

УДК 621.89

ДИНАМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ, ВОЗНИКАЮЩИЕ ПРИ ВКЛЮЧЕНИИ МУФТ СЦЕПЛЕНИЯ И ТОРМОЗОВВ. А. БАЛАКИН ^а, В. П. СЕРГИЕНКО ^{б+}, О. Ю. КОМКОВ ^а

Включение фрикционных муфт сцепления и тормозов сопровождается появлением дополнительных динамических нагрузок в трансмиссиях машин. Рассмотрена динамическая модель, представляющая двухмассовую систему. Показано, что при заданном законе изменения крутящего момента в муфте или тормозе трансмиссии испытывают гармонические колебания внутреннего момента.

Ключевые слова: муфта, тормоз, время срабатывания, динамические процессы, динамическая модель, двухмассовая система, гармонические колебания.

Включение фрикционных муфт для разгона или реверсирования движущихся масс машин, а также включение тормоза для остановки механизмов и машины сопровождается появлением дополнительных динамических нагрузок в элементах машин. Эти нагрузки имеют колебательный характер, вызывая крутильные колебания валов трансмиссий. Возникающие при этом переменные касательные напряжения могут являться причиной усталостного разрушения материалов в опасных сечениях деталей, а следовательно причиной аварий и поломок. Динамические процессы тесно связаны с возникающими в зоне фрикционного контакта тепловыми процессами, так как коэффициент трения и интенсивность изнашивания зависят от температуры поверхностей трения [1, 2]. К характерным особенностям работы муфт сцепления и тормозов относятся высокие начальные скорости скольжения, быстро меняющиеся с течением времени, большая интенсивность фрикционного тепловыделения, кратковременность процесса трения. Обычно в инженерных расчетах принимается, что при включении фрикционных муфт и тормозов $f = \text{const}$. В действительности значение коэффициента трения зависит от относительной скорости скольжения, температуры контакта, времени срабатывания и условий эксплуатации муфты и тормоза.

В начальные моменты времени срабатывания муфты и тормоза происходит возрастание нормальной нагрузки до ее номинального значения. Дальнейший процесс включения сопровождается уменьшением относительной скорости скольжения до нуля или до некоторого конечного значения при притормаживании. При этом происходит резкий подъем температуры поверхности трения, разрушение граничных слоев, увеличение площади фактического контакта. В таких условиях работы трущихся пар коэффициент трения несколько возрастает с течением времени [2].

Рассмотрим простейшую кинематическую схему машины (рис. 1). Динамическую модель этой машины можно представить в виде двухмассовой системы (рис. 2). Приведенный момент инерции J_1 учитывает массы и моменты инерции ротора электродвигателя, фрикционной муфты, валов и передач редуктора. В начальные моменты срабатывания муфты, когда $M(t) \leq M_c$, происходит закручивание левой массы относительно пра-

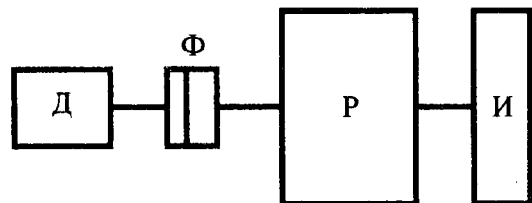


Рис. 1 Схема машины: Д – двигатель; Ф – фрикционная муфта сцепления; Р – редуктор; И – исполнительный орган

^а Гомельский политехнический институт. Беларусь, 246746, г. Гомель, пр. Октября, 48.

^б Институт механики металлополимерных систем им. В. А. Белого АН Беларуси. 246652, г. Гомель, ул. Кирова, 32а.

⁺ Автор, с которым следует вести переписку.

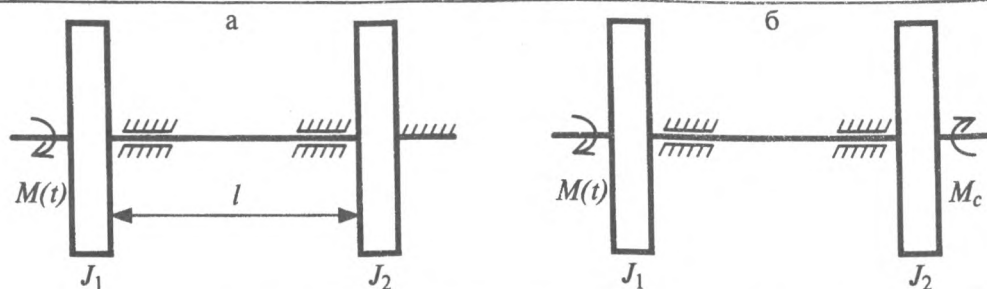


Рис. 2. Динамическая модель: а – движение левой массы относительно правой в промежуток времени $0 < t < t_c$; б – движение левой и правой масс в промежуток времени $t_c < t \leq t_T$

вой, которая до момента t_c остается неподвижной (рис. 2 а). Движение приведенной массы с J_1 в период времени $0 < t < t_c$ описывается уравнением

$$J_1 \ddot{\varphi}_1 = M(t) - C\varphi_1. \quad (1)$$

Разделив его левую и правую части на J_1 и обозначив $\frac{C}{J_1} = p_1^2$, получаем

$$\ddot{\varphi}_1 + p_1^2 \varphi_1 = \frac{M(t)}{J_1}. \quad (2)$$

Общее решение уравнения (2) имеет вид

$$\varphi_1 = c_1 \sin p_1 t + c_2 \cos p_1 t, \quad (3)$$

где c_1 и c_2 – переменные, зависящие от времени. Их значения можно найти, интегрируя дважды уравнение (3), учитывая начальные условия. Если при $t = 0$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_0 = 0$, $\varphi_1 = \varphi_0 = 0$, $M = 0$, то решение уравнения (1) принимает вид

$$\varphi_1 = \frac{M(t)}{J_1 p_1^2} - \frac{\dot{M}(t)}{J_1 p_1^3} \sin p_1 t, \quad (4)$$

или

$$\varphi_1 = \frac{M(t)}{C} - \frac{\dot{M}(t)}{C p_1} \sin t \sqrt{\frac{C}{J_1}}.$$

В начальный период срабатывания муфты сцепления (при $0 < t < t_0$) момент двигателя возрастает по закону близкому к линейному (рис. 3). Следовательно,

$$M(t) = \frac{M_0}{t_0} t, \quad (5)$$

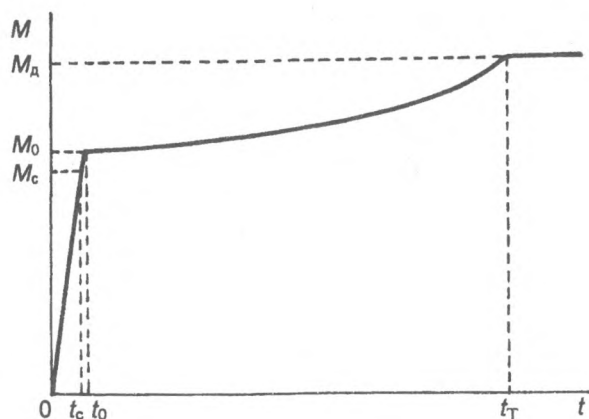


Рис.3. Зависимость момента трения, развиваемого фрикционной муфтой сцепления, от времени.

$$\dot{M}(t) = \frac{M_0}{t_0}, \quad (6)$$

$$\dot{\varphi}_1(t) = \frac{M_0}{C t_0} t - \frac{M_0}{C t_0 p_1} \sin p_1 t, \quad (7)$$

$$\varphi_1 = \frac{M_0}{C t_0} t - \frac{M_0}{C t_0} \cos p_1 t. \quad (8)$$

Поскольку крутящий момент равен произведению жесткости на угол поворота сечения вала, то

$$M(t) = C\varphi_1(t) = \frac{M_0}{t_0} t - A_1 \sin p_1 t, \quad (9)$$

где $A_1 = M_0/p_1 t_0$.

Таким образом, в начальный период срабатывания муфты (при $0 < t < t_c$) на линейное возрастание крутящего момента накладываются гармонические колебания момента с частотой p_1 и амплитудой A_1 .

Если вал имеет постоянное сечение, то

$$\varphi = \frac{ML}{GJ_p}, \quad c = \frac{GJ_p}{L}, \quad p_1 = \sqrt{\frac{GJ_p}{J_1 L}}.$$

С момента времени $t = t_c$ под действием момента сил упругости вала приходит в движение правая масса J_2 , уравнение движения которой имеет вид

$$J_2 \ddot{\varphi}_2 = C(\varphi_1 - \varphi_2) - M_c, \quad \text{или} \quad \ddot{\varphi}_2 = \frac{C}{J_2} (\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{M_c}{J_2}.$$

При $t > t_c$ движение левой и правой частей динамической системы описывается зависимостями

$$\ddot{\varphi}_1 + \frac{C}{J_1} (\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{M(t)}{J_1} \quad (10)$$

$$\ddot{\varphi}_2 - \frac{C}{J_2} (\varphi_1 - \varphi_2) = -\frac{M_c}{J_2} \quad (11)$$

Вычитая левые и правые части уравнений (10) и (11), получаем

$$\ddot{\varphi} + p_2^2 \varphi = \frac{M(t)}{J_1} + \frac{M_c}{J_2}, \quad \text{где} \quad p_2^2 = \frac{C(J_1 - J_2)}{J_1 J_2}. \quad (12)$$

Используя начальные условия: при $t = t_c$, $\varphi = \varphi_{t_c}$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_{t_c}$ приведем выражение (12) к виду

$$\varphi = \frac{M(t)}{J_1 p_2^2} + \frac{1}{p_2} \left(\dot{\varphi}_{t_c} - \frac{\dot{M}(t)}{J_1 p_2^2} \right) \sin p_2 t + \left(\varphi_{t_c} - \frac{M_c}{J_1 p_2^2} \right) \cos p_2 t + \frac{M_c}{J_2 p_2^2}$$

Учитывая соотношения (5) и (6), имеем

$$\varphi = \frac{M_0}{J_1 p_2^2 t_0} t + \frac{1}{p_2} \left(\dot{\varphi}_{t_c} - \frac{M_0}{J_1 p_2^2 t_0} \right) \sin p_2 t + \left(\varphi_{t_c} - \frac{M_c}{J_1 p_2^2} \right) \cos p_2 t + \frac{M_c}{J_2 p_2^2},$$

или

$$\varphi = \frac{M_0}{J_1 p_2^2 t_0} t + \frac{M_c}{J_1 p_2^2} + a_1 \sin p_2 t + b_1 \cos p_2 t, \quad (13)$$

где

$$a_1 = \frac{1}{p_2} \left(\dot{\varphi}_{t_c} - \frac{M_0}{J_1 p_2^2 t_0} \right), \quad b_1 = \varphi_{t_c} - \frac{M_c}{J_1 p_2^2}.$$

Поскольку $a_1 \sin p_2 t + b_1 \cos p_2 t = A \sin(p_2 t + \omega_1)$, где $A = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$, $\operatorname{tg} \omega_1 = \frac{b_1}{a_1}$, уравнение (13) можно записать в виде

$$\varphi = \frac{M_0}{J_1 p_2^2 t_0} t + A \sin(p_2 t + \omega_1) + \frac{M_c}{J_2 p_2^2}.$$

Отсюда видно, что начиная с $t = t_c$ на возрастание момента по линейному закону накладывается синусоидальное гармоническое колебание момента с частотой p_2 и амплитудой

$$CA = C \sqrt{\left[\frac{1}{p_2} \left(\dot{\varphi}_{t_c} - \frac{M_0}{J_1 p_2^2 t_0} \right) \right]^2 + \left(\varphi_{t_c} - \frac{M_c}{J_1 p_2^2} \right)^2}.$$

Максимальная деформация вала при $t \approx t_0$ равна

$$\varphi^*_{\max} = \frac{M_0}{J_1 p_2^2} + \frac{M_c}{J_2 p_2^2} + A_1. \quad (14)$$

Соответственно максимальный момент

$$M^*_{\max} = C \varphi^*_{\max}. \quad (15)$$

В промежуток времени $t_0 < t < t_T$ движение динамической системы описывается уравнением (12). Из эксперимента необходимо знать закон изменения момента трения. Пусть

$$M(t) = M_0 + \frac{M_d - M_0}{(t_T - t_0)^2} (t - t_0)^2,$$

тогда

$$\dot{M}(t) = 2 \frac{M_d - M_0}{(t_T - t_0)^2} (t - t_0).$$

Решение уравнения (12) при начальных условиях $t = t_0$, $\varphi = \varphi_{t_0}$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_{t_0}$ имеет вид

$$\varphi = \frac{M_0 + \frac{M_d - M_0}{(t_T - t_0)^2} t^2}{J_1 p_2^2} + \frac{M_c}{J_1 p_2^2} + A_2 \sin(p_2 t^* + \omega_2),$$

$$\dot{\varphi} = \frac{2(M_d - M_0)t^*}{J_1 p_2^2 (t_T - t_0)^2} + A_2 p_2 \cos(p_2 t^* + \omega_2), \quad (16)$$

где

$$A_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2}, \quad \operatorname{tg} \omega_2 = \frac{b_2}{a_2}, \quad t^* = t - t_0, \quad (17)$$

$$a = \frac{1}{p_2} \left[\dot{\varphi}_{t_0} - \frac{2 \frac{M_d - M_0}{(t_T - t_0)^2} t^*}{J_1 p_2^2} \right], \quad (18)$$

$$b_2 = \varphi_{t_0} - \frac{M_c}{J_1 p_2^2}. \quad (19)$$

Максимальная деформация вала и максимальный момент при $t \approx t_T$ равны

$$\varphi^*_{\max} = \frac{M_d}{J_1 p_2^2} + \frac{M_c}{J_2 p_2^2} + A_2, \quad (20)$$

$$M^*_{\max} = C \varphi^*_{\max}. \quad (21)$$

При $t > t_T$ $M(t) = M_d = \text{const}$, решение уравнения (12) с начальными условиями $t = t_T$, $\varphi = \varphi_{t_T}$, $\dot{\varphi} = \dot{\varphi}_{t_T}$ будет иметь вид

$$\varphi = \frac{J_2 M_d + J_1 M_c}{p_2^2 J_1 J_2} + A_3 \sin(p_2 t + \omega_3),$$

где

$$A_3 = \sqrt{a_3^2 + b_3^2}, \quad \operatorname{tg} \omega_3 = \frac{b_3}{a_3}, \quad a_3 = \frac{\dot{\varphi}_{t_T}}{p_2}, \quad b_3 = \varphi_{t_T} - \frac{J_2 M_d + J_1 M_c}{p_2^2 J_1 J_2}. \quad (22)$$

Максимальная деформация и максимальный момент определяются выражениями

$$\varphi_{\max}^{***} = \frac{J_2 M_d + J_1 M_c}{p_2^2 J_1 J_2} + A_3, \quad (23)$$

$$M_{\max}^{***} = C \varphi_{\max}^{***}. \quad (24)$$

Пример 1. Рассчитаем амплитуды колебаний внутреннего крутящего момента, возникающие в поперечных сечениях вала, соединяющего инерционные диски с тормозом на стенде Минского тракторного завода (рис. 4) [3]. Инерционная установка 3 стенда позволяет набором инерционных дисков (маховых масс) имитировать кинетическую энергию поступательного движения трактора. Величина кинетической энергии, например, трактора МТЗ-102, движущегося с максимальной скоростью $v_0 = 34$ км/ч (9,4 м/с), составляет 210000 Н·м; на один тормоз приходится кинетическая энергия $W = 105000$ Н·м. Угловая скорость вала тормоза в начале торможения $\omega_0 = 71$ рад/с.

Тогда приведенный момент инерции набора инерционных дисков, шкивов ременной передачи и ротора электродвигателя $J_1 = 2W/\omega_0^2 = 42$ кг·м².

При данной скорости движения трактора расчетный тормозной путь $S = 16,2$ м. Принимая торможение равнозамедленным, находим время торможения: $t_T = 2S/v_0 = 3,5$ с.

При этом величина тормозного момента $M_{cp} = J_1 \omega_0 / t_T = 850$ Н·м.

Если в процессе торможения коэффициент трения, а следовательно и тормозной момент изменяются по закону $f(t) = f_0 + \frac{f_T - f_0}{t_T^2} t^2$, $M(t) = M_0 + \frac{M_T - M_0}{t_T^2} t^2$, то среднее значение тормозного момента за время t_T равно

$$M_{cp} = \int_0^{t_T} M(t) dt / t_T = M_0 + (M_T - M_0) / 3.$$

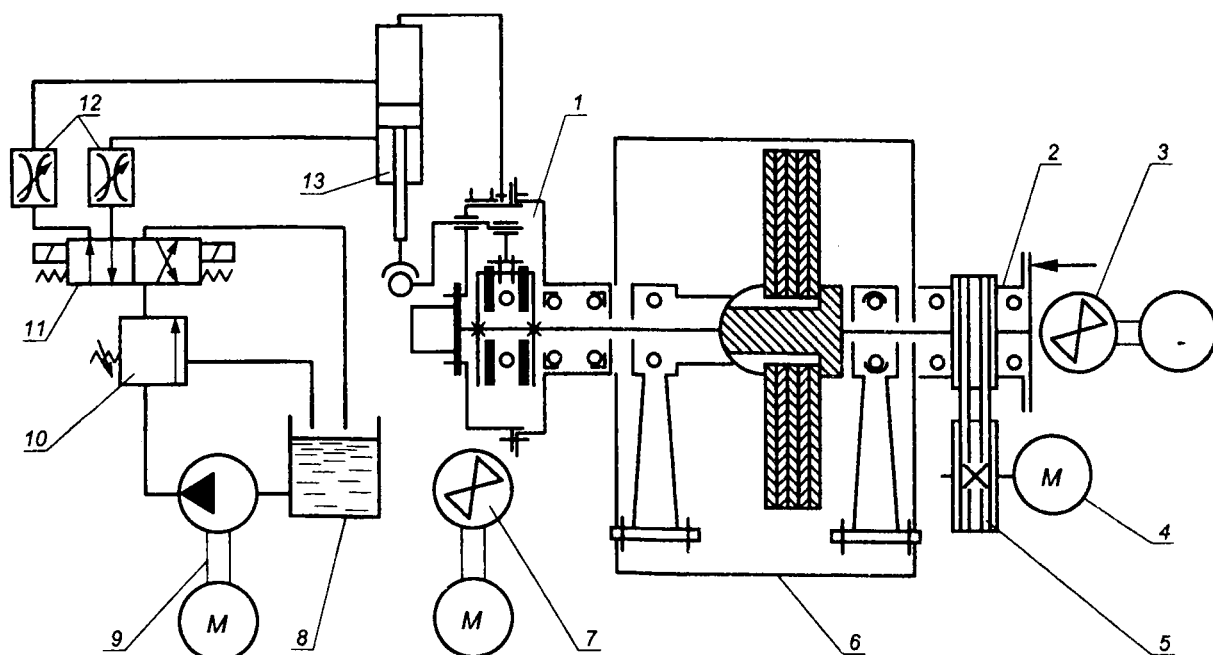


Рис. 4. Кинематическая схема стенда: 1 – испытываемый тормоз; 2 – шкив-муфта; 3 – вентилятор обдува шкива муфты; 4 – главный электродвигатель; 5 – клиноременная передача; 6 – инерционная установка; 7 – вентилятор обдува испытываемого тормоза; 8 – масляный бак; 9 – насосная установка гидростанции А; 10 – редукционный клапан; 11 – распределитель; 12 – регулируемый жиклер; 13 – гидроцилиндр

Стабильность коэффициента трения в процессе торможения может находиться в пределах $\pm 0,08$ [4, 5]. Это значит, что $M_T = 1,16 M_0$ или $M_T = 1,1 M_{ср}$.

Примем, что диаметр вала $d = 95$ мм, расстояние между инерционными дисками и тормозом $l = 455$ мм, $G = 8 \cdot 10^4$ МПа, $J_p = 0,1d^4 = 8,1 \cdot 10^{-6}$ м⁴, $t_0 = 0,01$ с, тогда

$$C = GJ_p/l = 1,4 \text{ МН}\cdot\text{м}.$$

Движение фрикционных дисков относительно инерционных масс описывается зависимостью (1).

На участке линейного возрастания тормозного момента амплитуда гармонического колебания крутящего момента в соответствии с уравнением (9) равна

$$A_1 = M_0 / p_1 t_0 = 1,1 M_{ср} / 1,16 p_1 t_0 = 137 \text{ Н}\cdot\text{м} \quad \text{или} \quad A_1 = 0,17 M_0 = 0,11 M_{ср},$$

где $p_1 = \sqrt{GJ_p / l} = 585$ рад / с.

В промежуток времени $t_0 \leq t \leq t_T$ момент трения изменяется по параболическому закону:

$$M(t) = M_0 + \frac{M_T - M_0}{(t_T - t_0)^2} (t - t_0)^2.$$

Тогда $\dot{M}(t) = 2 \frac{M_T - M_0}{(t_T - t_0)^2} (t - t_0)$. В соответствии с формулой (4) при $t = t_T$

$$\varphi = \frac{M_T}{C} - 2 \frac{M_T - M_0}{C p_1 (t_T - t_0)} \sin p_1 t \quad \text{или} \quad M(t_T) = \frac{M_T - M_0}{p_1 (t_T - t_0)} \sin p_1 t.$$

$$\text{Откуда } A_2 = 2 \frac{M_T - M_0}{p_1 (t_T - t_0)} = 2 \frac{(1,1 - 0,95) M_{ср}}{p_1 (t_T - t_0)} = 0,13 \text{ Н}\cdot\text{м}.$$

В этом расчете моментом инерции фрикционных дисков J_2 пренебрегаем.

Пример 2. Дана кинематическая схема машины, представленной на рис. 1. Стальной вал диаметром $d = 50$ мм и длиной $l = 1$ м ($G = 8 \cdot 10^4$ МПа) соединяет редуктор ($J_1 = 2$ кг·м²) с исполнительным органом машины ($J_2 = 5$ кг·м²). Фрикционная муфта имеет следующие параметры: $M_0 = 10$ Н·м, $M_T = 11,5$ Н·м, $t_0 = 0,02$ с, $t_T = 0,4$ с. Момент двигателя $M_d = M_T$.

Находим амплитуды колебаний внутреннего крутящего момента, для чего вычисляем $J_p = \pi d^4 / 32 = 6 \cdot 10^{-7}$ м⁴, $C = GJ_p / l \approx 50$ кН·м, $p_1 = \sqrt{C / J_1} = 500$ рад/с, $p_2 = \sqrt{C(J_1 + J_2) / J_1 J_2} = 600$ рад/с.

Поскольку $t_c = t_0$, то по формулам (7)–(9) определяем: $\varphi_{t_0} = 2,2 \cdot 10^{-4}$ рад, $\dot{\varphi}_{t_0} = 0,01$ рад/с, $A_1 = 1$ Н·м. Тогда $M_{\max} = M_0 + A_1 = 11$ Н·м.

Используя зависимости (16)–(21) при $t = t_T$ ($t^* = 0,38$ с), находим, что $a_2 = 1,67 \cdot 10^{-5}$ рад; $b_2 = 20,7 \cdot 10^{-5}$ рад; $A_2 = \sqrt{a_2^2 + b_2^2} = 2,08 \cdot 10^{-4}$ рад, $\varphi_{t_T} = 2,31 \cdot 10^{-4}$ рад, $\dot{\varphi}_{t_T} = 0,125$ рад/с.

По формулам (22)–(24), определяем $a_3 = 2,1 \cdot 10^{-4}$ рад; $b_3 = 2,04 \cdot 10^{-4}$ рад; $A_3 = \sqrt{a_3^2 + b_3^2} = 2,93 \cdot 10^{-4}$ рад, $\varphi_{\max}^{***} = 3,3 \cdot 10^{-4}$ рад, $M_{\max}^{***} = 16,5$ Н·м.

Таким образом, превышение M_{\max}^{***} над M_T составляет 43%.

После включения муфты на валу длиной l возникают затухающие крутящие колебания, зависящие от характеристик динамического гистерезиса [6].

Заключение. Проведенный анализ показывает, что при включении фрикционных муфт и тормозов в трансмиссиях машин возникают крутильные колебания валов. Амплитуды колебаний зависят от моментов инерции вращающихся масс, жесткости сечений и длины валов, времени включения t_0 и закономерностей изменения коэффициента трения в процессе работы муфты или тормоза.

При испытаниях тормозов на стенде Минского тракторного завода максимальная амплитуда колебаний внутреннего крутящего момента возникает в момент времени t_0 , уменьшаясь практически до нуля к концу торможения. В случае двухмассовой системы, рассмотренной

на *примере 2*, максимальная амплитуда колебаний крутящего момента возникает в конце включения фрикционной муфты.

Обозначения

J_1, J_2 – приведенные моменты инерции левой и правой приведенных масс; t, t_0, t_T – время, время начала и конца работы муфты или тормоза; M_0, M_T – моменты, соответствующие началу и концу работы муфты или тормоза; M_d, M_c – моменты двигателя и сил сопротивления; φ_1, φ_2 – углы закручивания левой и правой приведенных масс; d – диаметр вала; l – расстояние между приведенными массами; C – коэффициент жесткости; A_i – амплитуда изменения угла закручивания в различные моменты времени; v_0 – начальная скорость; S – тормозной путь; ω_0 – начальная угловая скорость; f_0, f_T – начальное и конечное значения коэффициента трения; φ_{\max} – максимальное значение угла закручивания; M_{\max} – максимальный момент.

Литература

1. Балакин В. А. Трение и износ при высоких скоростях скольжения. Москва: Машиностроение (1980)
2. Балакин В. А., Сергиенко В. П. Испытания материалов на фрикционную теплостойкость // Трение и износ, **17** (1996), № 3, 194–201
3. Методика ускоренных ресурсных испытаний тормозов тракторов «Беларусь» (МТЗ-50; 80; 100 / 52; 82; 102). Минский тракторный завод (1994)
4. ГОСТ 1786-88 Накладки тормозные
5. ГОСТ 4.79-87. Изделия фрикционные для тормозных механизмов
6. Постников В. С. Внутреннее трение в металлах. Москва: Металлургия (1969)

Поступила в редакцию 19.09.96.

Balakin V. A., Sergienko V. P., Komkov O. Yu. **Dynamic processes emerging at start of clutches and brakes.**

A two-body dynamic model of a vehicle have been considered. Torsion oscillations caused by start of frictional clutches and brakes have been calculated.