. К моменту времени  $t_1$  угловая и линейные скорости соответственно равны

$$\omega_1 = \omega_0 - \frac{T_0 R}{2J} t_1, \quad v_1 = v_0 - \frac{T_0 R^2}{2J} t_1. \quad (13)$$

Теперь рассмотрим работу фрикционных муфт и тормозов в рабочий интервал времени ( $t_1 < t < t_T$ ).

1. Пусть  $T_0 = \text{const}$ , тогда уравнение (8) записывается в виде  $Jd\omega/dt = -T_0 R$ . После интегрирования, получаем:  $\omega(t) = \omega_1 - (T_0 R/J)(t - t_1)$ ,  $v(t) = v_1 - (T_0 R^2/J)(t - t_1)$ . При  $t = t_T$ ,  $v(t_T) = 0$ , следовательно  $t_T = t_1 + Jv_1/T_0 R^2$ . Интенсивность фрикционного тепловыделения равна,  $q(t) = (T_0/A_a)[v_1 - (T_0 R^2/J)(t - t_1)]$ , или

$$q(t^*) = q_0^* - b_1 q_0^* t^* = q_0^* (1 - t^*/t_2), \quad (14)$$

где  $q_0^* = T_0 v_1 / A_a$ ,  $b_1 = T_0 R^2 / J v_1 = 1/t_2$ ;  $t^* = t - t_1$ .

2. Если  $T(t) = T_0 + B_1(t - t_1)/(t_T - t_1)$ , или  $T(t^*) = T_0 + (B_1/t_2)t^*$ , то после интегрирования выражения (8), имеем

$$\omega(t) = \omega_1 - \frac{T_0 R}{J} t^* - \frac{B_1 R}{2J t_2} t^{*2},$$

$$v(t) = v_1 - \frac{T_0 R^2}{J} t^* - \frac{B_1 R^2}{2Jt_2} t^{*2}.$$

Интенсивность фрикционного тепловыделения в этом случае равна

$$q(t) = q_0^* + (b_2 - b_1) q_0^* t^* - b_3 q_0^* t^{*2} - b_4 q_0^* t^{*3},$$

где  $b_2 = \frac{B_1}{T_0 t_2}$ ,  $b_3 = \frac{3B_1 R^2}{2Jv_1 t_2}$ ,  $b_4 = \frac{B_1^2 R^2}{2JT_0 v_1 t_2^2}$ .

3. Если  $T(t) = T_0 + B_2 \left( \frac{t - t_1}{t_T - t_1} \right)^2 = T_0 + \frac{B_2}{t_2} t^{*2}$ , или  $T(t^*) = T_0 + \frac{B_2}{t_2} t^{*2}$ ,

то  $\omega(t^*) = \omega_1 - \frac{T_0 R}{J} t^* - \frac{B_2 R}{3Jt_2^2} t^{*3}$ ,  $v(t^*) = v_1 - \frac{T_0 R^2}{J} t^* - \frac{B_2 R^2}{3Jt_2^2} t^{*3}$ ,

$$q(t^*) = q_0^* - b_1 q_0^* t^* + b_5 q_0^* t^{*2} - b_6 q_0^* t^{*3} - b_7 q_0^* t^{*5},$$

где  $b_5 = \frac{B_2}{T_0 t_2^2}$ ,  $b_6 = \frac{4B_2 R^2}{3Jv_1 t_2^2}$ ,  $b_7 = \frac{B_2^2 R^2}{3JT_0 v_1 t_2^4}$ .

Анализ формул (14)–(16) показывает, что их правые части представляют собой многочлены, каждый член которых зависит от  $q_0^*$  и времени  $t^*$  в степени от 0 до 5.

Выделившаяся в зоне фрикционного контакта теплота в виде тепловых потоков разделяется между трущимися телами:

$$q(t) = q_1(t) + q_2(t).$$

Если во фрикционный элемент направлен тепловой поток

$$q_1(t) = \alpha q(t),$$

то в контртело —

$$q_2(t) = (1 - \alpha) q(t).$$

Значение коэффициента распределения тепловых потоков можно определить по формуле [2]:

$$\alpha = \frac{\sqrt{\lambda_1 c_1 \rho_1}}{\sqrt{\lambda_1 c_1 \rho_1} + \sqrt{\lambda_2 c_2 \rho_2}}.$$

Зависимости  $q_1(t)$  и  $q_2(t)$  являются граничными условиями при расчете нестационарных температурных полей в элементах трущихся пар фрикционных муфт и тормозов. С учетом зависимостей (12), (14)–(16), уравнения (18), (19) переписываем в виде:

для начала включения (при  $0 < t \leq t_1$ )

$$q_1(t) = \frac{\alpha q_0}{t_1} t,$$

$$q_2(t) = \frac{(1 - \alpha) q_0}{t_1} t;$$

для промежутка времени ( $t_1 < t \leq t_T$ )

$$q_1(t^*) = \alpha (q_0^* - b_1 q_0^* t^*), \quad (23)$$

$$q_2(t^*) = (1 - \alpha) (q_0^* - b_1 q_0^* t^*), \quad (24)$$

$$q_1(t^*) = \alpha [q_0^* + (b_2 - b_1) q_0^* t^* - b_3 q_0^* t^{*2} - b_4 q_0^* t^{*3}], \quad (25)$$

$$q_2(t^*) = (1 - \alpha) [q_0^* + (b_2 - b_1) q_0^* t^* - b_3 q_0^* t^{*2} - b_4 q_0^* t^{*3}], \quad (26)$$

$$q_1(t^*) = \alpha [q_0^* - b_1 q_0^* t^* + b_5 q_0^* t^{*2} - b_6 q_0^* t^{*3} - b_7 q_0^* t^{*5}], \quad (27)$$

$$q_2(t^*) = (1 - \alpha) [q_0^* - b_1 q_0^* t^* + b_5 q_0^* t^{*2} - b_6 q_0^* t^{*3} - b_7 q_0^* t^{*5}]. \quad (28)$$

В соответствии с принципом суперпозиции общее решение нестационарной тепловой задачи трения можно представить как сумму независимых друг от друга решений, в которых каждый член многочлена является отдельным граничным условием 2-го рода. Диск, колодку и барабан можно рассматривать как неограниченную пластину, а температурные поля в них — одномерными. Анализ выражений (25)–(28) показывает, что функции  $q_{1,2}(t)$  могут быть сложными. Точного решения уравнения теплопроводности при таких граничных условиях не всегда удастся найти. Современная теория теплопроводности дает точные решения одномерного уравнения Фурье для случаев, когда тепловые потоки на поверхности пластины изменяются, например, по законам:

$$q_{1,2} = \text{const}, \quad (29)$$

$$q_{1,2}(t) = k_{1,2} t^t, \quad (30)$$

$$q_{1,2}(t) = m_{1,2} \sqrt{t}. \quad (31)$$

При кратковременном фрикционном нагреве неограниченную пластину можно считать теплоизолированной со стороны противоположной поверхности трения. Если  $v(z_{1,2}, 0) = v_0$ , то соответствующие граничным условиям (29)–(31) температурные поля описываются зависимостями:

$$v(z_{1,2}, t) = v_0 + \frac{q_{1,2} h_{1,2}}{\lambda_{1,2}} \Theta'_{1,2}, \quad (32)$$

где  $\Theta'_{1,2} = \text{Fo}_{1,2} - \eta_{1,2} + \frac{\eta_{1,2}^2}{2} + \frac{1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} A'_n \cos[\mu(1 - \eta_{1,2})] \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}_{1,2})$ ,

$$\text{Fo}_{1,2} = \frac{a_{1,2} t}{h_{1,2}^2}, \quad \eta_{1,2} = \frac{z_{1,2}}{h_{1,2}}, \quad \mu_n = n\pi, \quad A_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu_n^2},$$

$$v(z_{1,2}, t) = v_0 + \frac{k_{1,2} h_{1,2}^3}{\lambda_{1,2} a_{1,2}} \Theta''_{1,2}, \quad (33)$$

где  $\Theta''_{1,2} = \frac{\text{Fo}_{1,2}}{3} - \text{Fo}_{1,2} \eta_{1,2} + \frac{\text{Fo}_{1,2}^2}{2} + \frac{\text{Fo}_{1,2} \eta_{1,2}^2}{2} + \frac{\eta_{1,2}^4}{24} - \frac{\eta_{1,2}^3}{6} + \frac{\eta_{1,2}^2}{6} - \frac{1}{45} - \sum_{n=1}^{\infty} A''_n \cos[\mu(1 - \eta)] \exp(-\mu_n^2 \text{Fo}_{1,2})$ ,

$$A'_n = (-1)^{n+1} \frac{2}{\mu n^4}; \quad \mu_n = n\pi, \quad v(z_{1,2}, t) = v_0 + \frac{m_{1,2} h_{1,2}^2}{\lambda_{1,2} \sqrt{a_{1,2}}} \Theta'''_{1,2}, \quad (34)$$

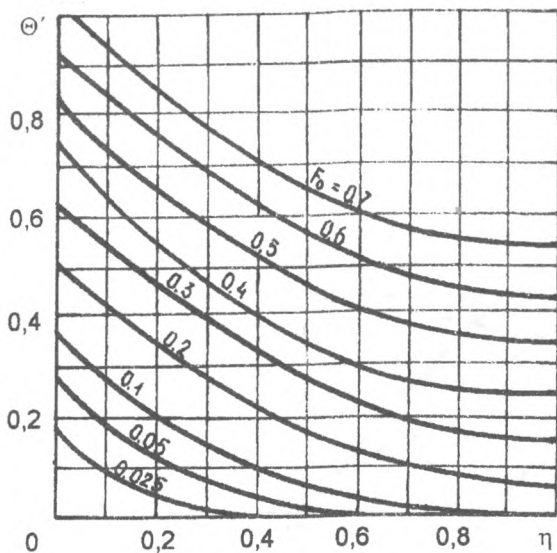


Рис. 1. Зависимость комплекса  $\Theta'_1$  от безразмерной координаты  $\eta$  и критерия Фурье  $Fo$

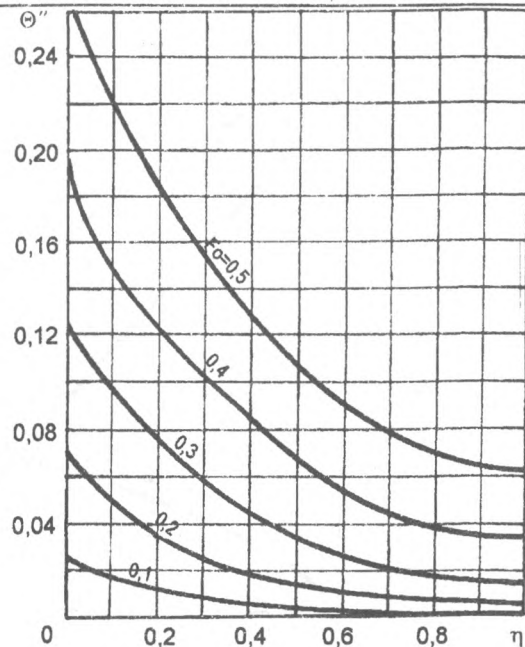


Рис. 2. Зависимость комплекса  $\Theta''_1$  от безразмерной координаты  $\eta$  и критерия Фурье  $Fo$

$$\text{где } \Theta'''_{1,2} = \Gamma \left( \frac{3}{2} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ 1 + \frac{(2n-2+\eta_{1,2})^2}{2Fo_{1,2}} \operatorname{erfc} \frac{2n-2+\eta_{1,2}}{2\sqrt{Fo_{1,2}}} - \frac{2n-2+\eta_{1,2}}{\sqrt{\pi \cdot Fo_{1,2}}} \exp \left[ -\frac{(2n-2+\eta_{1,2})^2}{4Fo_{1,2}} \right] + \right. \\ \left. + \left[ 1 + \frac{(2n-\eta_{1,2})^2}{2Fo_{1,2}} \right] \operatorname{erfc} \frac{2n-\eta_{1,2}}{2\sqrt{Fo_{1,2}}} - \frac{2n-\eta_{1,2}}{\sqrt{\pi \cdot Fo_{1,2}}} \exp \left[ -\frac{(2n-\eta_{1,2})^2}{4Fo_{1,2}} \right] \right\} Fo_{1,2}$$

Численные расчеты по формулам (32)—(34) существенно облегчаются, если воспользоваться зависимостями, изображенными на рис. 1—3. Использование граничных условий (29)—(31) и точных решений (32)—(34) позволяет проводить приближенный расчет нестационарных температурных полей в элементах трущихся пар фрикционных муфт и тормозов. Поскольку в промежуток времени  $t_1 < t < t_2$  кривая интенсивности фрикционного тепловыделения имеет выпуклость вверх, ее можно представить суммой (рис. 4):

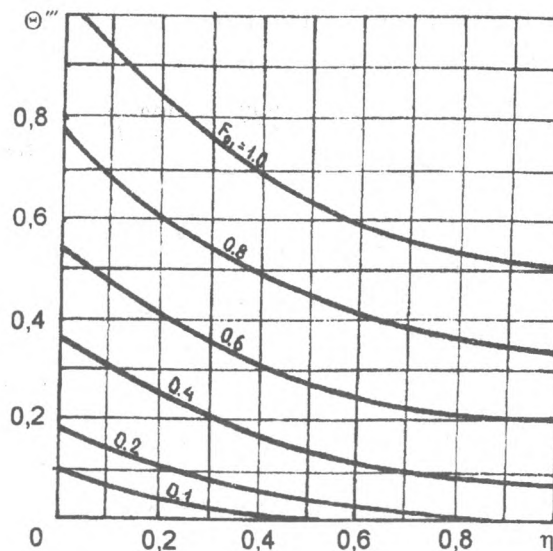


Рис. 3. Зависимость комплекса  $\Theta'''_1$  от безразмерной координаты  $\eta$  и критерия Фурье  $Fo$

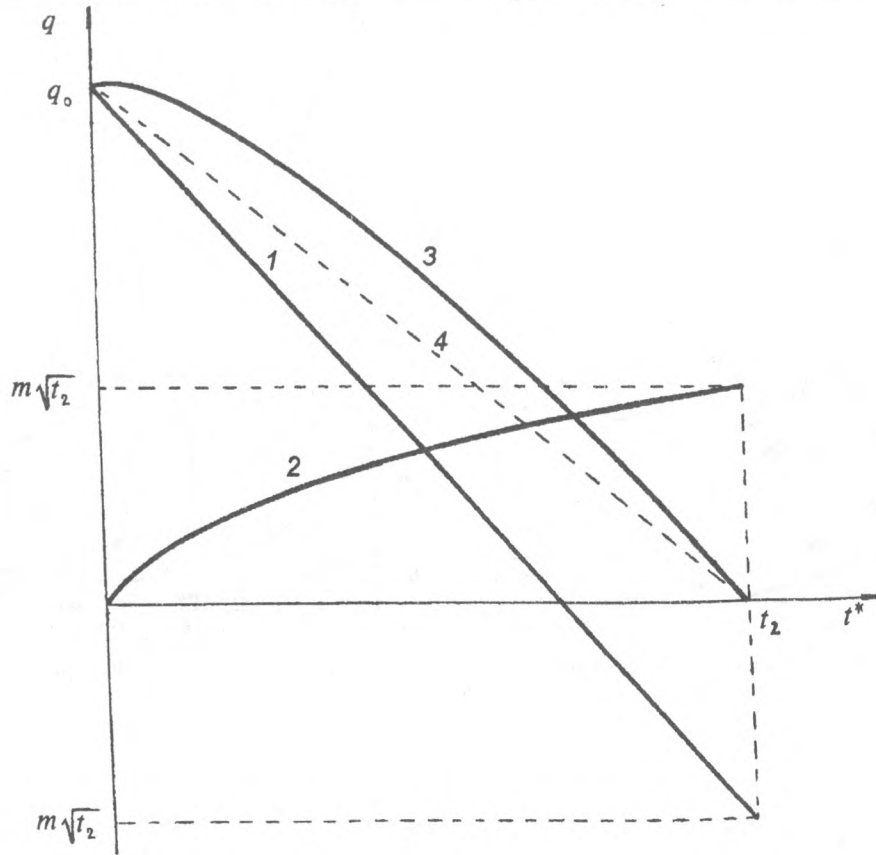


Рис. 4. Зависимости теплового потока  $q$  от текущего времени  $t^*$ : 1 —  $q^*(t^*)$ ; 2 —  $q^{**}(t^*)$ ; 3 —  $q(t^*)$ ; 4 —  $q_0(1 - t^*/t_2)$

$$q(t^*) = q^*(t^*) + q^{**}(t^*), \quad (35)$$

где

$$q^*(t^*) = q_0(1 - t^*/t_2) - m\sqrt{t_2} \frac{t^*}{t_2}, \quad (36)$$

$$q^{**}(t^*) = m\sqrt{t^*}. \quad (37)$$

Чем больше  $m$ , тем больше величина  $q(t^*)$  у начала ординат и наоборот. Перепишем зависимость (35) в виде  $q(t^*) = q_0 - (q_0/t_2)t^* - (m/\sqrt{t_2})t^* + m\sqrt{t^*}$ . Соответственно тепловые потоки равны

$$q_{1,2}(t^*) = q_{1,2} - k_{1,2}^* t^* + m_{1,2} \sqrt{t^*}, \quad (38)$$

где  $q_1 = \alpha q_0$ ,  $q_2 = (1 - \alpha) q_0$ ,  $k_1^* = \alpha \left( \frac{q_0}{t_2} + \frac{m}{\sqrt{t_2}} \right)$ ,  $k_2^* = (1 - \alpha) \left( \frac{q_0}{t_2} + \frac{m}{\sqrt{t_2}} \right)$ ,  $m_1 = \alpha m$ ,  $m_2 = (1 - \alpha) m$ .

Температурные поля от тепловых потоков, описываемых уравнением (38) в момент времени  $t^*$ , определяются суммой решений

$$v(z_{1,2}, t^*) = \frac{q_{1,2} h_{1,2}}{\lambda_{1,2}} \Theta'_{1,2} - \frac{k_{1,2}^* h_{1,2}^3}{\lambda_{1,2} a_{1,2}} \Theta''_{1,2} + \frac{m_{1,2} h_{1,2}^2}{\lambda_{1,2} \sqrt{a_{1,2}}} \Theta'''_{1,2}. \quad (39)$$

**Пример расчета.** Рассчитаем тепловой режим работы безасбестовой фрикционной накладки, дискового тормоза, разработанной в ИММС АНБ при его испытании на стенде Минского тракторного завода [3, 4]. Исходные данные:  $\lambda_1 = 0,42$  Вт/м·К,  $c_1 = 801$  Дж/кг·К,

ТЕПЛОВЫЕ ПРОЦЕССЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ ФРИКЦИОННЫХ

$\rho_1 = 2600 \text{ кг/м}^3$ ,  $a_1 = 1,37 \cdot 10^{-7} \text{ м}^2/\text{с}$ .  $\omega_0 = 71 \text{ рад/с}$ ,  $v_1 = v_0 = 6,03 \text{ м/с}$ ,  $J = 42 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$ ,  
 $M_{\text{ср}} = 850 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  $M_0 = 810 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  $M_{\text{т}} = 935 \text{ Н}\cdot\text{м}$ ,  $p_a = 0,8 \text{ МПа}$ ,  $R_1 = 67 \text{ мм}$ ,  $R_2 = 104 \text{ мм}$ ,  
 $R_{\text{ср}} = 85 \text{ мм}$ ,  $A_a = 0,019 \text{ м}^2$ ,  $h_1 = 4 \text{ мм}$ ,  $t_1 = 0$ ,  $t_{\text{т}} = t_2 = 3,5 \text{ с}$ ,  $\alpha = 0,062$ ,  $V_0 = 0$ ,  $\text{Fo}_{\text{т}} = \frac{a_1 t_1}{h_1^2} = 0,03$ .

Рассмотрим два случая: 1.  $M = M_{\text{ср}} = \text{const}$ ,  $T_0 = M_{\text{ср}}/R_{\text{ср}} = 10 \text{ кН}$ .

Тепловыделение описывается уравнением (14), тогда  $q_0 = T_0 v_0 / A_a = 3,62 \text{ МВт/м}^2$ ,

$$B_1 = T_0 R_{\text{ср}}^2 / J v_0 = 0,268 \text{ л/с}, \quad q(t) = q_0 - (q_0 / t_{\text{т}}) t.$$

Соответственно тепловой поток в накладку равен  $q_1(t) = \alpha q_0 - k_1 t = q_1 - k_1 t$ .

Использование зависимостей (32) и (33) позволяет найти температурное поле, описываемое уравнением

$$v(z_1, t) = v_0 + \frac{q_1 h_1}{\lambda_1} \Theta_1' - \frac{k_1 h_1^3}{\lambda_1 a_1} \Theta_1'', \quad (40)$$

где  $q_1 = \alpha q_0 = 0,224 \text{ МВт/м}^2$ ,  $k_1 = q_1 / t_{\text{т}} = 0,064 \text{ МВт/м}^2\text{с}$ ,  $q_1 h_1 / \lambda_1 = 2140 \text{ К}$ ;  $k_1 h_1^3 / \lambda_1 a_1 = 71200 \text{ К}$ .  
 Переписываем уравнение (40) в виде

$$v(z_1, t) = 2140 \Theta_1' - 71200 \Theta_1''. \quad (41)$$

Воспользовавшись зависимостями изображенными на рис. 1, 2, найдем температуры поверхности трения (табл. 1).

Таблица 1. Данные расчета температуры поверхности трения.

t, с	Fo <sub>1</sub>	Θ <sub>1</sub> '	Θ <sub>1</sub> ''	Θ <sub>1</sub> '''	v(0, t) °C	
					формула (41)	формула (44)
1,0	0,0085	0,104	0,0001	0,009	190	213
2,0	0,0170	0,153	0,0003	0,018	270	318
3,0	0,0255	0,180	0,0008	0,026	288	354
3,5	0,0300	0,197	0,0012	0,030	295	368

2.  $M(t) = M_0 + \frac{M_{\text{т}} - M_0}{t_{\text{т}}}$ ,  $T_0 = T_0 + \frac{T_{\text{т}} - T_0}{t_{\text{т}}}$ ,  $T_{\text{ср}} = 10 \text{ кН}$ .

Пусть  $T_0 = 0,92 T_{\text{ср}} = 9200 \text{ Н}$ ;  $T_{\text{т}} = 1,08 T_{\text{ср}} = 10800 \text{ Н}$ .

Тепловыделение описывается формулой (15), где  $q_0 = T_0 v_1 / A_a = 2,93 \text{ МВт/м}^2$ .

$$b_1 = \frac{T_0 R_{\text{ср}}^2}{J v_0} = 0,264 \text{ л/с}; \quad B_1 = T_{\text{т}} - T_0 = 1600 \text{ Н}; \quad b_2 = \frac{B_1}{T_0 t_{\text{т}}} = 0,05 \text{ л/с};$$

$$b_3 = \frac{3 B_1 B_{\text{ср}}^2}{2 J v_0 t_{\text{т}}} = 0,019 \text{ л/с}; \quad b_4 = \frac{B_1^2 R_{\text{ср}}^2}{2 J T_0 v_0 t_{\text{т}}^2} = 3,25 \cdot 10^{-4} \text{ л/с}^3.$$

Тогда  $q(t) = q_0 (1 - 0,214t - 0,019t^2 - 3,25 \cdot 10^{-4} t^3)$ ,

или  $q_1(t) = \alpha q_0 (1 - 0,214t - 0,019t^2 - 3,25 \cdot 10^{-4} t^3)$ ,

или  $q_1(t) = 0,182 (1 - 0,214t - 0,019t^2 - 3,25 \cdot 10^{-4} t^3)$ . (42)

В соответствии с законом сохранения энергии можно приравнять интегралы правых частей уравнений (38) и (42):

$$\int_0^{t_{\text{т}}} \left[ \alpha q_0 - \left( \frac{\alpha q_0}{t_{\text{т}}} + \frac{\alpha m}{\sqrt{t_{\text{т}}}} \right) t + \alpha m \sqrt{t} \right] dt = \int_0^{t_{\text{т}}} 0,182 (1 - 0,214t - 0,019t^2 - 3,25 \cdot 10^{-4} t^3) dt.$$

После интегрирования имеем

$$\alpha q_0 t_T - \frac{\alpha q_0}{2 t_T} t_T^2 - \frac{\alpha m t_T^2}{2 \sqrt{t_T}} + \frac{2 \alpha m t_T^{3/2}}{3} = 0,182 \left( t_T - \frac{0,214 t_T^2}{2} - \frac{0,019 t_T^3}{3} - \frac{3,25 \cdot 10^{-4}}{4} t_T^4 \right),$$

откуда с учетом численных значений  $\alpha$  и  $q_0$ , получим

$$m = \frac{0,182 (t_T - 0,107 t_T^2 - 0,0063 t_T^3 - 0,81 \cdot 10^{-4} t_T^4) - 0,091 t_T}{0,01 t_T^{3/2}}.$$

При  $t_T = 3,5$  с;  $m = 0,462$  МВт/м<sup>2</sup>·с<sup>1/2</sup>.

Тогда  $K_1 = \alpha \left( \frac{q}{t_T} + \frac{m}{\sqrt{t_T}} \right) = 67,2$  КВт/м<sup>2</sup>с,  $m_1 = 28,5$  КВт/м<sup>2</sup>·с<sup>1/2</sup>. Окончательно формулу (38)

перепишем в виде

$$q_1(t) = 0,182 - 0,0672t + 0,0285\sqrt{t}, \quad \text{МВт/м}^2. \quad (43)$$

Таблица 2. Данные расчета  $q_1(t)$ , МВт/м<sup>2</sup>

Расчетная формула	Время торможения $t$ , с				
	0	1,0	2,0	3,0	3,5
(43)	0,182	0,140	0,090	0,032	0
(44)	0,182	0,143	0,088	0,300	0

В табл. 2 приведены числовые значения  $q_1(t)$  вычисленные по точной (42) и приближенной (43) формулам.

Как видим аппроксимация получена весьма точная. Выражение (39) в рассматриваемом случае принимает вид

$$v(z_1, t) = 1880 \Theta_1' - 74700 \Theta_1'' + 2930 \Theta_1''' , \quad (44)$$

где  $k_1^* h_1^3 / \lambda_1 a_1 = 74700$  К,  $m_1 h_1^2 / \lambda_1 \sqrt{a_1} = 2930$  К.

**Заключение.** В результате выполненных исследований можно сделать следующие выводы.

1. При срабатывании фрикционных муфт сцепления и тормозов сила трения может быть постоянной, либо изменяться по линейному и параболическим законам с течением времени. Соответственно скорость скольжения уменьшается по линейному, параболическому или по зависимости в третьей степени от времени. Интенсивность тепловыделения выражается многочленами первой, третьей и пятой степеней.

2. Приведено точное решение уравнения теплопроводности при граничном условии 2 рода, когда тепловой поток изменяется по линейному закону, позволяющее проводить расчет среднего значения температурного поля.

3. Получено приближенное решение тепловой задачи трения для случая, когда тепловой поток в зоне фрикционного контакта (накладка—диск) изменяется с течением времени по параболическому закону.

4. Приведены результаты расчетов температуры поверхности трения безасбестовых накладок применительно к режимам их испытаний на инерционном стенде.

5. В зонах горячих пятен контактные температуры должны быть существенно выше средних температур поверхности трения, вычисленных по формулам (42) и (44).

### Обозначения

$t$  — время;  $t_1$  — время включения;  $t_2$  — время срабатывания муфты (тормоза);  $t_T$  — полное время;  $t$  — текущее время с момента включения муфты (тормоза);  $f$  — коэффициент трения;  $T$  — сила трения;  $T_0$  — сила трения, соответствующая в момент времени  $t_1$ ;  $B_1, B_2, B_3, B_4$  — коэффициенты;  $p_a$  — давление на номинальную площадь контакта;  $A_a$  — номинальная площадь контакта;  $v, \omega$  — линейная и угловая скорости;  $v_0, \omega_0$  — начальные линейная и угловая скорости;  $v_1, \omega_1$  — линейная и угловая скорости в момент времени  $t_1$ ;  $q$  — интенсивность тепловыделения в момент времени  $t_1$ ;  $J$  — приведенный момент инерции;  $R$  — средний радиус поверхности трения;  $M$  — момент трения;  $b_i$  — коэффициенты;  $q_{1,2}$  — тепловые потоки



в накладку и диск (барабан);  $\alpha$  — коэффициент распределения тепловых потоков;  $\lambda_{1,2}$ ,  $c_{1,2}$ ,  $\rho_{1,2}$ ,  $a_{1,2}$  — теплопроводность, теплоемкость, плотность, температуропроводность накладки контртела;  $K$ ,  $m$  — коэффициенты;  $v_{1,2}$  — температура накладки и контртела;  $v_0$  — начальная температура;  $z_{1,2}$  — координаты по осям, перпендикулярным к поверхности трения и направленным в накладку и контртело;  $h_{1,2}$  — толщина накладки и контртела;  $Fo_{1,2}$  — числа Фурье;  $\eta$  — безразмерная толщина пластины.

### Литература

1. Балакин В. А., Сергиенко В. П. Испытания материалов на фрикционную теплостойкость // Трение и износ, 17 (1996), № 2, 199—201
2. Переверзева О. В., Балакин В. А. Распределения теплоты между трущимися телами // Трение и износ, 13 (1992), № 3, 507—515
3. Балакин В. А., Сергиенко В. П., Комков О. Д. Динамические процессы, возникающие при включении муфт сцепления и тормозов // Трение и износ, 17 (1996), № 4, 463—469
4. Методика ускоренных ресурсных испытаний тормозов тракторов “Беларусь” (МТЗ-50/52, 80/82, 100/102). Минский тракторный завод (1994)

*Поступила в редакцию 09.10.96.*

Balakin V. A., Sergienko V. P., Komkov O. Yu. **Heating at engagement of frictional clutches and brakes.**

Friction force dependence on time at engagements of clutches and brakes is considered. Formulas are presented for calculation of average temperature in linings and drums of clutches and brakes at their engagement.