

Г. А. ЧИГРИНСКИЙ

КАРТИНА ОТРАЖЕНИЙ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ В АРХИТЕКТУРНОЙ АКУСТИКЕ

(Представлено академиком А. Ф. Иоффе 17, III 1939)

1. 1. Путь луча, многократно отраженного от граней прямоугольного параллелепипеда, может быть представлен в развернутом изображении на плоскости параллельно граням параллелепипеда.

В каждой проекции изображения точек отражений луча получаются на пересечениях его направления со сторонами «сетки отражений», имеющей ячейки, равные грани параллелепипеда, параллельной плоскости проекции (фиг. 1. 1).

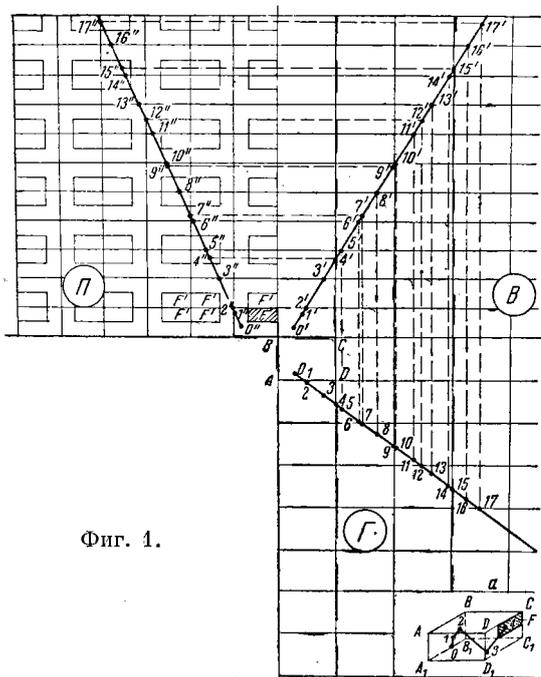
Точки пересечений луча со сторонами сетки отражений в одной из плоскостей, например горизонтальной (Γ) (1, 4, 7, 9, 12, 15), представят изображения отражений луча от граней, перпендикулярных этой плоскости.

Изображения лучей на сетке отражений назовем картиной отражений (К. О.).

Свободные пути лучей между отражениями находятся по изображениям этих путей между соответствующими пересечениями на проекциях картины отражений.

На картине отражений могут быть найдены точки встречи лучей с участком, заданным на грани параллелепипеда (участок F на фиг. 1.1).

1. 2. Из картины отражений видно, что число отражений луча от каждой пары параллельных граней зависит от расстояния между этими гранями



Фиг. 1.

и угла наклона к ним луча и не зависит от расположения граней, перпендикулярных к первым.

Общее число N отражений луча на пути L сложится из чисел его отражений n_1 , n_2 и n_3 от каждой пары параллельных граней параллелепипеда со сторонами a , b , h :

$$N = n_1 + n_2 + n_3 = \frac{L \cdot |\cos \alpha \cdot \cos \gamma|}{a} + \frac{L \cdot |\cos \alpha \cdot \sin \gamma|}{b} + \frac{L \cdot |\sin \alpha|}{h} \quad (1.1)$$

Средний свободный путь луча между отражениями равен:

$$\lambda = \frac{L}{N} = \frac{1}{\frac{|\cos \alpha \cdot \cos \gamma|}{a} + \frac{|\cos \alpha \cdot \sin \gamma|}{b} + \frac{|\sin \alpha|}{h}}, \quad (1.2)$$

где γ — азимут луча, отсчитываемый от стороны a к b , α — склонение, отсчитываемое от плоскости ab . Слагаемые выражения (1.1) и знаменателя выражения (1.2) берутся в их абсолютных значениях.

1.3. Картина отражений дает представление о поведении звука в связи с отражением его от границ помещения в форме параллелепипеда со всеми или с неполным числом граней, в том числе и любого пространства, ограниченного двумя параллельными поверхностями. Отражения звука от границ помещения определяют его реверберацию.

Применением картины отражений решаются следующие вопросы, связанные с реверберацией помещений: а) влияние на реверберацию формы помещения (соотношения его размеров), б) влияние на реверберацию размещения поглощающих материалов и проемов на границах помещения, в) влияние на реверберацию направленности источника звука, г) реверберация незамкнутых пространств.

1.4. Звуковая энергия в помещении через t секунд по прекращении звучания источника находится по следующему: на каждом луче на длине $L = ct$ находим число отражений и коэффициенты отражения β в точках отражения. При начальной энергии I_0 , энергия I_1 в момент t равна:

$$I_1 = \frac{I_0}{K} \sum_{i=1}^{i=k} \beta_1^{l_i} \cdot \beta_2^{m_i} \cdot \beta_3^{p_i} \dots, \quad (1.3)$$

где K — число лучей К.О, l_i , m_i , p_i — числа встреч луча с поверхностями, имеющими одинаковые β .

По снижениям I_1 для последовательных моментов времени находим время стандартной реверберации с учетом факторов, перечисленных в 1.3.

Направленность источника выражается густотой лучей, пересекающих отдельные участки шаровой поверхности, описанной из источника.

2.1. Рассмотрим 2 случая незамкнутого пространства: а) параллелепипед без одной или без пары параллельных граней, б) три грани, из которых две параллельны.

Для пространства, ограниченного с пяти сторон гранями параллелепипеда $AA'BB'CC'DD'$, лишённого грани $AA'DD'$, приведена картина отражений на фиг. 2.1.

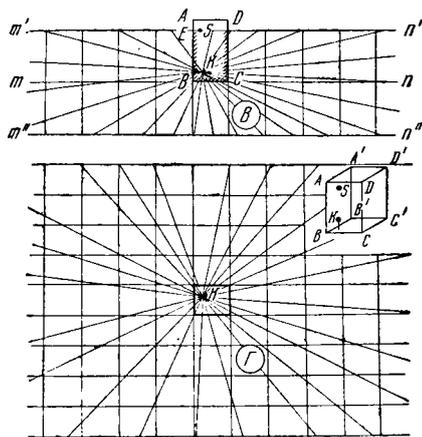
Звуковые лучи от источника претерпевают отражения от имеющихся граней и, не отразясь, уйдут через грань $AA'DD'$. В рассматриваемом случае время реверберации связано со взаимным расположением источника и точки восприятия звука, что не имеет значения для замкнутого пространства. Для точки восприятия звука S областью, создающей

реверберацию, будут участки, отмеченные штриховкой. Участки, лежащие между точкой S и гранью $AA'DD'$, отправят отраженные от них лучи во внешнее пространство.

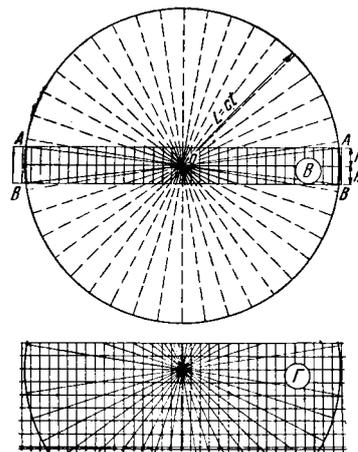
Картина отражений в плоскостях, параллельных $ABDC$ и $AA'BB'$, будет ограничена линиями $m'n'$ и $m''n''$, проведенными на расстоянии длины EB от линии mn , проектирующей поверхность $BB'CC'$ на картину отражений.

В плоскости (Γ), параллельной $BB'CC'$, картина отражений распространяется неограниченно.

2.2. Отложим на лучах К.О. длину $L=ct$ (фиг. 2.2.). Концы лучей этой длины расположатся на шаровом слое высотой $2h$ (h — расстояние точки восприятия звука от грани $BB'CC'$).



Фиг. 2.



Фиг. 3.

Поток энергии в незамкнутом объеме после N отражений будет:

$$I_1 = A \cdot I_0 (1 - \alpha)^N. \quad (2.1)$$

$I_0(1 - \alpha)^N$ — энергия в замкнутом объеме, подсчитываемая по всем лучам К.О. в точках их, расположенных по поверхности шара (фиг. 2.2.); A — коэффициент рассеяния звуковой энергии через отсутствующую грань. Величина A находится по соотношению остающегося в объеме и полного потока энергии источника. Она равна (для ненаправленного источника) отношению поверхности шарового пояса $AABB$ с радиусом ct и высотой $2h$ к поверхности шара того же радиуса.

$$A = \frac{2\pi rh}{2\pi r^2} = \frac{h}{r} \left(\text{или для большого } h - A = \frac{h}{\sqrt{h^2 + r^2}} \right). \quad (2.2)$$

При

$$r = ct \text{ и } N = \frac{r}{\lambda} = \frac{ct}{\lambda}$$

(λ — средний путь свободного луча) находим звуковую энергию в незамкнутом объеме в момент времени t :

$$I_1 = I_0 \cdot \frac{h}{ct} \cdot (1 - \alpha)^{\frac{ct}{\lambda}}. \quad (2.3)$$

Для снижения уровня звука на 60 децибел:

$$\lg \frac{I_0}{I_1} = \lg \frac{c \cdot t_{60}}{h \cdot (1 - \alpha)^{\frac{ct}{\lambda}}} = 6,$$

откуда получим выражение для реверберации незамкнутого объема высотой h :

$$\lg \frac{ct_{60}}{h} - \frac{ct_{60}}{\lambda} \cdot \lg(1 - \alpha) = 6. \quad (2.4)$$

Средний свободный путь λ определяется по картине отражений.

Найденное выражение учитывает так называемую двухмерную реверберацию и дает не прямую, но кривую спадающая звуковой энергии с быстрым падением уровня звука в начале и замедленным в конце периода затухания звука.

2.3. Для второго случая (три плоскости, из которых две параллельны) подобным же путем выведем выражение для времени реверберации:

$$2 \lg ct_{60} - \frac{ct_{60}}{\lambda} \cdot \lg(1 - \alpha) = 5.502 + \lg l, \quad (2.5)$$

где l — проекция на параллельные плоскости расстояния между источником и приемником звука.

3.1. Найдем на картине отражений положение точек, соответствующих постоянному уровню звука. Расположим источник звука в центре параллелепипеда и рассмотрим три звуковых луча, перпендикулярных трем его граням. При размерах параллелепипеда $a_1 \times a_2 \times a_3$ и коэффициентах отражения граней, нормальных к сторонам соответственно β_1, β_2 и β_3 , найдем расстояния L_i от источника до точек одинакового уровня звука на выбранных трех лучах из выражения:

$$I_1 = I_2 = I_3,$$

$$I_i = I_0 \cdot \beta_i^{L_i},$$

имеем:

$$\frac{L_1}{\beta_1^{a_1}} = \frac{L_2}{\beta_2^{a_2}} = \frac{L_3}{\beta_3^{a_3}} \quad (3.1)$$

(a_1, a_2 и a_3 являются средними свободными путями луча для избранных направлений).

Взяв логарифмы от (3.1), найдем

$$L_1 : L_2 : L_3 = \frac{a_1}{\lg \beta_1} : \frac{a_2}{\lg \beta_2} : \frac{a_3}{\lg \beta_3}. \quad (3.2)$$

3.2. Обращаясь к лучам, занимающим промежуточное положение между тремя выбранными взаимно перпендикулярными направлениями, найдем для них средние свободные пути из выражения (1.2), принимающего для нашего случая вид:

$$\lambda = \frac{L}{N} = \frac{1}{\frac{|\cos \alpha \cdot \cos \gamma|}{a_1} + \frac{|\cos \alpha \cdot \sin \gamma|}{a_2} + \frac{|\sin \alpha|}{a_3}}. \quad (3.3)$$

Для лучей, лежащих в плоскостях $a_1 - a_2, a_2 - a_3, a_3 - a_1$, будем иметь соответственно:

$$\lambda_1 = \frac{1}{\frac{|\cos \gamma|}{a_1} + \frac{|\sin \gamma|}{a_2}}; \quad \lambda_2 = \frac{1}{\frac{|\cos \alpha|}{a_2} + \frac{|\sin \alpha|}{a_3}}; \quad \lambda_3 = \frac{1}{\frac{|\cos \alpha|}{a_1} + \frac{|\sin \alpha|}{a_3}}. \quad (3.4)$$

Отложив отрезки, равные средним свободным путям на лучах, проходящих в указанных плоскостях через центр параллелепипеда, найдем, что концы их расположатся на прямых, соединяющих соответственно точки A и B, A' и B' ; A и C, A' и C' ; C и B, C' и B' (фиг. 3.1). Нетрудно убедиться, что концы отрезков, равных средним свободным путям лучей, идущих вне указанных плоскостей, лежат на плоскостях ACB и $A'C'B', A'SB$ и $AB'C'$ и т. д.

Мы получили таким образом октаэдр, лежащий своими вершинами на центрах граней параллелепипеда, с главными диагоналями, равными a_1 , a_2 и a_3 . Назовем его октаэдром средних свободных путей.

Средний свободный путь луча любого направления в параллелепипеде получим, проведя секущую через центр октаэдра С.С.П. параллельно заданному направлению.

3.3. Возвращаясь к выражению 3.2, найдем, что длины L_i , соответствующие одинаковому падению звуковой энергии вдоль луча, пропорциональны средним свободным путям звукового луча, поделенным на логарифмы коэффициентов отражения от соответствующих поверхностей.

Очевидно, что октаэдр со взаимно перпендикулярными диагоналями, проходящими через центры граней параллелепипеда и равными соответственно:

$$\frac{a_1}{-\lg \beta_1}; \frac{a_2}{-\lg \beta_2}; \frac{a_3}{-\lg \beta_3},$$

представит собою поверхность уровня звуковой энергии для лучей, распространяющихся из точки O параллелепипеда.

Назовем эту поверхность октаэдром звуковых изобар. Семейство этих поверхностей с размерами диагоналей

$$\frac{k \cdot a_1}{-\lg \beta_1}; \frac{k \cdot a_2}{-\lg \beta_2}; \frac{k \cdot a_3}{-\lg \beta_3}$$

даст представление об изменениях звуковой энергии по различным направлениям, проведенным из точки O .

3.4. Время реверберации для направленного потока звука в помещении будет пропорционально длине секущей, проведенной через центр октаэдра звуковых изобар параллельно заданному направлению.

Подставляя в 3.3 $\frac{a_i}{-\lg \beta_i}$ вместо a_i , получим после преобразований время реверберации направленного потока (луча):

$$t_{60} = \frac{0.0176}{\frac{|\cos \alpha \cdot \cos \gamma|}{a_1} \cdot \lg \beta_1 + \frac{|\cos \alpha \cdot \sin \gamma|}{a_2} \cdot \lg \beta_2 + \frac{|\sin \alpha|}{a_3} \lg \beta_3}. \quad (3.5)$$

3.5. Равномерная реверберация в трех направлениях достигается при коэффициентах отражения граней параллелепипеда, находимых из выражения

$$\frac{a_1}{\lg \beta_1} = \frac{a_2}{\lg \beta_2} = \frac{a_3}{\lg \beta_3}, \quad (3.6)$$

соответствующего октаэдру звуковых изобар с равными диагоналями.

3.6. Если одинаковое отражение двух параллельных поверхностей β_a заменяется разными отражениями на каждой поверхности β_b и β_c , то из условия

$$I_0 \cdot \beta_a^{\frac{L}{\lambda}} = I_0 \beta_b^{\frac{L}{2\lambda}} \cdot \beta_c^{\frac{L}{2\lambda}} \quad (3.7)$$

находим, логарифмируя,

$$\lg \beta_a = \frac{\lg \beta_b + \lg \beta_c}{2}. \quad (3.8)$$

Поступило
5 IV 1939.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

C. Zwicker et C. W. Kosten, Revue d'acoustique, IV, p. 1—12 (1935).