Доклады Академии Наук СССР
1939. Том XXII, № 7

ГЕОФИЗИКА

В. В. ШУЛЕЙКИН, член-корреспондент Академии Наук СССР

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ ВОЛНЫ В МУССОННОМ ПОЛЕ

Как известно, различие температур воздуха над морем и, с другой стороны, над материком порождает муссонное поле над ними. Это поле характеризуется двумя потоками, проходящими один над другим: в нижнем слое, толщиной в несколько сот метров, движется более холодный воздух, в верхнем — воздух более теплый.

Точное решение нестационарных задач, относящихся к муссонному полю, по всей вероятности невозможно. Поэтому попытаемся здесь решить одну из таких задач применительно к некоторой модели муссонного поля, не претендуя на точность.

Положим, что распределение скоростей ветра по вертикали определяется каким-то законом, похожим на выведенный в одной из наших предыдущих работ ([1]). Вместо скоростей на различных высотах нижнего муссонного слоя введем результирующую скорость U, дающую в этом слое тот же поток как по величине, так и по направлению.

Допустим, что поток в верхнем слое характеризуется результирующей, равной по величине U и направленной в противоположную сторону. Рассмотрим некоторое малое возмущение, возникшее в муссонном поле. Пусть оно выразилось например в малом повышении θ средней температуры всего муссонного слоя в данной области поля. Тогда тем самым будет изменено и атмосферное давление в этой области на некоторую величину p. Следовательно должна будет измениться и результирующая скорость U (и соответственно $-U$), получив нестационарное приращение, которое, вообще говоря, даст составляющие по параллели (u) и по меридиану (v).

Пусть единичный вектор ускорения составляет некоторый угол α с градиентом давления (grad p): угол, обусловленный действием кориолисовой силы на движущиеся массы воздуха.

Если $\cos\alpha = m$ и $\sin\alpha = n$ и если плотность воздуха равна δ, то составляющие ускорения по осям координат выразятся так:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = -\frac{m}{\delta}\cdot\frac{\partial p}{\partial x} - \frac{n}{\delta}\,\frac{\partial p}{\partial y}, \tag{1}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = -\frac{m}{\delta}\cdot\frac{\partial p}{\partial y} + \frac{n}{\delta}\,\frac{\partial p}{\partial x}. \tag{2}$$

Но производные от p можно выразить в свою очередь через производные от θ, воспользовавшись одним из основных уравнений теории муссонов ([2]):

$$\mathrm{grad}\, p = -\Pi\cdot\mathrm{grad}\,\tau. \tag{A}$$

В этом уравнении, фигурировавшем в цитированной работе под номерами (19) и (73), через T и τ соответственно обозначались: осредненная температура всего деятельного («двухъярусного») муссонного слоя — при исследовании теоретической модели в простейшем случае, или же аномалии температуры — при исследованиях над климатологической картой.

Через П обозначена константа, размерность которой вытекает из самой формулы (А). Итак, на основании (1), (2) и (А):

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\Pi}{\delta}\left(m\frac{\partial\theta}{\partial x}+n\frac{\partial\theta}{\partial y}\right), \tag{3}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}=\frac{\Pi}{\delta}\left(m\frac{\partial\theta}{\partial y}-n\frac{\partial\theta}{\partial x}\right). \tag{4}$$

Изменение скоростей тотчас же вызывает изменение потока тепловой энергии, переносимой с моря на материк (или в обратном направлении) воздушными массами; а это в свою очередь не может не отражаться на изменении θ начального теплового возмущения.

Весь процесс можно описать пока приближенно, задавшись некоторой осредненной разностью температур Θ между верхним и нижним муссонными слоями и допустив, что Θ мало меняется при изменениях x и y.

Именно, как легко показать, пренебрегая малыми второго порядка:

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}=\Theta\left[\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right]. \tag{5}$$

Продифференцируем (5) по t и найдем для смешанных производных по x, t и по y, t, появившихся в правой части, выражения, добытые путем дифференцирования (3) по x и (4) по y.

В результате возникнет простое уравнение:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial t^2}=m\cdot\frac{\Pi\cdot\Theta}{\delta}\left[\frac{\partial^2\theta}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\theta}{\partial y^2}\right]. \tag{6}$$

Уравнение (6) описывает температурную волну: либо свободно распространяющуюся со скоростью

$$c=\sqrt{m\frac{\Pi\Theta}{\delta}}, \tag{7}$$

либо стоячую, при соответствующих граничных условиях.

Рассмотрим здесь поведение волн внутри некоторой замкнутой узловой линии. Пусть этой линией, на которой температура не колеблется, будет окружность радиуса ρ. При не слишком большой величине ρ можно будет пренебречь кривизной поверхности Земли и воспользоваться уравнением (6), выведенным для плоскости.

Для удобства преобразуем (6) применительно к полярной системе координат (r, ψ) с полюсом в центре узловой окружности. При этом учтем, что в любой точке поля θ должно быть связано и с t и с ψ некоторыми функциями, допускающими разложение в ряды Фурье.

Тогда дифференциальное уравнение волн запишется в виде:

$$\frac{\partial^2\theta}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\cdot\frac{\partial\theta}{\partial r}+\left(k^2-\frac{s^2}{r^2}\right)\theta=0. \tag{8}$$

Это уравнение интегрируется в бесселевых функциях при граничном условии

$$|\theta|_{r=\rho}=0. \tag{9}$$

Нас будет интересовать интеграл его:

$$\theta = A \cdot J_1(kr) \cdot \cos(\sigma t + \psi + \varepsilon), \tag{10}$$

в выражении которого на основании (9):

$$J_1(k\rho) = 0. \tag{11}$$

Отсюда для разыскания наибольшего периода собственных колебаний найдем по таблицам:

$$k\rho = 3.83. \tag{12}$$

Так как, с другой стороны,

$$T = \frac{2\pi}{k \cdot c}, \tag{13}$$

то на основании (13), (7) и (12)

$$T = \frac{2\pi}{3.83} \cdot \frac{\rho}{c} = 1.64\rho \sqrt{\frac{\delta}{m\Pi\Theta}}. \tag{14}$$

Здесь пока остается неопределенной величина m. Попытаемся найти для нее приближенное выражение. Примем во внимание, что только что разрешенная задача с формальной стороны совершенно аналогична задаче о сейшах в небольшом море постоянной глубины и круглой формы, т. е. задаче, решенной Лэмом ([3]) (в развитие идей Кельвина). Но в таком случае смещения ξ и η частиц воздуха соответственно вдоль r и перпендикулярно к нему (в горизонтальной плоскости) мы можем выразить через θ уравнениями, напоминающими уравнения Лэма для горизонтальных смещений частиц воды, где эти смещения даны как функции подъема ζ уровня моря. Именно, можно записать:

$$\xi = M\left(\frac{\partial\theta}{\partial r} - \frac{2i\bar{\omega}}{\sigma \cdot r} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial\psi}\right), \tag{15}$$

$$\eta = iM\left(\frac{2\bar{\omega}}{\sigma} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial r} - \frac{i}{r} \cdot \frac{\partial\theta}{\partial\psi}\right), \tag{16}$$

где M обозначает некоторую функцию, не представляющую интереса в рассматриваемом случае. Через $\bar{\omega}$ обозначено произведение угловой скорости вращения Земли на синус широты данной точки.

Но легко видеть, что при $\psi = 0$ смещение ξ направлено вдоль параллели, а η — вдоль меридиана. Поэтому, вспомнив старые обозначения, можно записать:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2\xi}{\partial t^2}; \quad \frac{\partial v}{\partial t} = \frac{\partial^2\eta}{\partial t^2} \tag{17}$$

и стало быть:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{\dfrac{\partial^2\xi}{\partial t^2}}{\dfrac{\partial^2\eta}{\partial t^2}}. \tag{18}$$

Подставив в (15) и (16) вместо θ его выражение (10), выполнив дифференцирование и положив $\psi = 0$, $r = 0$, найдем:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{2\bar{\omega}}{\sigma}. \tag{19}$$

Но ведь вместо σ можно ввести его выражение через T, а вместо $\operatorname{tg}\alpha$ — величину $\frac{n}{m}$ или, что то же самое, $\sqrt{\frac{1}{m^2} - 1}$.

Тогда окажется:

$$\frac{1}{m^2} = \frac{\bar{\omega}^2 \cdot \rho^2}{3.66 \cdot c^2} + 1. \tag{20}$$

Вспомнив (7), исключим из (20) величину c^2. Тогда после преобразований получим для m выражение:

$$m = \frac{2}{q + \sqrt{q^2 + 4}}, \tag{21}$$

где сокращенно обозначено:

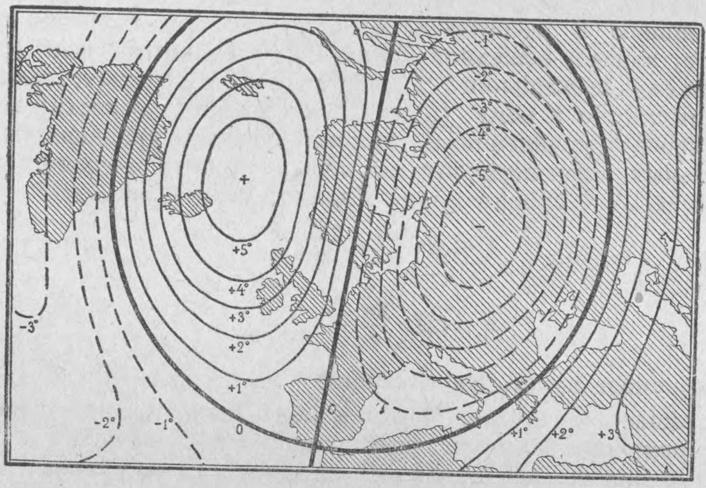
$$q = \frac{\delta \cdot \bar{\omega}^2 \cdot \rho^2}{3.66 \cdot \Pi \cdot \Theta}. \tag{22}$$

Подставим сюда вероятные числовые значения величин:

$\Pi = 1.6 \cdot 10^3$ [на основании цитированной работы (2)], $\Theta = 4°$,
$\bar{\omega} = 6.3 \cdot 10^{-5}$ (для широты 60°),
$\rho = 2.5 \cdot 10^8$ (по соображениям, о которых будет сказано в связи со схематической картой изоплет).

Тогда на основании (21) и (22) окажется, что

$$m = 0.074, \quad \alpha = 85.7°, \quad T \approx 8 \text{ дней.}$$



Строго говоря, при решении нестационарной задачи уравнение (A) следовало бы видоизменить, учтя сдвиг фаз между колебаниями grad p и колебаниями grad θ, как это вытекает из уравнения (72) цитированной работы (2). Однако в настоящем приближенном анализе достаточно будет отметить, что благодаря существованию подобного сдвига фаз вектор grad p будет обгонять вектор grad θ при их совместном вращении в поле кориолисовой силы.

Как указывалось выше, при действиях над (5) предполагалось, что осредненная разность температур Θ между верхним (теплым) и нижним (холодным) ярусами муссонного поля мало меняется при изменениях координат. В действительности Θ несомненно меняется в муссонном поле от точки к точке. Следовательно должна меняться и скорость волны c, выражаемая формулой (7). Однако никаких принципиальных изменений это обстоятельство не может внести в изложенные выводы: выводы лишь сильно осложнятся при учете изменения Θ, и наша задача будет аналогична задаче о сейшах в море переменной глубины. Вместо простых бесселевых функций на сцену выступят сложные функции Матье.

Для дальнейшего уточнения анализа необходимо еще отказаться от второго допущения, молчаливо внесенного в действия над (5).

Именно надо учесть, что очень большая доля тепла, определяемого правой частью уравнения (5), излучается в межпланетное пространство и следовательно не влияет на $\frac{\partial\theta}{\partial t}$. Но при учете этого обстоятельства задача станет нелинейной. Несомненно будет строго доказано, что колебания в муссонном поле поддерживаются по тем же причинам, по которым они поддерживаются и в других автоколебательных системах: за счет потока энергии сквозь такую систему (в данном случае за счет переноса атлантического тепла).

Несмотря на упрощающие допущения, о которых сейчас была речь, наши выводы хорошо гармонируют с результатами непосредственных наблюдений: изоплеты θ, нанесенные на прилагаемую схематическую карту, очень близко напоминают очертания изоплет отклонений температуры воздуха от средней нормы, построенных Сандстремом ([4]) применительно к 36 различным направлениям ветра у берегов Атлантики (у Лофотена). Оперируя с материалами многолетних наблюдений, этот автор с нашей точки зрения как бы зафиксировал различные фазы колебаний в муссонном поле, отсеяв влияние посторонних вторжений.

При анализе карт Сандстрема между прочим подтверждается и наше предположение относительно векторов grad p и grad θ.

В заключение остается отметить, что локализация узловых линий и пучностей на земном шаре несомненно определяется расположением водных поверхностей и поверхностей материков и архипелагов. В частности совершенно естественной является своеобразная «перекличка» между Европой и Гренландией (колебания температуры в Перми точно совпадают по фазе с колебаниями температуры в Упернивике). Столь же естественным является и расположение пучности колебаний в области исландского минимума давлений.

Институт теоретической геофизики.
Отдел физики моря.
Академия Наук СССР.

Поступило
19 I 1939.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА.

[1] В. В. Шулейкин, ДАН, XVI, № 6 (1937). [2] В. В. Шулейкин, ИМЕН, серия геогр. и геофиз., № 3 (1937). [3] H. Lamb, Hydrodynamics, p. 300 (1926). [4] J. W. Sandström, Met. ZS., **43**, 401 (1926).