

ГЕОФИЗИКА

В. В. ШУЛЕЙКИН, член-корреспондент Академии Наук СССР

**СВЯЗЬ МЕЖДУ ЭЛЕМЕНТАМИ МУССОННОГО ПОЛЯ И ТЕПЛОВЫМ  
БАЛАНСОМ МОРЯ**

В предшествовавших работах (1, 2, 3) нами были найдены выражения для различных элементов муссонного поля на основе гипотетического закона изменения радиальных составляющих ветра при удалении от центра круглого моря (или круглого материка). В конце выводов было проверено, насколько хорошо вяжутся с действительностью результаты исходных допущений. Совпадение оказалось вполне удовлетворительным. Однако в предложенной теории продолжал оставаться один существенный пробел: элементы муссонного поля не были связаны с тепловым балансом моря. Между тем именно тепловой баланс моря, как аккумулятора тепла, определяет собой в природе всю совокупность муссонных явлений. В настоящем исследовании попытаемся восполнить этот пробел и установить искомую связь.

Представим себе, что земной шар лишен океанов и что атмосфера над ним приняла некоторую температуру, равновесную с существующей тепловой радиацией солнца. Примем эту температуру за нуль при дальнейших отсчетах. Пусть на таком твердом шаре появилось единственное море, благодаря наличию которого зимняя температура возросла на  $\tau$ , причем, разумеется, «аномалия»  $\tau$  будет различной для различных точек над морем и над материком. Рассмотрим тепловые процессы, которые будут происходить в атмосфере под воздействием моря.

Процесс переноса тепла муссонными потоками в свое время (4) оказалось возможным описать, как некоторый статистический процесс турбулентной теплопроводности, причем количественные результаты, полученные таким путем для тепловых потоков с моря на материк, совпали с результатами вычисления тех же потоков на основе гидродинамической картины (1).

После такой пробы заменим атмосферу ее «тепловой моделью»: тонкой пленкой, обладающей некоторой условной теплопроводностью  $АН$  [см. (4)]. Тогда можно будет записать, что от каждого квадратного сантиметра подстилающей поверхности отнимается (или ей передается — в зависимости от знака производных) количество тепла, равное  $АН \cdot \nabla^2 \tau$ . В расчете на ту же единицу площади наша двухмерная модель атмосферы будет терять некоторое количество тепла  $\sigma \tau$  на дополнительную тепловую радиацию (сверх потерь в случае чисто-твердого шара, температуру атмосферы над которым мы приняли за нуль). В виду малой

теплопроводности и малой теплоемкости пород, покрывающих сушу, можно ограничиться двумя упомянутыми членами при учете теплового баланса атмосферы над материком. Напротив, над морем придется учесть еще один новый член: количество тепла, которое передается атмосфере каждым квадратным сантиметром поверхности воды. Вообще говоря, его можно положить равным

$$\alpha (\tau_w - \tau),$$

где через  $\tau_w$  обозначена температура поверхности воды, которую будем считать одинаковой на всем протяжении моря. Выражение это тем ближе к истине, чем резче выступает на первый план тепло, отдаваемое морем за счет теплообмена с атмосферой, по сравнению с другими статьями теплового баланса.

В итоге для атмосферы над морем можно будет записать:

$$(\nabla^2 - \chi_1^2) \tau + b^2 = 0, \quad (1)$$

а для атмосферы над сушей:

$$(\nabla^2 - \chi_2^2) \tau = 0, \quad (2)$$

причем для сокращения обозначено:

$$\chi_1^2 = \frac{\sigma + \alpha}{AH}; \quad \chi_2^2 = \frac{\sigma}{AH}; \quad b^2 = \frac{\alpha \tau_w}{AH}. \quad (3)$$

В настоящей статье ограничимся лишь исследованием случая круглого моря (и круглого острова). Радиус моря обозначим через  $R$ ; в центре моря поместим полюс координатной системы. Тогда символические уравнения (1) и (2) переищутся в развернутом виде:

$$\frac{d^2 \tau_1}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tau_1}{dr} - \chi_1^2 \tau_1 + b^2 = 0. \quad (4)$$

$$\frac{d^2 \tau_2}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\tau_2}{dr} - \chi_2^2 \tau_2 = 0. \quad (5)$$

Для ясности через  $\tau_1$  обозначены аномалии температуры внутри круга радиуса  $R$ , а через  $\tau_2$  — вне его. Граничные условия задачи очевидно таковы:

$$\text{при } r = R \begin{cases} \tau_1 = \tau_2, \\ \frac{d\tau_1}{dr} = \frac{d\tau_2}{dr}. \end{cases} \quad (6)$$

При этих граничных условиях интегралы уравнений (4), (5) запишутся в очень простой форме:

$$\frac{\tau_1}{\Theta} = 1 - N_1 \cdot I_0(\chi_1 r), \quad (7)$$

$$\frac{\tau_2}{\Theta} = N_2 \cdot K_0(\chi_2 r). \quad (8)$$

Здесь, как обычно, для бесселевых и макдональдových функций многого аргумента приняты обозначения:

$$I_n(x) = i^{-n} \cdot J_n(ix),$$

$$K_n(x) = \lim \left\{ \frac{\pi}{2} [I_{-n}(x) - I_n(x)] \operatorname{cosec} \pi n \right\}_{n \rightarrow \text{цел. числу}}$$

Константы  $N_1$  и  $N_2$  выражаются через радиус  $R$  моря:

$$N_1 = \frac{\mu \cdot K_1(\chi_2 R)}{I_1(\chi_1 R) \cdot K_0(\chi_2 R) + \mu \cdot I_0(\chi_1 R) \cdot K_1(\chi_2 R)}, \quad (9)$$

$$N_2 = \frac{I_1(\chi_1 R)}{I_1(\chi_1 R) \cdot K_0(\chi_2 R) + \mu \cdot I_0(\chi_1 R) \cdot K_1(\chi_2 R)}. \quad (10)$$

Величина

$$\Theta = \frac{b^2}{x_1^2} = \frac{\tau_{20}}{1 + \frac{\sigma}{\alpha}}, \quad (11)$$

как легко видеть, имеет любопытный физический смысл: это — та температура (отсчитанная от условного нуля), которую приняла бы «модель» атмосферы, если бы весь земной шар оделся океаном.

Что касается коэффициента  $\mu$ , то он связан с константой радиации  $\sigma$  и с константой теплообмена  $\alpha$ :

$$\mu = \frac{x_2}{x_1} = \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma + \alpha}}. \quad (12)$$

В настоящее время константа  $\sigma$  может быть приближенно определена на основании формул (12), (13), (23) и (24) статьи (4), проверенных по диаграмме фиг. 19 той же статьи. Константа  $\alpha$  тоже известна с достаточным приближением из большого числа измерений теплообмена между морем и атмосферой (5). Воспользуемся этими числовыми значениями, положим:

$$\left. \begin{aligned} \sigma &= 6.8 \cdot 10^{-5} \\ AH &= 4 \cdot 10^{12} \\ \alpha &= 3.3 \cdot 10^{-4} \end{aligned} \right\}. \quad (13)$$

и, стало быть, на основании (12):

$$\mu = 0.41$$

Тогда, исходя из соотношений (7), (8), (9), (10), легко будет определить связь между радиусом моря и аномалиями температур, которые возникают в центре самого моря и на берегу. В самом деле, подставив в (7) значение  $r=0$ , мы найдем для аномалии в центре моря:

$$\frac{\tau_0}{\Theta} = 1 - N_1. \quad (14)$$

Подставив же в (7) или в (8)  $r=R$ , определим аномалию на берегу:

$$\frac{\tau_R}{\Theta} = N_2 \cdot K_0(x_2 R). \quad (15)$$

Здесь  $N_1$  и  $N_2$  надо заменить их выражениями (9), (10) и, подставив числа из (13), надо вычислить функции  $I$  и  $K$  по соответствующим таблицам. В результате вычислений получается зависимость, изображенная графически на фиг. 1. Кривая 1 выражает аномалию температуры в центре моря в зависимости от размеров моря, кривая 2 — аномалию над берегом. Цифры, проставленные по оси ординат, дают аномалии в долях от максимальной величины  $\Theta$ , цифры, проставленные по оси абсцисс, — радиус моря, выраженный в тысячах километров.

Рассмотрим теперь случай круглого острова, который уцелел на земном шаре в то время, как вся остальная поверхность Земли покрылась океаном.

Пусть радиус острова равен  $R$  и пусть полюс координатной системы находится в его центре. Сохраним индекс 1 для величин, относящихся к области  $0 < r < R$ , и индекс 2 к области внешней. Тогда член  $b^2$  переместится из уравнений (1) и (4) соответственно в уравнения (2) и (5). Интегралы их (при прежних граничных условиях) будут соответственно:

$$\frac{\tau_1}{\Theta} = N_1 \cdot I_0(x_1 r). \quad (16)$$

$$\frac{\tau_2}{\Theta} = 1 - N_2 \cdot K_0(x_2 r). \quad (17)$$

Выражения для констант  $N_1$  и  $N_2$  сохраняют прежний вид (9), (10), но только следует иметь в виду, что теперь:

$$\kappa_1^2 = \frac{\sigma}{AH}; \quad \kappa_2^2 = \frac{\sigma + \alpha}{AH}, \quad (18)$$

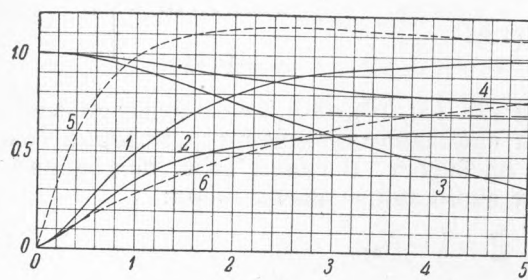
а значит:

$$\mu = \sqrt{\frac{\sigma + \alpha}{\sigma}}. \quad (19)$$

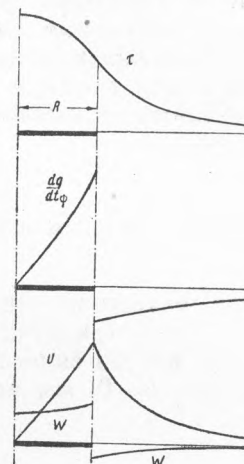
Вспоминая значения  $\sigma$  и  $\alpha$  из (13), найдем, что теперь, в случае острова,

$$\mu = 2.43. \quad (19')$$

На диаграмме фиг. 1 приведены кривые, вычисленные по (16), (17) и (20) для аномалий температуры над центром острова различных размеров (кривая 3) и на берегу того же острова (кривая 4). Размеры радиуса острова попрежнему выражены в тысячах километров. Легко показать, что при неограниченном возрастании размеров круглого моря или круглого



Фиг. 1.



Фиг. 2.

острова аномалии температуры на берегу стремятся к общему пределу (обозначенному на фиг. 1 прямой из точек и черточек):

$$\lim_{R \rightarrow \infty} \left| \frac{\tau_R}{\Theta} \right| = \frac{1}{1 + \sqrt{\frac{\sigma}{\sigma + \alpha}}}. \quad (20)$$

На фиг. 2 изображена кривая  $\tau$  распределения температурных аномалий над морем и над материком, окружающим его. Эта кривая вычислена по формулам (7)–(10) применительно к частному случаю  $\kappa_1 R = 1$ . Легко убедиться в том, что она чрезвычайно близка по форме к соответствующей кривой, вычисленной в работе (1) совершенно иным способом. Только точка перегиба в новом варианте, естественно, пришлась над самой береговой чертой.

Попрежнему на диаграммах море обозначается у нас жирной черной полоской под осью абсцисс. Всю картину следует представлять себе вращающейся вокруг оси ординат для получения распределения элементов в пространстве.

Зная распределение  $\tau$ , легко подсчитать количество тепла  $\left(\frac{dq}{dt}\right)_\psi$ , которое отнимается атмосферой от участка морской поверхности, заключенного внутри центрального угла  $\psi$  между двумя дугами окружностей, отстоящими одна от другой на 1 см. Именно:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)_\psi = \psi \cdot r (b^2 - \kappa_1^2 \tau_1) = \psi \cdot \kappa_1^2 \cdot r (\Theta - \tau_1). \quad (21)$$

Аналогично определим количество тепла, отдаваемое атмосферой на дополнительное излучение, над такой же кольцевой полоской материка:

$$\left(\frac{dq}{dt}\right)_{\psi} = \psi \cdot \kappa_2^2 \cdot r \cdot \tau_2. \quad (22)$$

По уравнениям (21) и (22) вычислены ветви кривой того же наименования на фиг. 2. Они показывают, как меняется соответствующая величина при удалении от центра моря. Как естественно было ожидать, кривая испытывает разрыв над береговой линией. В природе, разумеется, картина должна быть несколько сглажена: вместо разрыва кривая переходит там через нуль. Схематически такой сглаженный переход изображен на соответствующей диаграмме работы<sup>(1)</sup>. Но только пересечение кривой с осью абсцисс должно произойти на берегу моря.

Перейдем теперь от двухмерной модели атмосферы к модели трехмерной: представим себе, что тепло переносится воздушными течениями, скорость которых меняется с высотой по простому закону синуса, как в цитированной работе<sup>(1)</sup>. Не составит никакого труда уточнить потом результаты анализа по методу, изложенному в<sup>(2)</sup>. Итак, пусть радиальная составляющая скорости ветра выражена равенством:

$$u = U \cdot \sin az; \quad a = \frac{\pi}{D}, \quad (23)$$

где  $D$  — «высота трения». В свою очередь на основании формул (27) и (73) работы<sup>(1)</sup> можно записать:

$$U = \frac{\Pi}{2\delta\omega} \cdot \frac{\partial \tau}{\partial r}. \quad (24)$$

Константа  $\Pi$  выражается в<sup>(1)</sup> формулой (20). Через  $\delta$  обозначена плотность воздуха, а через  $\omega$  — произведение угловой скорости вращения Земли на синус широты.

Но в таком случае найденные нами соотношения (23), (24) и (7) — (10) дают:

$$u_1 = -\frac{\Pi \cdot \kappa_1}{2\delta\omega} \cdot N_1 \cdot I_1(\kappa_1 r) \sin az, \quad (25)$$

$$u_2 = -\frac{\Pi \cdot \kappa_2}{2\delta\omega} \cdot N_2 K_1(\kappa_2 r) \sin az. \quad (26)$$

Вертикальные составляющие ветра определяются из условия непрерывности:

$$\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial (ru)}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0.$$

Именно:

$$w_1 = \frac{\Pi \cdot \kappa_1^2 \cdot D}{2\pi \cdot \delta \cdot \omega} \cdot N_1 \cdot I_0(\kappa_1 r) [1 - \cos az], \quad (27)$$

$$w_2 = -\frac{\Pi \cdot \kappa_2^2 \cdot D}{2\pi \cdot \delta \cdot \omega} \cdot N_2 \cdot K_0(\kappa_2 r) [1 - \cos az]. \quad (28)$$

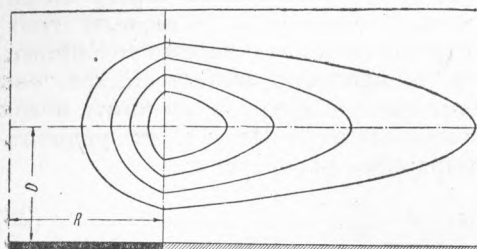
На фиг. 2 нанесены кривые  $U$  и  $W$ , изображающие изменение радиальных и вертикальных составляющих при удалении от центра моря. Величина  $U$  имеет тот же смысл, как в (24). Величина же  $W$  представляет собой функцию, стоящую в качестве множителя перед квадратной скобкой в (27) и (28). Разумеется, в природе кривая  $U$  несколько сглаживается около пика. Кривая же  $W$  проходит через нуль без разрыва. Масштабы ординат обеих кривых на чертеже разные.

На основании формул (25) — (28) легко найти уравнения проекций линий тока на вертикальную радиальную плоскость. Для ветвей, лежащих над морем и над материком, уравнения соответственно окажутся такими:

$$z_1 = \frac{D}{\pi} \cdot \operatorname{arccos} \left[ 1 - \frac{C_1}{r \cdot I_1(z_1 r)} \right], \quad (29)$$

$$z_2 = \frac{D}{\pi} \cdot \operatorname{arccos} \left[ 1 - \frac{C_2}{r \cdot K_1(z_2 r)} \right]. \quad (30)$$

Проекции линий тока, построенные по уравнениям (29), (30), представлены на фиг. 3. Любопытно, что полученная картина является промежуточной между двумя вариантами линий тока, найденными в работе (1). Она лежит ближе к тому варианту, который был нами признан наиболее удовлетворительным в цитированной работе. Тем самым еще раз подтверждается законность применения обоих наших методов исследования муссонного поля. Переломы между ветвями кривых, заметные на фиг. 3, в природе сглаживаются по причинам, о которых говорилось выше.



Фиг. 3.

В заключение отметим, что при неограниченном возрастании радиуса моря скорость муссонного ветра стремится к вполне определенному конечному пределу. Применительно к береговой черте предельная величина  $U_\infty$  выразится так:

$$U_\infty = \frac{\Pi \cdot \Theta}{2\delta\omega} \cdot \left( \frac{z_1 \cdot z_2}{z_1 + z_2} \right). \quad (31)$$

В свою очередь через эту максимальную величину легко выразить значение  $U_R$ , соответствующее тому или иному размеру моря (или острова):

$$\frac{U_R}{U_\infty} = \frac{1 + \mu}{\frac{K_0(z_2 R)}{K_1(z_2 R)} + \mu \cdot \frac{I_0(z_1 R)}{I_1(z_1 R)}}. \quad (32)$$

Закон нарастания величины  $\frac{U_R}{U_\infty}$  при увеличении размеров моря или острова изображен на фиг. 1. Кривая 5 соответствует первому из упомянутых объектов, а кривая 6 — второму.

При неограниченном возрастании  $z_1 R$  ординаты обеих кривых, разумеется, стремятся к общему пределу — к единице, что следует как из физического смысла картины, так и из симметрии формулы (31) по отношению к  $z_1$  и  $z_2$ .

Можно отметить, что подстановка числовых значений элементов в (31) дает для предельной величины  $U_\infty$  абсолютное значение порядка 18—20 м в секунду.

Отдел физики моря.  
Институт теоретической геофизики.  
Академия Наук СССР.

Поступило  
31 III 1939.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> В. В. Шулейкин, Изв. Акад. Наук, сер. геогр. и геофиз., стр. 277 (1937).  
<sup>2</sup> В. В. Шулейкин, ДАН, XVI, № 6 (1937). <sup>3</sup> В. В. Шулейкин, ДАН, XVII, № 7 (1937). <sup>4</sup> В. В. Шулейкин, Изв. Ак. Наук СССР, сер. физ.-мат., № 8-9 (1935). <sup>5</sup> В. В. Шулейкин, Физика моря, 1, стр. 276 (1933).