ТРЕНИЕ И ИЗНОС

1994 г. ИЮЛЬ—АВГУСТ ТОМ 15, № 4

ОБЗОРЫ

УДК 621.89

БАЛАКИН В. А., ПЕРЕВЕРЗЕВА О. В.

ФРИКЦИОННЫЙ НАГРЕВ И ОПЛАВЛЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ ТРЕНИЯ

Оплавление поверхностей трения в результате фрикционного нагрева наблюдается при скольжении полоза по льду и снегу [1—5], движении моделей, пуль и снарядов по каналам стволов [6—11], скольжении тележек по направляющим ракетного трека [6, 10—13], контакте вращающихся стальных шаров с образцами на ультрацентрифуге [14—16], испытании фрикционных свойств материалов на высокоскоростных дисковых установках [17—21], работе тормозов авиаколес [22], обработке металлов давлением [23, 24], резании металлов диском трения [25] и резцом [25, 26].

Низкие значения коэффициентов трения (табл. 1), характерные для гидродинамических режимов работы кинематических пар, а также результаты исследований контактных температур, продуктов износа и изменений структуры в тонких поверхностных слоях подтверждают факт оплавления поверхностей трения.

При фрикционном нагреве до температур, приближающихся к температуре плавления образца, у поверхности трения обнаруживают наличие сферических частиц (сфероидов) диаметром 3—10 мкм [21]. Вокруг некоторых сфероидов имеются пустоты (полости), что наводит на мысль об уменьшении их микрообъемов (радиусов) в процессе затвердевания из жидкого состояния.

Сопротивление на сдвиг нагретых поверхностных слоев при температурах, близких к $T_{пл}$, стремится к напряжению вязкого сдвига

Таблица 1. Зависимость коэффициента трения от скорости

Условия эксперимента	Пара трения	f при v м/с							
		5	10	50	100	150	300	500	1000
Конек—лед [27, 28]	Сталь—лед	0,01—0,02	0,004—0,010	—	—	—	—	—	—
Лыжа—снег [5, 14]	ПТФЭ—снег	0,02—0,03	0,02—0,03	—	—	—	—	—	—
Ультрацентрифуга [14—16]	Висмут—сталь	—	—	0,12	0,08	0,04	—	—	—
Снаряд—ствол [8, 29]	Медь—сталь	—	—	—	—	0,052	0,031	0,026	0,021
Ракетный трек [8, 13]	Сталь—рельс	—	—	0,055	0,030	0,026	0,022	0,018	—
Железнодорожный [30] магниторельсовый тормоз	Сталь—рельс	0,23	0,19	0,05	—	—	—	—	—

Примечание. ПТФЭ — политетрафторэтилен.

Таблица 2. **Зависимость интенсивности изнашивания от скорости**

Условия эксперимента	Пара трения	$I_h \cdot 10^8$ при v м/с					
		50	120	250	350	500	1000
Стержень—диск [7, 10]	Медь—сталь $p_a=40$ МПа	0,5	—	—	1,0	3,5	—
	Сталь—сталь $p_a=30$ МПа	—	1,4	—	—	3,3	—
Ракетный трек [8, 13]	Медь—рельс $p_a=10$ МПа	—	0,05	0,25	1,40	—	—
	Сталь 10—рельс $p_a=10$ МПа	—	0,04	0,18	0,38	0,67	1,00

$$\tau = \mu \frac{dv}{dz}.$$

Эти слои можно рассматривать как жидкость с повышенным (эффективным) коэффициентом вязкости.

С увеличением скорости скольжения интенсивность изнашивания возрастает (табл. 2), она может быть связана со скоростью оплавления. Так, если оплавление трущейся поверхности происходит с абляцией (выносом расплавленной пленки из зоны фрикционного контакта), то

$$I_h = \frac{\dot{s}}{v}.$$

Таким образом, решение задачи об оплавлении поверхностей трения под действием фрикционного нагрева связано с необходимостью определения $\dot{s}$. Обычно рассматривают две схемы фрикционного взаимодействия с оплавлением трущихся пар (рис. 1). Плавящимся ползуном (рис. 1, *а*) может быть модель, пуля, ведущий поясок снаряда, скользящий элемент башмака, фрикционная колодка, цилиндрический образец в контакте с диском или шаром и т. п., плавящимся контртелом (рис. 1, *б*) — направляющая, лед, обрабатываемая резанием деталь.

Формулировка конкретной инженерной задачи об оплавлении твердого тела прежде всего связана с необходимостью выбора тепловой схемы и граничных условий.

Первые попытки решения задачи о фрикционном нагреве и оплавлении ползуна (задача Стефана) были сделаны применительно к высокоскоростному контактному взаимодействию таких трущихся пар, как скользящий элемент башмака — направляющая ракетного трека, ведущий поясок снаряда (пули) — нарезы канала ствола [6, 31, 32]. В условиях быстропротекающих (продолжительностью до 10 с) и кратковременных (до 1 с) процессов трения ползун рассматривается как полу-

Рис. 1. Схемы оплавления трущихся тел: *а* — ползуна, *б* — контртела

пространство либо как неограниченная пластина, теплоизолированная со стороны $z_1 = b_1$. Принимается, что расплавленная часть сразу же переносится на контртело (оплавление с абляцией), а фронт оплавления движется в глубь ползуна (в направлении оси z_1) со скоростью $\dot{s}$. Интенсивность высокоскоростного фрикционного тепловыделения

$$q(t) = f(t)\, p(t)\, v(t).$$

В то же время $q(t) = q_1(t) + q_2(t)$.

Принимая постоянными теплофизические свойства, процесс теплопро-

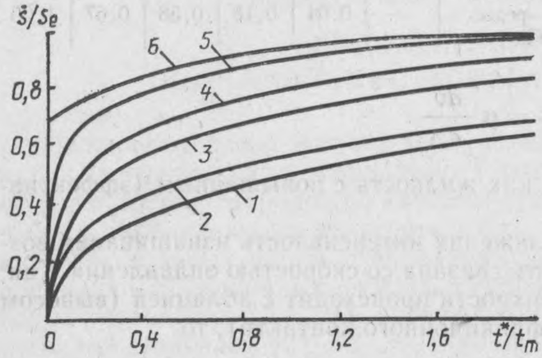

Рис. 2. Зависимости безразмерной скорости от безразмерного времени при $m = \text{const}$: *1* — $m=0$; *2* — 0,2; *3* — 1; *4* — 2; *5* — 10; *6* — $m=\infty$

водности в ползуне можно описать следующей системой уравнений [6, 8, 32]:

$$c_1\rho_1 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} = \lambda_1 \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial z_1^2}, \; s_1(t) < z_1 < b_1, \; t > 0, \tag{1}$$

$$\vartheta(z_1, 0) = \vartheta_0, \; 0 \leqslant z_1 \leqslant b_1, \; t = 0, \tag{2}$$

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial z_1} = 0, \; z_1 = b_1, \; t \geqslant 0, \tag{3}$$

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial z_1} = 0, \; z_1 = \infty, \; t \geqslant 0, \tag{4}$$

$$q_1(t) = -\lambda_1 \frac{\partial \vartheta_1(s, t)}{\partial z_1} + r_1\rho_1^* \dot{s}_1(t), \; z_1 = s_1(t), \; t \geqslant t_{m_1}. \tag{5}$$

Системы уравнений (1), (2), (4), (5) и (1)—(3), (5) соответствуют процессам нагрева и оплавления полуограниченного тела и неограниченной теплоизолированной пластины тепловым потоком $q_1(t)$. При $t = t_{m_1}$ $\vartheta_1(0, t_{m_1}) = T_{\text{пл}_1}$.

С момента времени $t = t_{m_1}$ полный тепловой поток $q_1(t)$ начинает, делясь на две части, расходоваться: $q_1'(t) = -\lambda_1 \dfrac{\partial \vartheta_1(s, t)}{\partial z_1}$ — на нагрев твердой фазы ползуна, $q_1''(t) = r_1\rho^* \dot{s}_1(t)$ — на расплавление поверхностных слоев, нагретых до $T_{\text{пл}_1}$.

Рассмотрим простейший случай нагрева полуограниченного тела тепловым потоком $q_1 = \text{const}$. В начальные моменты времени температурное поле в теле определяется зависимостью

$$\vartheta(z_1, t) = \vartheta_0 + \frac{2q_1\sqrt{a_1 t}}{\lambda_1} \operatorname{ierfc} \frac{z_1}{2\sqrt{a_1 t}}. \tag{6}$$

Воспользовавшись ею, из условия равенства $\vartheta_1(0,\ t_{m_1}) = T_{\text{пл}_1}$ найдем время начала оплавления поверхности $z_1 = 0$

$$t_{m_1} = \frac{\pi}{4} \frac{\lambda_1^2 (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)^2}{a_1 q_1^2}. \tag{7}$$

Если взять за начало отсчета момент начала оплавления $t^* = t - t_{m_1}$, то задача принимает вид

$$c_1\rho_1 \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t^*} = \lambda_1 \frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial z_1}, \ s_1(t^*) < z_1 < \infty,\ t^* > 0, \tag{8}$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_0 + \frac{2q_1 \sqrt{a_1 t_{m_1}}}{\lambda_1} \operatorname{ierfc} \frac{z_1}{2\sqrt{a_1 t_{m_1}}},\ 0 < z_1 < \infty,\ t^* = 0, \tag{9}$$

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial z_1} = 0,\ z_1 = \infty,\ t^* \geqslant 0, \tag{10}$$

$$q_1 = -\lambda_1 \frac{\partial \vartheta_1(s_1,\ t^*)}{\partial z_1} + r\rho_1^* s_1(t),\ z_1 = s_1(t^*),\ t^* \geqslant 0. \tag{11}$$

Анализируя процесс плавления, удобно перейти к безразмерным переменным [33]

$$\vartheta_1^* = \frac{\vartheta_1(z_1^*,\ \tau^*) - \vartheta_0}{\pi^{1/2}(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)}, \tag{12}$$

$$z_1^* = \frac{z_1 - s_1(t)}{\sqrt{a_1 t_{m_1}}},$$

$$\tau^* = \frac{t^*}{t_{m_1}},$$

$$u = \frac{\rho_1^* r_1}{q_1} \frac{s_1}{t_{m_1}},$$

$$k = \frac{du}{d\tau^*} = \frac{\rho_1^* r_1}{q_1} \frac{ds_1}{d\tau^*}.$$

Тогда выражения (8) — (11) принимают вид

$$\frac{\partial \vartheta_1^*}{\partial \tau^*} = \frac{\partial^2 \vartheta_1^*}{(\partial z_1^*)^2} + mk(\tau^*) \frac{\partial \vartheta_1^*}{\partial z_1^*},\ z_1^* > 0,\ \tau^* > 0, \tag{13}$$

$$\vartheta_1^* = \operatorname{ierfc} \frac{z_1^*}{2},\ z_1^* \geqslant 0,\ \tau^* = 0, \tag{14}$$

$$\vartheta_1^* \to 0,\ z_1^* \to \infty,\ \tau^* \geqslant 0, \tag{15}$$

$$1 = -2 \frac{\partial \vartheta_1^*}{\partial z_1} + k(\tau^*),\ z_1^* = 0,\ \tau^* \geqslant 0, \tag{16}$$

где $m = \dfrac{\pi^{1/2}}{2} \dfrac{c_1 (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)}{r_1}$.

Из уравнения (12) следует, что

$$\vartheta_1^* = \pi^{-1/2}, \quad z_1^* = 0, \quad \tau^* \geqslant 0.$$

В уравнении (16) $k(\tau^*)$ представляет собой неизвестную скорость оплавления. Выражая $k(\tau^*)$ из него и подставляя в выражение (13), получаем следующее нелинейное уравнение для температурного поля:

$$\frac{\partial \vartheta_1^*}{\partial \tau^*} = \frac{\partial^2 \vartheta_1^*}{(\partial z_1^*)^2} + m\left[1 + 2\,\frac{\partial \vartheta_1^*(0,\ \tau^*)}{\partial z_1^*}\right]\frac{\partial \vartheta_1^*}{\partial z_1^*}. \tag{17}$$

В работе [33] проведено численное интегрирование этого выражения при разных значениях m. Результаты расчетов представлены в виде номограмм, в которых зависимости $s_1(t^*)$ построены при фиксированных m в диапазоне $0<m<\infty$.

С течением времени скорость плавления стремится к значению, определяемому по формуле

$$\dot{s}_e = \frac{q_1}{r_1\rho_1^* + c_1\rho_1(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)}. \tag{18}$$

В другом простейшем случае нагрева неограниченной теплоизолированной со стороны $z_1 = b_1$ пластины, имеющей начальную температуру $\vartheta_0 = \text{const}$, тепловым потоком $q_1 = \text{const}$ температурное поле в пластине определяется зависимостью

$$\vartheta_1(z_1,\ t) = \vartheta_0 + \frac{q_1 b_1}{\lambda_1}\left\{\mathrm{Fo}_1 - \frac{z_1}{b_1} + \frac{z_1^2}{2b_1^2} + \frac{1}{3} + \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left[\mu_n\left(1 - \frac{z_1}{b_1}\right)\exp\left(-\mu_n^2\,\mathrm{Fo}_1\right)\right]\right\}, \tag{19}$$

где $\mu_n = n\pi$, $A_n = (-1)^{n+1}\dfrac{2}{\mu_n^2}$.

При $\mathrm{Fo}_1 > 0{,}3$ рядом в формуле (19) можно пренебречь [34], тогда температурное поле в пластине описывается уравнением

$$\vartheta_1(z_1,\ t) = \vartheta_0 + \frac{q_1 b_1}{\lambda_1}\left(\mathrm{Fo}_1 - \frac{z_1}{b_1} + \frac{z_1^2}{2b_1^2} + \frac{1}{3}\right). \tag{20}$$

С момента начала плавления ($t^* = t - t_{m_1}$) рассматриваемую задачу представляем в виде

$$c_1\rho_1\frac{\partial \vartheta_1}{\partial t^*} = \lambda_1\frac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial z_1}, \quad s_1(t^*) < z_1 < b_1, \quad t^* > 0, \tag{21}$$

$$\vartheta_1 = \vartheta_0 + \frac{q_1 b_1}{\lambda_1}\{*\}, \quad 0 < z_1 < b_1, \quad t^* = 0, \tag{22}$$

$$\frac{\partial \vartheta_1}{d z_1} = 0, \quad z_1 = b_1, \quad t^* \geqslant 0, \tag{23}$$

$$s_1(t^*) = 0, \quad z_1 = 0, \quad t^* = 0, \tag{24}$$

$$q_1(t) = -\lambda_1\frac{\partial \vartheta_1(s_1,\ t^*)}{\partial z_1} + r_1\rho_1^*\dot{s}_1(t^*), \quad z_1 = s_1(t^*), \quad t^* \geqslant 0, \tag{25}$$

где

$$\{*\} = \frac{a_1 t_{m_1}}{b_1^2} \frac{z_1}{b_1} + \frac{z_1^2}{2b_1^2} + \frac{1}{3} +$$

$$+ \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos\left[\mu_n\left(1 - \frac{z_1}{b_1}\right) \exp\left(-\mu_n^2 \frac{a_1 t_{m_1}}{b_1^2}\right)\right].$$

Перейдем к безразмерным переменным [35]

$$z_1^* = \frac{z_1 - s_1(t)}{b_1},$$

$$\mathrm{Fo}_1^* = \frac{a_1 t^*}{b_1^2},$$

$$\vartheta_1^*(z_1^*, \mathrm{Fo}_1^*) = \frac{\vartheta_1(z_1^*, \mathrm{Fo}_1^*) - \vartheta_0}{T_{\text{пл}_1}},$$

$$m = \frac{\sqrt{\pi}}{2} \frac{(c_1 T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)}{r_1}$$

$$M = \frac{\lambda_1 (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)}{q_1 b_1},$$

$$s_1^*(\mathrm{Fo}_1^*) = \frac{s_1(\mathrm{Fo}_1^*)}{b_1}.$$

Тогда выражения (21) — (25) приобретают вид

$$\frac{\partial^2 \vartheta_1^*(z_1^*, \mathrm{Fo}_1^*)}{(\partial z_1^*)^2} + \dot{s}_1^* \frac{\partial \vartheta_1^*(z_1^*, \mathrm{Fo}_1^*)}{\partial z_1^*} = \frac{\partial \vartheta_1^*(z_1^*, \mathrm{Fo}_1^*)}{\partial \mathrm{Fo}_1^*}, \tag{26}$$

$$0 < z_1^* < 1 - s_1^*, \quad t^* > 0,$$

$$\vartheta_1^*(z_1^*, 0) = \frac{\vartheta_1(z_1^*, t_{m_1}) - \vartheta_0}{T_{\text{пл}_1}}, \quad 0 < z_1^* < 1, \quad t^* = 0, \tag{27}$$

$$\frac{\partial \vartheta_1^*(1 - s_1^*, \mathrm{Fo}_1^*)}{\partial z_1^*} = 0, \quad z_1^* = 1 - s_1^*, \quad t^* > 0, \tag{28}$$

$$s_1^*(0) = 0, \quad z_1^* = 0, \quad t^* = 0, \tag{29}$$

$$1 = -M \left.\frac{\partial \vartheta_1^*}{\partial z_1^*}\right|_{z_1^* = 0} + \frac{\pi^{1/2}}{2} \frac{M}{m} \dot{s}_1^*. \tag{30}$$

Принимая уравнение (20) за начальное условие, с учетом соотношения (30) получаем [35]

$$s_1^*(\mathrm{Fo}_1^*) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \frac{m}{M} \left(\frac{\mathrm{Fo}_1^*}{3/2}\right)^{3/2},$$

откуда

$$s_1(\mathrm{Fo}_1^*) = 0{,}617 \frac{m b_1}{M} (\mathrm{Fo}_1^*)^{3/2}. \tag{31}$$

Одним из эффективных методов приближенного решения задачи Стефана является метод интеграла теплового баланса [36—39].

Если температурное поле в твердой фазе тела аппроксимировать более простой функцией (параболой или многочленом n-й степени), причем так, чтобы интеграл $\int_0^{b_1} \vartheta_1(z_1, t)\,dz_1$ был близок к истинному значению, то задача определения $\dot{s}_1(t)$ существенно упрощается.

В условиях быстропротекающих процессов трения выделившаяся в зоне фрикционного контакта теплота локализуется в тонком поверхностном слое толщиной δ_1 (рис. 1). Толщина теплового слоя определяется уравнением [40]

$$\delta_1 = k\sqrt{a_1 t}. \tag{32}$$

Таким образом, изменение температурного поля в твердой фазе плавящегося ползуна происходит в слое толщиной $\delta_1(t) - s_1(t)$.

Умножая левую и правую части уравнения (1) на dz_1 и проинтегрировав его в пределах от $z_1 = s_1$ до $z_1 = \delta_1$, получаем уравнение, называемое интегралом теплового баланса:

$$c_1\rho_1 \int_{s_1(t)}^{\delta_1(t)} \frac{\partial\vartheta_1}{\partial t}\,dz_1 = \lambda_1\left(\frac{\partial\vartheta_1}{\partial z_1}\right)_{\delta_1} - \lambda_1\left(\frac{\partial\vartheta_1}{\partial z_1}\right)_{s_1}.$$

Если задать, что при

$$\left.\begin{aligned} &z_1 \geqslant \delta_1 \quad \vartheta_1(\delta_1, t) = \vartheta_0 \\ &z_1 = \delta_1 \quad \left(\frac{\partial\vartheta_1}{\partial z_1}\right)_{\delta_1} = 0 \end{aligned}\right\}, \tag{33}$$

то

$$c_1\rho_1 \int_{s_1(t)}^{\delta_1(t)} \frac{\partial\vartheta_1}{\partial t}\,dz_1 = -\lambda_1\left(\frac{\partial\vartheta_1}{\partial z_1}\right)_{s_1}. \tag{34}$$

В то же время, согласно уравнению (5), имеем

$$\lambda_1\left(\frac{\partial\vartheta_1}{\partial z_1}\right)_{s_1} = -q_1(t) + r_1\rho_1^*\dot{s}_1(t). \tag{35}$$

С учетом формулы (34) уравнение (35) перепишем в виде

$$q_1(t) - c_1\rho_1 \int_{s_1(t)}^{\delta_1(t)} \frac{\partial\vartheta_1}{\partial t}\,dz_1 - r_1\rho_1^*\dot{s}_1(t) = 0. \tag{36}$$

Распределение температуры в твердой фазе скользящего элемента с момента времени $t \geqslant t_{m_1}$ представим уравнением

$$\vartheta_1 = \vartheta_0 + (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\left(1 - \frac{z_1}{\delta_1}\right)^2. \tag{37}$$

При $z_1 = 0$ $\vartheta_1 = T_{\text{пл}_1}$, при $z_1 = \delta_1$ $\vartheta_1 = \vartheta_0$, при $z_1 = \delta_1$ $\left.\frac{\partial\vartheta_1}{\partial z_1}\right|_{z_1=\delta_1} = -2(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\left(1 - \frac{z_1}{\delta_1}\right)\frac{1}{\delta_1^2} = 0$. Как видим, условия (33) выполняются. При $t > t_{m_1}$ положение некоторой точки на температурной кривой относительно фронта оплавления определяется координатой $z_1 - s_1$, а толщина прогретого слоя соответствует значению $\delta_1 - s_1$. Следовательно, для периодов времени $t > t_{m_1}$ уравнение (36) можно переписать в виде

$$\vartheta_1 = \vartheta_0 + (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\left(1 - \frac{z_1 - s_1}{\delta_1 - s_1}\right)^2. \quad (38)$$

Воспользовавшись полученным выражением, возьмем интеграл

$$\int\limits_{s_1}^{\delta_1} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} dz_1. \quad (39)$$

Первоначально необходимо найти производную $\frac{\partial \vartheta_1}{\partial t}$. Перепишем уравнение (38) в виде

$$\vartheta_1 = \vartheta_0 + (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)[\delta_1(t) - s_1(t)]^{-2}[\delta_1(t) - z_1]^2. \quad (40)$$

После его дифференцирования получаем

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} = (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\{-2[\delta_1(t) - s_1(t)]^{-3}(\dot{\delta}_1 - \dot{s}_1)[\delta_1(t) - z_1]^2 + $$
$$+ 2[\delta_1(t) - s_1(t)]^{-2}[\delta_1(t) - z_1]\dot{\delta}_1\}. \quad (41)$$

Подставляя это выражение в (39) и интегрируя, имеем

$$\int\limits_{s_1(t)}^{\delta_1(t)} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} dz_1 = -\frac{2(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)(\dot{\delta}_1 - \dot{s}_1)}{[\delta_1(t) - s_1(t)]^3} \int\limits_{s_1(t)}^{\delta_1(t)} [\delta_1(t) - z_1]^2 dz_1 + $$
$$+ \frac{2(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\dot{\delta}_1}{[\delta_1(t) - s_1(t)]^2} \int\limits_{s_1(t)}^{\delta_1(t)} [\delta_1(t) - z_1] dz_1 = $$
$$= (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\left[\dot{\delta}_1 - \frac{2}{3}(\dot{\delta}_1 - \dot{s}_1)\right]. \quad (42)$$

С учетом полученного выражения уравнение (36) принимает вид

$$q_1(t) - c_1\rho_1(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\frac{\dot{\delta}_1 + 2\dot{s}_1}{3} - r_1\rho_1^*\dot{s}_1 = 0,$$

откуда

$$\dot{s}_1 = \frac{q_1(t) - c_1\rho_1(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\frac{\dot{\delta}_1}{3}}{\frac{2}{3}(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)c_1\rho_1 + r_1\rho_1^*}. \quad (43)$$

Из выражения (43) видно, что скорость оплавления зависит от интенсивности теплового потока q_1, теплофизических характеристик материала ползуна (c_1, ρ_1, ρ_1^*, $T_{\text{пл}_1}$, r_1) и скорости распространения теплоты в твердой фазе $\dot{\delta}_1$.

Уравнение (43) получено для случаев, когда трущиеся тела можно рассматривать как полуограниченные, т. е. когда за время фрикционного нагрева $\delta_{1,2}(t) \leqslant b_{1,2}$.

Пример. Рассмотрим скольжение колодки из стали 10 по направляющей ракетного трека. В качестве исходных данных принимаем: $v = 500$ мс/,

$p_a = 10$ МПа, $f = 0{,}018$ (см. табл. 1), $q = f p_a v = 90$ МВт/м², $q_1 = \alpha q = \frac{1}{3} q = 30$ МВт/м² [8], $t = 1$ с, $\delta_1 = 3\sqrt{a_1 t}$ [40], $b_1 = 15$ мм, $l = 300$ мм, $\vartheta_0 = 273$ К, $T_{\text{пл}_1} = 1773$ К. Теплофизические свойства [41—44]: $\lambda_1 = 42{,}8$ Вт/мК, $a_1 = 8{,}1 \cdot 10^{-6}$ м²/с, $c_1 = 680$ Дж/кг, $\rho_1 = 7780$ кг/м³, $\rho_1^* = 7600$ кг/м³, $r_1 = 83{,}7$ кДж/кг.

По формуле (7) находим $t_{m_1} = 0{,}396$ с. Тогда

$$\delta_{1_m} = 3\sqrt{a_1 t_{m_1}} = 3\sqrt{8{,}1 \cdot 10^{-6} \cdot 0{,}396} = 5{,}37 \cdot 10^{-3}\ \text{м} < b_1.$$

Следовательно, в этом случае можно пользоваться формулой (43). Так как $\delta_1 = \frac{3}{2}\sqrt{\frac{a_1}{t}}$, то начальная скорость оплавления

$$\dot{s}_0 = \frac{q_1 - c_1\rho_1 (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a_1}{t_{m_1}}}}{\frac{2}{3}(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0) c_1\rho_1 + r_1\rho_1^*}$$

или

$$\dot{s}_0 = \frac{3 \cdot 10^7 - 680 \cdot 7780 (1773 - 273)\frac{1}{2}\sqrt{\frac{8{,}1 \cdot 10^{-6}}{0{,}396}}}{2/3\,(1773 - 273)\,680 \cdot 7780 + 83700 \cdot 7600} = 2{,}05 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с}.$$

При $t = 1$ с $\delta_1 = 3\sqrt{a_1 t} = 8{,}55 \cdot 10^{-3}$ м $< b_1$,

$$\dot{s}_{t=1\ \text{с}} = \frac{q_1 - c_1\rho_1 (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\frac{1}{2}\sqrt{\frac{a_1}{t}}}{\frac{2}{3}(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0) c_1\rho_1 + r_1\rho_1^*} = 3{,}18 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с}.$$

Воспользовавшись формулой (18), вычисляем $\dot{s}_e = 3{,}5 \cdot 10^{-3}$ м/с. Сравним значение $\dot{s}_{t=1\ \text{с}}$, полученное методом интеграла теплового баланса, с результатом точного решения (рис. 2) [33]. Из рис. 2 видно, что

$$\frac{\dot{s}_{t=1}}{\dot{s}_e} = \varphi\left(m, \frac{t^*}{t_m}\right).$$

При

$$m = \frac{\pi^{1/2}}{2}\,\frac{c_1 (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)}{r_1} = \frac{\pi^{1/2} 680\,(1773 - 273)}{2 \cdot 83700} = 10{,}7$$

и

$$\frac{t^*}{t_{m_1}} = \frac{t - t_{m_1}}{t_{m_1}} = \frac{1 - 0{,}396}{0{,}396} = 1{,}52$$

$$\varphi\left(m, \frac{t^*}{t_{m_1}}\right) = 0{,}95.$$

Тогда $\dot{s}_{t=1} = 0{,}95\dot{s}_e = 3{,}32 \cdot 10^{-3}$ м/с. Таким образом, расчетные данные хорошо согласуются друг с другом. Приняв

$$\dot{s}_{\text{ср}} = \frac{\dot{s}_0 + \dot{s}_{t=1}}{2} = \frac{2{,}05 + 3{,}18}{2}\,10^{-3} = 2{,}6 \cdot 10^{-3}\ \text{м/с},$$

находим

$$I_{h_{\text{ср}}} = \frac{\dot{s}_{\text{ср}}}{v} = \frac{2{,}6\cdot 10^{-3}}{500} = 0{,}52\cdot 10^{-5}.$$

Сравнивая расчетное значение I_h с экспериментальным (табл. 2), также убеждаемся в достаточной обоснованности принятой модели изнашивания ползуна.

Текущее значение толщины расплавленной пленки в зоне фрикционного контакта

$$h(t) = \dot{s}_{\text{ср}}\frac{l}{v} = I_{h_{\text{ср}}} l. \tag{44}$$

При $t = 1$ с

$$h = \dot{s}_{\text{ср}}\frac{l}{v} = 2{,}6\cdot 10^{-3}\frac{0{,}3}{500} = 1{,}6 \text{ мкм}.$$

Необходимо отметить некоторую неопределенность выбора α в начале расчета. Авторы приняли $\alpha = 0{,}33$ интуитивно на основе результатов ранее проведенных исследований [8, 45, 46]. Дело в том, что исходная шероховатость поверхности трения направляющей составляла $R_a = 1{,}25$ мкм, $R_z = 6{,}3$ мкм, а толщина расплавленной пленки, найденная по формуле, приведенной в работе [44], — $h \approx 2$ мкм. Это значит, что основным источником фрикционного тепловыделения являются деформируемые поверхностные слои ползуна. В таких условиях высокоскоростного трения коэффициент распределения тепловых потоков находится в пределах $0{,}2 < \alpha < 0{,}5$. Воспользовавшись экспериментальными данными $I_h = 0{,}67\cdot 10^{-5}$ (табл. 2), полученными в условиях скольжения при $v = \text{const}$ в течение времени $t = 1$ с, из уравнения (43) найдем:

$$I_h v = \frac{\alpha q - c_1\rho_1 (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\,\dot{\delta}_1/3}{\frac{2}{3}(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\,c_1\rho_1 + r_1\rho_1^*},$$

откуда

$$\alpha = \frac{\frac{2}{3} I_h v\,(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\,c_1\rho_1 + r_1\rho_1^* + c_1\rho_1\,(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0)\,\frac{\dot{\delta}_1}{3}}{q}. \tag{45}$$

После подстановки исходных данных для расчета в формулу (45) получаем

$$\alpha = 0{,}39.$$

С момента времени $t > \frac{b_1^2}{k^2 a_1}$, согласно выражению (32), начинается нагрев поверхности $z_1 = b_1$ ползуна. Применительно к рассматриваемому примеру расчета $t = \frac{0{,}015^2}{3^2\cdot 8{,}1\cdot 10^{-6}} = 3{,}1$ с. Распределение температуры в его твердой фазе представим уравнением

$$\vartheta_1 = \vartheta_{b_1} + (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_{b_1})\left(1 - \frac{z_1}{b_1}\right)^2. \tag{46}$$

При $z_1 = 0$ $\vartheta_1 = T_{\text{пл}_1}$, при $z_1 = b_1$ $\vartheta_1 = \vartheta_{b_1}$, при $z_1 = b_1$ $\left.\frac{\partial\vartheta_1}{\partial z_1}\right|_{z_1=b_1} =$

$= -2(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_{b_1})\left(1 - \dfrac{z_1}{b_1}\right)\dfrac{1}{b_1^2} = 0$. Этот случай предусматривает, что поверхность $z_1 = b_1$ является теплоизолированной.

Для моментов времени $t \geqslant t_{m_1}$ выражение (46) переписываем в виде

$$\vartheta_1 = \vartheta_{b_1} + (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_{b_1})\left(1 - \frac{z_1 - s_1}{b_1 - s_1}\right)^2. \tag{47}$$

Дифференцируя его по времени, имеем

$$\frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} = \dot{\vartheta}_{b_1} - (b_1 - z_1)^2 [\dot{\vartheta}_{b_1}(b_1 - s_1)^{-2} + 2(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_{b_1})(b_1 - s_1)\dot{s}_1^{-3}]. \tag{48}$$

Возьмем интеграл

$$\int_{s_1}^{b_1} \frac{\partial \vartheta_1}{\partial t} dz_1 = \frac{2}{3}[(b_1 - s_1)\dot{\vartheta}_{b_1} + (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_{b_1})\dot{s}_1]. \tag{49}$$

С учетом (49) выражение (36) принимает вид

$$q_1(t) - \frac{2}{3}c_1\rho_1[(b_1 - s_1)\dot{\vartheta}_{b_1} + (T_{\text{пл}_1} - \vartheta_{b_1})\dot{s}_1] - r_1\rho_1^*\dot{s}_1 = 0,$$

откуда

$$\dot{s}_1 = \frac{q_1(t) - \dfrac{2}{3}c_1\rho_1(b_1 - s_1)\dot{\vartheta}_{b_1}}{\dfrac{2}{3}c_1\rho_1(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_{b_1}) + r_1\rho_1^*}. \tag{50}$$

При $s_1 = b_1$ скорость оплавления равна

$$\dot{s}_{b_1} = \frac{q_1(t)}{\dfrac{2}{3}c_1\rho_1(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_{b_1}) + r_1\rho_1^*}. \tag{51}$$

Чтобы найти время, при котором ползун полностью расплавится, интегрируют выражение (25) в пределах от t^* до t_{b_1}

$$\int_{t^*}^{t_{b_1}} q_1(\beta)\,d\beta = -\int_{t^*}^{t_{b_1}} \lambda_1 \frac{\partial \vartheta_1(s_1, \beta)}{\partial z_1} d\beta + r_1\rho_1^* \int_{t^*}^{t_{b_1}} \dot{s}_1(\beta)\,d\beta.$$

Для случая $q_1 = \text{const}$ оно определяется по формуле [35]

$$t_{b_1} = \frac{b_1[c_1\rho_1(T_{\text{пл}_1} - \vartheta_0) + r_1\rho_1^*]}{q_1}. \tag{52}$$

В нашем примере расчета по уравнениям (51) и (52) находим

$$\dot{s}_{b_1} = 5{,}05\cdot 10^{-3}\ \text{м/с}, \quad t_{b_1} = 4{,}3\ \text{с}.$$

При этом получаем завышенное значение $\dot{s}_{b_1}$ и заниженное — t_{b_1}.

Ползун можно рассматривать как неограниченную теплоизолированную со стороны $z_1 = b_1$ пластину лишь до определенных моментов времени с начала фрикционного нагрева [47]. В результате теплоотдачи со стороны $z_1 = b_1$ в окружающую среду направлен тепловой поток

$$q_1(b_1,\ t) = -\lambda_1 \frac{\partial \vartheta(b_1,\ t)}{\partial z_1}.$$

Наличие $q_1(b_1, t)$ уменьшает $\dot{s}_1$ и увеличивает t_{b_1}.

Теперь проанализируем вопросы фрикционного нагрева и плавления контртела, которое в условиях быстропротекающих процессов трения можно принимать как полубесконечное тело (направляющая ракетного трека, лед, ствол орудия и т. п.).

Нагрев контртела происходит под действием теплового потока $q_2(t)$, причем он может быть больше $q(t)$ (например, при скольжении конька на закрытых катках с искусственным льдом и положительной температурой воздуха у поверхности льда [4]). Если q_2=const, то, согласно зависимости (6), температура поверхности контртела

$$\vartheta_2(0,\ t) = \vartheta_0 + \frac{2q_2}{\lambda_2\sqrt{\pi}}\sqrt{a_2 t}.$$

В случае рассмотренного выше примера скольжения колодки из стали 10 по направляющей ($q_2=(1-\alpha)q=2/3\cdot 90=60$ МВт/м², $\lambda_2=37,8$ Вт/мК, $a_2=7,5\cdot 10^{-6}$ м²/с, $\vartheta_0=273$ К, $v=500$ м/с, $l=0,3$ м) температура поверхности трения контртела по длине контакта изменяется от ϑ_0 до

$$\vartheta_2(0,\ t) = 273 + \frac{2\cdot 60\cdot 10^6}{37,8\sqrt{\pi}}\sqrt{\frac{7,5\cdot 10^{-6}\cdot 0,3}{500}} = 394\ \text{К}.$$

Как видим, оплавления направляющей ракетного трека не происходит, что подтверждается их опытом эксплуатации. Тепловые и гидродинамические аспекты, возникающие при этом в пленке расплава, мы не рассматриваем.

В случае скольжения ползуна по льду процессы оплавления льда в зоне фрикционного контакта зависят от давления, скорости скольжения, температуры окружающей среды, геометрии и теплофизических свойств материала полоза, а также от температуры, состояния и свойств поверхностных слоев льда.

Пример. Пусть конек с прямолинейным полозом длиной $l=0,35$ м и шириной 2 мм ($A_a=7\cdot 10^{-4}$ м²) скользит по гладкому льду со скоростью $v=10$ м/с. Дано: $f=0,02$, $N=750$ Н, $q=fp_a v=0,21$ МВт/м², температура поверхности льда $\vartheta_0=-10$ °С. Теплофизические свойства льда: $T_{\text{пл}}=0$ °С, $\lambda_2=2,32$ Вт/мК, $c_2=2,04$ кДж/кг·К, $\rho_2=918$ кг/м³, $a_2=1,25\cdot 10^{-6}$ м²/с, $r_2=330$ кДж/кг, $\rho_2^*=1000$ кг/м³.

Условия скольжения соответствуют бегу конькобежца на закрытом катке с плюсовой температурой воздуха, причем особенности теплопередачи полоза с воздушной средой таковы, что $q_2=q=0,21$ МВт/м².

По формуле (7) вычисляем

$$t_{m_2} = \frac{\pi}{4}\,\frac{2,32\,(0+10)^2}{1,25\cdot 10^{-6}\,(0,21\cdot 10^6)^2} = 3,3\cdot 10^{-3}\ \text{с}.$$

За время t_{m_2} конек перемещается на часть своей длины, равную

$$l^* = vt_{m_2} = 10\cdot 3,3\cdot 10^{-4} = 33\ \text{мм}.$$

Следовательно, под передней частью полоза длиной 33 мм происходит нагревание поверхности льда до $T_{\text{пл}_2}$.

Принимаем q_2= const и, воспользовавшись (43), вычисляем $\dot{s}_0$ и $\dot{s}_{t=l/v}$:

$$\dot{s}_0 = \frac{q_2 - c_2\rho_2 (T_{\text{пл}_2} - \vartheta_0) \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{a_2}{t_{m_2}}}}{\dfrac{2}{3}(T_{\text{пл}_2} - \vartheta_0)\, c_2\rho_2 + r_2\rho_2^*} =$$

$$= \frac{21\cdot 10^4 - 2040\cdot 918\,(0+10)\,1/2\sqrt{\dfrac{1{,}25\cdot 10^{-6}}{3{,}3\cdot 10^{-3}}}}{2/3\,(0+10)\,2040\cdot 918 + 330\cdot 10^3\cdot 1000} = 0{,}072 \text{ мм/с},$$

$$\dot{s}_{t=\frac{l}{v}} = \frac{q_2 - c_2\rho_2 (T_{\text{пл}_2} - \vartheta_0) \dfrac{1}{2}\sqrt{\dfrac{a_2\cdot v}{l}}}{2/3\,(T_{\text{пл}_2} - \vartheta_0)\, c_2\rho_2 + r_2\rho_2^*} = 0{,}450 \text{ мм/с}.$$

Толщина расплавленного слоя льда на момент времени l/v равна

$$h = \dot{s}_{\text{ср}} \frac{l - l^*}{v}.$$

Приняв в первом приближении

$$\dot{s}_{\text{ср}} = \frac{\dot{s}_0 + \dot{s}_{t=\frac{l}{v}}}{2},$$

получаем

$$h = \left(\frac{0{,}072 + 0{,}450}{10}\right) \frac{0{,}350 - 0{,}033}{10} = 0{,}083 \text{ мм}.$$

Если температура воздуха отрицательная, то $q_2 < q$, а следовательно, больше l^* и меньше $\dot{s}_2$.

При скольжении полоза по льду удельная сила трения может меняться по длине контакта. Под передней частью полоза (на длине l^*) она выше, чем под остальной (длиной $l - l^*$), где скольжение происходит со смазкой водой. Уравнение (43) позволяет рассчитывать процесс плавления поверхности трения контртела, и в частности льда, при любом $q_2(t)$. Выражения, подобные (43), можно получить также при других аппроксимациях температурного поля в твердой фазе ползуна или контртела, например, в виде многочлена n-й степени.

Обозначения

$\vartheta_{1,2}$ — температура ползуна и контртела; ϑ_0 — начальная температура; $T_{\text{пл}_{1,2}}$ — температура плавления ползуна и контртела; t — время; $t_{m_{1,2}}$ — время начала плавления ползуна и контртела; t^* — время от начала плавления; Fo, Fo* — числа Фурье относительно начала фрикционного нагрева и относительно начала плавления; z_1, z_2 — координаты по осям, перпендикулярным к поверхности трения и направленным в ползун и контртело; l — длина ползуна; l^* — участок нагревания контртела до температуры плавления; $b_{1,2}$ — толщина ползуна и контртела; v — скорость скольжения; $\delta_{1,2}$ — толщина теплового слоя в поверхностных слоях ползуна и контртела; $\dot{\delta}$ — скорость движения фронта теплового слоя; $s_{1,2}$ — граница фронта оплавления ползуна и контртела; $\dot{s}_{1,2}$ — скорость плавления ползуна и контртела; $\dot{s}_0$, $\dot{s}_{\text{ср}}$ — начальная и средняя скорости плавления; h — толщина расплавленного слоя; I_h — интенсивность износа; q — интенсивность тепловыделения; α — коэффициент распределения тепловых потоков; $q_{1,2}$ — интенсивность тепловых потоков в ползун и контртело; f — коэффициент трения; N — нормальная нагрузка; A_a — номинальная площадь контакта; p — давление; p_a — давление на номинальную площадь контакта; τ — удельная сила трения; μ — вязкость;

$\lambda_{1,2}$, $c_{1,2}$, $\rho_{1,2}$, $a_{1,2}$, $r_{1,2}$ — теплопроводность, теплоемкость, плотность, температуропроводность, теплота плавления ползуна и контртела; $\rho^*_{1,2}$ — плотность расплава ползуна и контртела; k — коэффициент.

Summary

Mathematical models of melting under frictional heating has been considered. The exact and approximate solutions for melting rate are proposed. The exact solution are obtained for the friction models having either semiinfinite contact bodies or infinite thermoisolated plates. The heating-up in this case results from a steady heat flow. The approximate solutions are obtained for the varying heat flow. The comparison between experimental and calculated date is presented.

Литература

1. **Bowden F. P.** Friction on snow and ice // Proc. Roy. Soc. 1953. V. A 217. P. 462—478.
2. **Балакин В. А.** Отчего лед скользкий? // Наука и жизнь. 1982. № 3. С. 110—111.
3. **Glenne B.** Sliding friction and boundary lubrication of snow // Trans. of ASME. 1987. V. 109. P. 614—617.
4. **Балакин В. А., Переверзева О. В.** Трение по льду и снегу // Трение и износ. 1991. Т. 12, № 3. С. 540—551.
5. **Colbeck S. C.** A Review of the Processes that control Snow Friction. Cold Regions Research and Engineering Laboratory // US Army Corps of Engineers. Hanover, 1992.
6. **Балакин В. А.** Скольжение и фрикционное торможение при высоких скоростях: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. М., 1966.
7. **Montgomery R. S.** Interaction of copper-containing rotating band metal with gun bore's at the environment present in a gun tube // Wear. 1975. V. 33. P. 109—128.
8. **Балакин В. А.** Трение и износ при высоких скоростях скольжения. М., 1980.
9. **Montgomery R. S.** Surface melting of rotating bands // Wear. 1976. V. 38. P. 235—243.
10. **Балакин В. А.** Трение и износ в канале нарезного ствола артиллерийского орудия // Трение и износ. 1989. Т. 10, № 3. С. 512—520.
11. **Переверзева О. В., Балакин В. А.** Влияние ускорений на трение и износ // Трение и износ. 1991. Т. 12, № 6. С. 998—1002.
12. **Горюнов В. М.** Исследование трения при нестационарном высокоскоростном режиме // Новое в теории трения. М., 1966. С. 91—97.
13. **Балакин В. А., Переверзева О. В.** Проблемы трения и износа на ракетных треках // Трение и износ. 1991. Т. 12, № 5. С. 896—903.
14. **Боуден Ф. П., Тейбор Д.** Трение и смазка твердых тел. М., 1968.
15. **Bowden F., Freitag E.** Friction at very high speeds // Proc. Roy. Soc. 1958. V. A248. P. 350—367.
16. **Bowden F., Person P.** Deformation, heating and melting of solids in high-speed friction // Proc. Roy. Soc. 1961. V. A260. P. 433—458.
17. **Sternlicht B., Apkarian H.** Investigation of Melt Lubrication // Trans. of ASLE. 1960. V. 2, N 2. P. 248—256.
18. **Carignan F. I., Rabinowicz E.** Friction and wear at higt sliding speeds // Trans. of ASME. 1980. V. 24, N 4. P. 451—459.
19. **Clerico M.** Tribological behaviour of polyacetals // Wear. 1980. V. 64, N 2. P. 259—265.
20. **Балакин В. А.** Высокоскоростные установки для испытаний триботехнических свойств материалов // Трение и износ. 1989. Т. 10, № 5. С. 938—944.
21. **Conor P. C., Mcrobie D. E.** Wear debris generated during high velocity sliding contact // Wear. 1981. V. 69, N 2. P. 189—204.
22. **Чупилко Г. Е.** Температура нагрева тормозного авиаколеса в процессе торможения и последующего остывания // Сухое и граничное трение. Фрикционные материалы. М., 1960. С. 233—245.
23. **Bague P., Pantin I., Iacob G.** Theoretical and Experimental study of Glass Lubrication Extrusion process // Trans. of ASME. 1975. Ser. F. V. 97, N 1. P. 18—24.
24. **Уилсон В. Р. Д.** Смазка расплавом // Проблемы трения и смазки. 1976. № 1. С. 19—25.
25. **Кузнецов В. Д.** Физика резания и трения металлов и кристаллов. М., 1977.
26. **Полосаткин Г. Д., Грибанов С. А.** Измерение температуры на поверхности резца при скоростях до 800 м/с // Изв. вузов. Физика. 1965. № 3. С. 173—174.
27. **Лихтенштейн Э. Л., Калугин В. П., Макаревич К. Г.** Свойства искусственного льда катка «Медео» // Конькобежный спорт. 1979. Вып. 1. С. 53—60.
28. **Григорян С. С., Остроумов А. В., Савинков А. В.** О механизме трения о лед // Трение и износ. 1982. Т. 3, № 6. С. 978—987.

29. **Boundary** Lubrication. An appaical of Wold Literature. Compiled and Edited by Elind F., Klaus E. E., Fein R. S. N.Y., 1969.

30. **Быков Б. К., Браун Э. Д., Бесценная О. В.** Натурные испытания фрикционного материала для магнито-рельсового тормоза // Тр. МИИТ. 1969. Вып. 315. С. 135—143.

31. **Балакин В. А.** Механизм трения и износа материалов при высоких скоростях скольжения // Испытательная техника. М., 1967. Вып. 6. С. 27—33.

32. **Балакин В. А., Балакина Н. А.** Оплавление твердого тела при высокоскоростном трении // Среда и трение в механизмах. Таганрог, 1976. Вып. 2. С. 16—26.

33. **Landau H. G.** Heat conduction in a melting solid // Quarterly of applied mathematics. 1950. V. 8, N 1. P. 81—94.

34. **Пехович А. И., Жидких В. М.** Расчеты теплового режима твердых тел. М., 1968.

35. **Citron S. J.** Heat conduction in a melting slab // J. of the Aerospace Sciences. 1960. V. 27, N 3. P. 219—228.

36. **Переверзева О. В., Балакин В. А.** Выбор тепловых схем и граничных условий при расчете нестационарных температурных полей в высокоскоростных и тяжелонагруженных узлах трения // Трение и износ. 1993. Т. 14, № 3. С. 487—497.

37. **Goodman T. R.** The Heat-Balance Integral and Its Application to Problems Involving a Change of Phase // Trans. of ASME. 1958. V. 80, N 2. P. 335—342.

38. **Гудмен Т. Р.** Применение интегральных методов в нелинейных задачах нестационарного теплообмена // Проблемы теплообмена. М., 1967. С. 41—96.

39. **Волков В. Н., Рыбакова Г. И., Смирнова Г. М.** Об одном простом методе расчета динамики плавления пластины // Исследования по теплопроводности. Минск, 1967. С. 293—297.

40. **Балакин В. А.** Расчет толщины теплового слоя в поверхностных слоях твердых тел, находящихся под действием кратковременного интенсивного трения // Машиноведение. 1979. № 6. С. 72—77.

41. **Кржижановский Р. Е., Штерн З. Ю.** Теплофизические свойства веществ. Л., 1977.

42. **Пелецкий В. Э., Тимрот Д. Л., Воскресенский В. Ю.** Высокотемпературные исследования тепло- и электропроводности твердых тел. М., 1972.

43. **Теплотехнический справочник** / Под ред. Юренева В. Н., Лебедева П. Д. М., 1975.

44. **Швидковский В. М.** Некоторые вопросы вязкости расплавленных металлов. М., 1955.

45. **Переверзева О. В., Балакин В. А.** Распределение теплоты между трущимися телами // Трение и износ. 1992. Т. 13, № 3. С. 507—516.

46. **Balakin V. A.** Formation and distribution of heat in the frictional contact zone under conditions of non-stationary heat exchange // Wear. 1981. V. 72. P. 133—141.

47. **Балакин В. А.** Анализ условий возможности пренебрежения теплоотдачей в окружающую среду в процессе фрикционного нагрева тел // Трение и износ. 1987. Т. 8, № 5. С. 829—836.

Гомельский политехнический институт *30.03.94.*