

УДК 539.319

## ИССЛЕДОВАНИЕ КОНТАКТНЫХ ДАВЛЕНИЙ В ЗУБЧАТЫХ ПЕРЕДАЧАХ С ПОМОЩЬЮ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Г. П. ТАРИКОВ<sup>а\*</sup>, В. М. КЕНЬКО<sup>а</sup>

A problem is considered on contact pressure distribution arising in the gearing with the initial point contact. Diagrams of contact pressures across characteristic sections of the studied contact regions have been built. It is shown that in a general case of elastic bodies contact the pressure distribution across contact area differs from that of the Hertzian.

**Ключевые слова:** контактные давления, зубчатая передача, упругие тела, электрическое моделирование, математические модели, эпюра давлений.

**Введение.** При расчетах на трение и износ контактирующих поверхностей различных машин и механизмов принято считать, что интенсивность изнашивания в точке контакта пропорциональна давлению в этой точке. Однако определение контактных давлений связано с необходимостью решения пространственных контактных задач, что представляет значительные математические трудности при использовании аналитических методов. В связи с этим представляют интерес другие методы их исследования и, в частности, электрическое моделирование.

Цель настоящей работы — решение контактной задачи применительно к зубчатой передаче предлагаемым методом.

**Постановка задачи.** Рассмотрим задачу об определении контактных давлений, возникающих на площадках контакта зубьев бочкообразной формы эвольвентной зубчатой передачи. Как известно [1], напряженное состояние в зонах фактического контакта зависит от многих факторов: механических характеристик взаимодействующих твердых тел, микро топографии их поверхностей, очертания профилей контактирующих поверхностей и величин действующих на них нагрузок и др. При действии небольших сил и при достаточно грубых поверхностях ( $R_a \approx 0,80$  мкм) микронеровность поверхности оказывает существенное влияние на контактные параметры. Однако для поверхностей, обработанных до шероховатости  $R_a = 0,20—0,25$  мкм, влиянием микронеровностей поверхности можно пренебречь и действующие давления следует определять на основании решения контактных задач теории упругости. В связи с этим будем считать контактирующие поверхности зубьев гладкими.

При рассмотрении зубчатой передачи считаем, что контактирующие поверхности касаются первоначально в одной точке. Под действием заданной нагрузки происходят упругие деформации и поверхности начи-

<sup>а</sup> Гомельский политехнический институт, Беларусь, 246746, г. Гомель, пр-т Октября, 48.

нают касаться по некоторой площадке. В процессе зацепления такие площадки появляются во всех точках рабочей линии, образуя так называемое пятно контакта. Его форма главным образом определяется направлением рабочей линии на поверхности зуба, а размеры — величиной мгновенных площадок контакта. Исследования показали, что силы трения, возникающие на контактной площадке, не влияют на нормальные напряжения, возникающие на ней, и на ее размеры [1]. Поэтому размер и форма мгновенных площадок контакта могут быть установлены в ре-

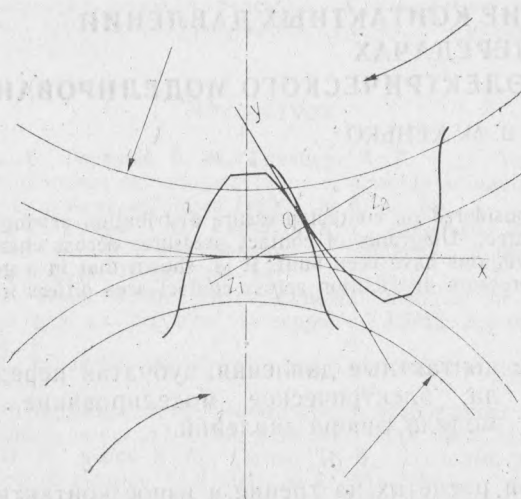


Рис. 1. Расчетная схема

зультате решения контактной задачи Герца о сжатии двух упругих тел.

Представим контактирующие зубья передачи в виде двух упругих тел, касающихся в точке  $O$  (рис. 1), которую примем за начало системы координат  $x, y, z$ . Плоскость  $xOy$  совместим с общей касательной плоскостью к поверхностям сжимаемых тел в точке их касания. Уравнения поверхностей, ограничивающих сжимаемые тела, имеют вид

$$z_1 = f_1(x, y), \quad z_2 = -f_2(x, y).$$

Положим, что равнодействующие сжимающих сил находятся на оси  $z$  и сближение  $\delta$  тел при сжатии происходит вдоль этой оси. Считаем, что силы трения на площади контакта отсутствуют.

В рассматриваемом случае задача сводится к следующему интегральному уравнению [2]:

$$\iint_{\Sigma} \frac{p(\xi, \eta) d\xi d\eta}{V(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2} = \frac{\delta - f_1(x, y) - f_2(x, y)}{\theta_1 + \theta_2}, \quad (1)$$

где

$$\theta_1 = \frac{1 - \nu_1^2}{\pi E_1}, \quad \theta_2 = \frac{1 - \nu_2^2}{\pi E_2}.$$

Равнодействующую сжимающих сил, действующих на каждое упругое тело, находим по формуле

$$P = \iint_{\Sigma} p(x, y) dx dy. \quad (2)$$

Запишем уравнение (1) в виде

$$\iint_{\Sigma} \frac{\rho(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = W(x, y), \quad (3)$$

где

$$W(x, y) = \frac{\delta - f_1(x, y) - f_2(x, y)}{\theta_1 + \theta_2}.$$

Интегральное уравнение электростатики, описывающее закон распределения плотности заряда по поверхности токопроводящей пластины, может быть приведено к виду [2, 3]

$$\iint_{\Sigma} \frac{q(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\sqrt{(x-\xi)^2 + (y-\eta)^2}} = \Psi(x, y), \quad (4)$$

где

$$\Psi(x, y) = \varphi(x, y) 4\pi k_0 \epsilon.$$

При этом

$$Q = \iint_{\Sigma} q(x, y) dx dy. \quad (5)$$

Аналогия уравнений (3) и (4) позволяет использовать способ электрического моделирования для решения рассматриваемой задачи. Решение задачи осуществлялось с помощью специального электро моделирующего устройства ЭМУ-КЗ-2 [4].

В работе [5] получены критерии подобия двух рассматриваемых явлений и дана оценка погрешности экспериментальных результатов, которая в основном не превышает 5%.

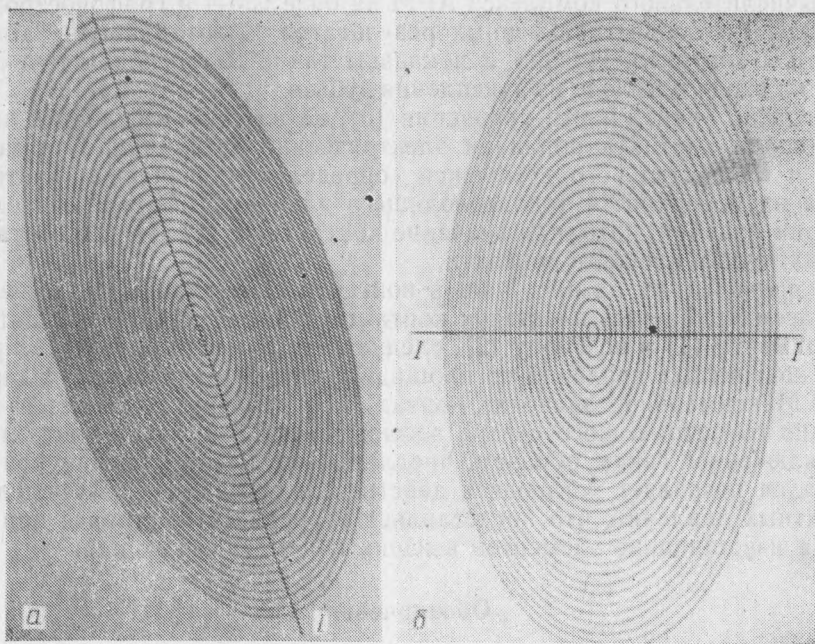


Рис. 2. Аналоги площадок контакта: а — для точки входа зубьев в зацепление; б — для точки выхода из зацепления. I—I — линия сечения

При контакте двух упругих тел вертикальные перемещения точек, принадлежащих площадке контакта, неодинаковы. Так как на сплошной токопроводящей пластине задать переменный электрический потенциал в соответствии с правой частью уравнения (3) невозможно, аналог площади контакта представляет собой набор изолированных друг от друга токопроводящих пластин.

**Методика решения задачи.** Зная ожидаемое сближение  $\delta$  упругих тел, выбирали определенный шаг изменения  $\delta$  от нуля до ожидаемого

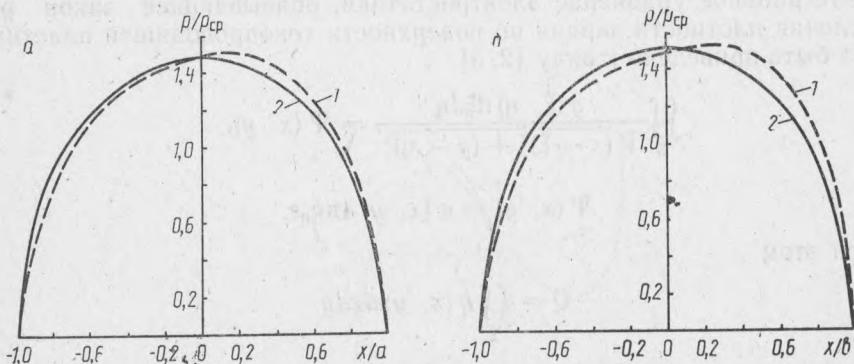


Рис. 3. Эпюры контактных давлений по сечению  $I-I$ :  $a$  — для точки входа зубьев в зацепление;  $b$  — для точки выхода из зацепления; 1 — эксперимент; 2 — расчет по Герцу

значения. Производили автоматическое построение контуров площадок контакта для каждого значения  $\delta$  путем создания математической модели (представляющей собой систему уравнений аналитической геометрии), разработки алгоритма решения и составления фертран-программы для вычислительного комплекса АРМ на базе СМ-4 и графопостроителя АП 7251. На основе полученных результатов изготавливали аналоги площадок контакта. На рис. 2 показаны такие аналоги для точек контакта на входе и выходе из зацепления зубьев.

Согласно правой части уравнения (3), на каждую из пластин аналога площади контакта подавали электрический потенциал. С помощью зонда и измерительного комплекса определяли значения плотности заряда на поверхности токопроводящего элемента. Затем, используя критерии подобия, находили значение контактных давлений в соответствующих точках площади контакта.

Из приведенных на рис. 3 эпюр контактных давлений по сечениям  $I-I$  рассматриваемых площадок контакта, построенных по результатам эксперимента (1) и по Герцу (2), следует, что в общем случае распределение контактных давлений по площади контакта отличается от герцевского. Максимальное значение контактного давления смещается относительно геометрического центра эллиптической площадки контакта.

**Заключение.** Таким образом, предлагаемый метод решения контактных задач позволяет установить действительный закон распределения контактных давлений, что представляет определенный интерес при расчете на изнашивание элементов высших кинематических пар.

#### Обозначения

$P$  — равнодействующая сил, действующих на упругие тела;  $p(x, y)$  — нормальное давление на площадке контакта;  $E_1, E_2$  — модули упругости 1-го рода материалов соответственно 1-го и 2-го тела;  $\nu_1, \nu_2$  — коэффициенты Пуассона материала соответственно 1-го и 2-го тела;  $\delta$  — сближение упругих тел;  $q(x, y)$  — плотность заряда на поверхности

токопроводящего элемента;  $k_0$  — диэлектрическая постоянная;  $\epsilon$  — диэлектрический коэффициент среды;  $\varphi(x, y)$  — потенциал токопроводящей пластины;  $Q$  — полный поверхностный заряд пластины;  $a, b$  — малая и большая ось эллипса.

### Литература

1. Крагельский И. В., Михин Н. М. Узлы трения машин. Москва: Машиностроение (1984)
2. Галин Л. А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. Москва: Наука (1980)
3. Найман Л. Р., Калантаров П. Л. Теоретические основы электротехники. Москва—Ленинград: ГЭИ (1948)
4. Устройство для моделирования пространственных контактных задач: а. с. № 434426 СССР, МКИ G 06 G 7/48. Бюлл. изобр. (1977), № 32/Г. П. Тариков, Н. М. Бородачев
5. Тариков Г. П., Платонов В. М. Электрическое моделирование задач о контакте двух упругих тел // Электронное моделирование (1989), № 6, 65—68

Поступила в редакцию 10.01.95.