

МАШИНОСТРОЕНИЕ, МЕХАНИКА

УДК 531.3

Ю. А. КАШИН¹, М. И. ЖАДАН¹, Р. Е. КАШИНА²**КРЫЛОВОЙ ПРОФИЛЬ НА РЕГУЛИРУЕМОМ БИФИЛЯРНОМ ПОДВЕСЕ
В ОДНОРОДНОМ ПОТОКЕ СРЕДЫ**¹ Гомельский государственный университет им. Франциска Скорины,² Гомельский государственный технический университет им. П. О. Сухого

(Поступила в редакцию 29.06.2010)

Введение. В работе [1] бифилярная передача определена как система двух тел T_A и T_B , взаимодействие силами и движениями между которыми осуществляется посредством пары связывающих их отрезков гибких нитей, названных поводками. При анализе поведения таких передач одно из тел системы – T_A -тело считается условно неподвижным, а тело T_B – подвижным и занимающим относительную позицию согласно действию внешних сил, сил инерции и реакции связей напряженных поводков [1,2].

Бифилярным подвесом T_B -тела на теле T_A условимся называть вырожденный вариант бифилярной передачи, когда на теле T_A оба поводка закреплены в одной точке и когда три точки крепления напряженных поводков на обоих телах являются вершинами соответствующего треугольника кинематических связей системы.

В данном исследовании ограничимся анализом поведения бифилярного подвеса с постоянным периметром названного треугольника связей и с регулируемой длиной гибких поводков. При этом подвижным T_B -телом принимаем тонкий симметричный крыловой профиль, относимый к классу рулевых профилей, отличительной особенностью которых является постоянство расположения фокуса профиля и центра приведения распределенных сил давления потока на профиль при различных углах его атаки в точке его хорды, удаленной от передней кромки крыла на расстояние, равное $\frac{1}{4}$ длины его хорды. Как известно [3], это свойство используется при конструировании рулей аэро- и гидропланов. У них за ось вращения руля принимают линию, проходящую через центр приведения распределенных сил давления среды, нормальных к оси вращения; это сводит к минимуму момент, необходимый для поворота руля, и облегчает управление кораблем. В настоящей работе отмеченное свойство рулевого профиля используется для наглядности и строгости описания условий достижения состояния статического равновесия аэродинамических систем с бифилярным подвесом, используемых в кайтинге, в пара- и дельтопланизме [4].

Постановка задачи. Полагаем, что в системе координат Axy , неизменно связанной с условно неподвижным телом T_A на удерживаемом бифилярным подвесом крыло T_B в его неком произвольном положении (рис. 1) со скоростью $\vec{U}_0 = U_0 \vec{i}$ набегающий поток газа или жидкости плотностью ρ_0 и пусть α – угол атаки крыла, $C(x, y)$ – его фокус и точка приложения аэродинамической силы $\vec{F}(\alpha)$, характеризующей зависимость величины и направления равнодействующей совокупности распределенных сил воздействия потока на крыло от угла атаки α , H – длина хорды крыла, $l = \frac{H}{4}$ – удаление фокуса C от передней кромки крыла, L – его длина, $S = HL$ –

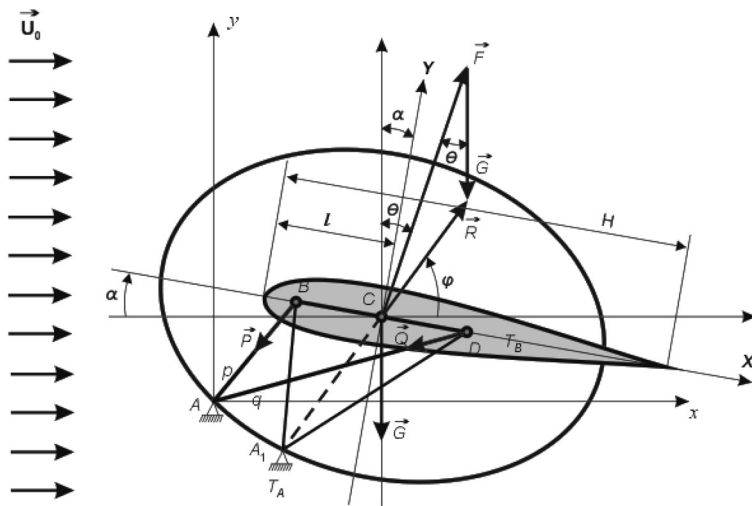


Рис. 1. Рулевой профиль на бифилярном подвесе в однородном потоке среды

ний которых до двух данных точек, именуемых фокусами эллипса, является постоянной и равной длине большой оси эллипса $2a$, заключаем, что принятыми условиями (1), (2) в системе координат CXY , смещенной относительно системы Axy и повернутой на угол α , определен эллипс с центром C и с фокусами B и D , задаваемый своим каноническим уравнением

$$\frac{X^2}{a^2} + \frac{Y^2}{b^2} = 1, \quad (3)$$

где значением

$$b = \sqrt{a^2 - c^2} = c\sqrt{k^2 - 1} \quad (4)$$

определяется длина малой полуоси эллипса.

Непрерывное множество точек этого эллипса, далее называемого эллипсом кинематических связей данного бифилярного подвеса крыла T_B , определим соотношениями

$$p = 2a\lambda = 2kc\lambda, \quad q = 2a(1 - \lambda) = 2kc(1 - \lambda). \quad (5)$$

Полагаем, что

$$\lambda \in \left[\frac{k-1}{2k}, \frac{k+1}{2k} \right]. \quad (6)$$

Отметим, что острым положительным углам атаки крыла соответствуют условия

$$\frac{k-1}{2k} < \lambda < \frac{1}{2}. \quad (7)$$

Удовлетворяющую этим условиям переменную λ будем называть параметром совместного регулирования длин обоих поводков при неизменности периметра треугольника кинематических связей ABD данного бифилярного подвеса:

$$p_0 = p + q + 2c = 2c + 2a = 2c(k + 1) = \text{const}. \quad (8)$$

Вектор-функцию $\vec{F}(\alpha)$ для данного профиля крыла T_B считаем известной и определенной в своем секторе рабочих углов атаки $|\alpha| \leq \alpha_*$, где α_* – критический угол безотрывного обтекания крыла потоком [5]. Эту вектор-функцию для крыла T_B считаем заданной в стандартной, принятой в аэро- и гидродинамике форме:

$$\vec{F}(\alpha) = \frac{\rho_0 U_0^2}{2} S [f_x \vec{i} + f_y \vec{j}], \quad (9)$$

где U_0 – скорость ветра, м/с, $\rho_0 = 1,23 \text{ кг/м}^3$ – нормальная плотность воздуха.

площадь его опорной поверхности. Точками B и D крепления поводков длиной $p = AB$ и $q = AD$ на теле T_B принимаем точки его хорды, симметрично расположенные относительно C и взаимноудаленные на расстояние $2c$.

Суммарную длину обоих поводков считаем постоянной:

$$p + q = 2a = \text{const}. \quad (1)$$

Пусть

$$k = \frac{a}{c} > 1. \quad (2)$$

На основании классического определения эллипса геометрическим местом точек, сумма расстояний которых до двух данных точек, именуемых фокусами эллипса, является постоянной и равной длине большой оси эллипса $2a$, заключаем, что принятыми условиями (1), (2) в системе координат CXY , смещенной относительно системы Axy и повернутой на угол α , определен эллипс с центром C и с фокусами B и D , задаваемый своим каноническим уравнением

Скалярные функции

$$f_x = f_x(\alpha) \text{ и } f_y = f_y(\alpha) \quad (10)$$

называют коэффициентом лобового сопротивления крыла и коэффициентом его подъемной силы при данном угле атаки α , их отношение

$$K(\alpha) = \frac{f_y(\alpha)}{f_x(\alpha)} \quad (11)$$

– коэффициентом аэродинамического качества крыла при его угле атаки α , а угол

$$\Theta(\alpha) = \text{arctg} K(\alpha), \quad (12)$$

характеризующий отклонение силы $\vec{F}(\alpha)$ от фронтальной плоскости потока, называют углом аэродинамического качества крыла [4].

Отметим, что кризису обтекания крыла при $\alpha = \alpha_*$ соответствуют максимально возможные значения коэффициента подъемной силы [3]

$$f_{y*} = \max_{\alpha \in [0, \alpha_*]} f_y(\alpha). \quad (13)$$

Не теряя общности, предположим также, что центр тяжести крыла расположен в его фокусе C и пусть

$$\vec{G} = -G \vec{j} \quad (14)$$

– сила тяжести крыла,

$$k = \frac{2G}{\rho_0 U_0^2 S f_{y*}} \quad (15)$$

– коэффициент нагруженности крыла, характеризующий соотношение действующих на крыло гравитационных и аэродинамических сил,

$$\vec{R} = \vec{F} + \vec{G} \quad (16)$$

– приложенная в фокусе крыла C равнодействующая внешних активных сил, действующих на рассматриваемую механическую систему,

$$R_x = \vec{R} \vec{i} = \frac{\rho_0 U_0^2}{2} S f_x \quad (17)$$

– горизонтальная проекция равнодействующей \vec{R} ,

$$R_y = \vec{R} \vec{j} = \frac{\rho_0 U_0^2}{2} S f_y \left(1 - k \frac{f_{y*}}{f_y(\alpha)} \right) \quad (18)$$

– ее вертикальная проекция, а углом

$$\varphi = \text{arctg} \frac{R_y}{R_x} = \text{arctg} \left(K(\alpha) \left(1 - k \frac{f_{y*}}{f_y(\alpha)} \right) \right) \quad (19)$$

определим ориентацию равнодействующей \vec{R} относительно оси Ax .

На основании известных положений теории равновесия механических систем [6] легко установить, что изображенное на рис. 1 и обсуждаемое состояние бифилярного подвеса крыла T_B может рассматриваться как состояние его некоего движения, так как здесь равнодействующая \vec{R} внешних сил не может быть уравновешена приложенными к T_B силами натяжения поводков \vec{P} и \vec{Q} . Согласно теореме о трех силах [6], для достижения статического равновесия данной системы в условиях действия названных ограничений, по крайней мере, необходимо, чтобы точкой

крепления обоих поводков на теле T_A была точка A_1 пересечения эллипса кинематических связей равнодействующей \vec{R} (рис. 1).

Для определения условий достижения такого состояния остается установить должное соответствие между характеристиками аэродинамического качества крыла T_B , параметром его нагружения и параметрами его бифилярного подвеса.

Статическое равновесие крыла T_B . Допустим, что в предполагаемом состоянии статического равновесия крыла T_B треугольник его кинематических связей занимает изображенное на рис. 2 положение ΔA_1BD . Медиана A_1C разбивает его на ΔA_1BC и ΔA_1CD . В соответствии с изложенным алгоритмом построения этих треугольников можно заключить, что угол наклона медианы A_1C к основанию CB равен углу γ_1 наклона равнодействующей \vec{R} к хорде профиля BD и что

$$\gamma_1 = \varphi + \alpha. \quad (20)$$

Покажем, что заданием значений U_0 , S , α , γ_1 , c и k все характеристики равновесного состояния данной системы оказываются определенными. Прежде всего, значение (19) подставляем в уравнение (20) и, решая его относительно k , находим, что

$$k = \Phi_1(\alpha, \gamma_1), \quad (21)$$

где

$$\Phi_1(\alpha, \gamma_1) = \frac{f_y(\alpha)}{f_{y^*}} \left(1 - \frac{\text{tg}(\gamma_1 - \alpha)}{K(\alpha)} \right). \quad (22)$$

Этими зависимостями в полосе $\alpha \in [0, \alpha_*]$ плоскости $O\alpha k$ определено однопараметрическое семейство функций (20), зависящих от параметра $\gamma_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2}\right)$. Графики такого семейства, рассчитанные нами для профиля NACA 0012 на основании данных его испытаний в аэродинамической трубе и опубликованных в [7], представлены на рис. 3, а.

Далее, используя обозначение рис.2 и последовательно применяя теорему синусов и теорему косинусов, находим, что

$$\sin \gamma_1 = \sqrt{\frac{(k^2 - 1)(1 - k^2(1 - 2\lambda)^2)}{2k^2(2\lambda^2 - 2\lambda + 1) - 1}}, \quad (23)$$

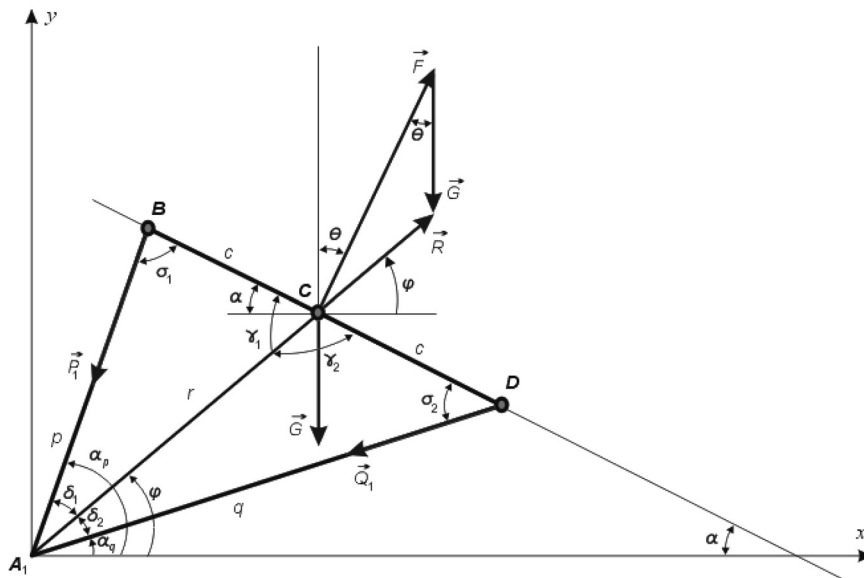


Рис. 2. Треугольник кинематических связей крыла T_B в статическом состоянии

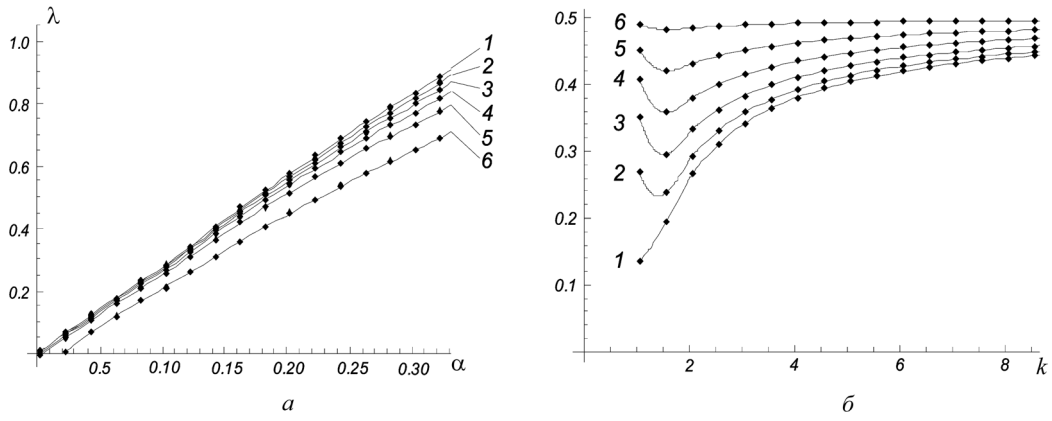


Рис. 3. Графики функций: $a - k = \Phi_1(\alpha, \gamma_1)$; $b - \lambda = \Phi_2(k, \gamma_1)$: 1 - $\gamma_1 = 0,25$, 2 - $0,5$, 3 - $\gamma_1 = 0,75$, 4 - $1,0$, 5 - $1,25$, 6 - $\gamma_1 = 1,5$

$$\sin \delta_1 = \frac{\sin \gamma_1}{2k\lambda}, \quad (24)$$

$$\sin \delta_2 = \frac{\sin \gamma_1}{2k(1-\lambda)}, \quad (25)$$

$$r = c\sqrt{k^2 - (1 - (k(1-2\lambda))^2)}, \quad (26)$$

$$\sin \sigma_1 = \frac{r}{2kc\lambda} \sin \gamma_1, \quad (27)$$

$$\sin \sigma_2 = \frac{r}{2kc(1-\lambda)} \sin \gamma_1. \quad (28)$$

Силы натяжения поводков, приложенные к крылу T_B , определим значениями

$$\begin{aligned} \vec{P}_1 &= -P(\vec{i} \cos \alpha_p + \vec{j} \sin \alpha_p), \\ \vec{Q}_1 &= -Q(\vec{i} \cos \alpha_q + \vec{j} \sin \alpha_q), \end{aligned} \quad (29)$$

где

$$\alpha_p = \varphi + \delta_1 = \gamma_1 - \alpha + \delta_1, \quad \alpha_q = \varphi - \delta_2 = \gamma_1 - \alpha - \delta_2. \quad (30)$$

Затем, удовлетворяя условиям равновесия крыла T_B , считаем, что

$$\vec{R} + \vec{P}_1 + \vec{Q}_1 = 0, \quad (31)$$

проектируя это векторное равенство на оси координат, получаем систему двух уравнений

$$\begin{cases} R \cos \varphi = P_1 \cos \alpha_p + Q_1 \cos \alpha_q, \\ R \sin \varphi = P_1 \sin \alpha_p + Q_1 \sin \alpha_q, \end{cases} \quad (32)$$

решениями которой являются значения

$$P_1 = R \frac{\sin \delta_2}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}, \quad Q_1 = R \frac{\sin \delta_1}{\sin(\delta_1 + \delta_2)}, \quad (33)$$

где

$$R = \sqrt{F^2(\alpha) + G^2 - 2F(\alpha)G \cos \theta(\alpha)}. \quad (34)$$

Теперь, используя зависимость (19), составляем функцию

$$\gamma_1 = \varphi + \alpha = \arctg \left(K(\alpha) \left(1 - k \frac{f_{y^*}}{f_y(\alpha)} \right) \right) + \alpha = \Psi_1(\alpha, k), \quad (35)$$

действительной областью определения которой является прямоугольник: $k \in [0, 1]$, $\alpha \in [0, \alpha_*]$.

Уравнение (23) решаем относительно λ и находим, что

$$\lambda = \Phi_2(k, \gamma_1), \quad (36)$$

где функция

$$\Phi_2(k, \gamma_1) = 0,5 \left(1 - \frac{\cos \gamma_1}{k} \sqrt{\frac{k^2 - 1}{k_2 - \cos \gamma_1^2}} \right) \quad (37)$$

определена в полосе $k > 1$, $\gamma_1 \in \left(0, \frac{\pi}{2} \right)$. Графики однопараметрического семейства функций (36) представлены на рис. 3, б. Таким образом, все характеристики равновесного состояния рулевого профиля на бифилярном подвесе оказываются определенными.

В качестве примера использования полученных зависимостей в таблице представлены данные численного эксперимента по расчету характеристик равновесного состояния рассматриваемой системы.

Исходные данные и результаты численного эксперимента для профиля NACA 0012

Исходные данные						Расчетные параметры состояния							
U_0 , м/с	α , рад	γ_1 , рад	S , м ²	c , м	k	F_0 , Н	k	G , Н	P_1 , Н	Q_1 , Н	λ	p , м	q , м
10	0,2	0,75	1	1	5	106,28	0,55	46,72	13,25	17,74	0,43	4,28	5,72

Закключение. Представленные результаты позволяют сделать вывод, что если заданы аэродинамические свойства и размеры крыла T_B и если назначены параметры исполнения бифилярного подвеса c и k , то заданием углов α и φ все параметры стационарного равновесного состояния системы, включая соответствующие значения параметра совместного регулирования длин поводков λ , определяются однозначно. Следовательно, угол атаки крыла α и угол φ ориентации равнодействующей аэродинамических и гравитационных сил \bar{R} относительно оси A_1x могут рассматриваться двумя обобщенными координатами данной аэродинамической системы, а искомый эффект достижения стационарного состояния вполне обеспечивается назначением соответствующего значения параметра λ .

Литература

1. Кашин Ю. А., Жадан М. И., Кашина Р. Е. // Вестн. ГГТУ им. П. О. Сухого. 2008. № 2. С. 18–28.
2. Кашин Ю. А., Жадан М. И., Кашина Р. Е. // Вестн. ГГТУ им. П. О. Сухого. 2008. № 2. С. 29–37.
3. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М. 1973.
4. www. ftp:// forum. rc design. ru/f38/thread92337. html.
5. Нацукевич А. В., Неголин Ф. А., Немировский Б. А. Аэродинамика самолета. М., 1966.
6. Бухгольц Н. Н. Основной курс теоретической механики. М. 1972.
7. Eastman N. Jacobs, Kenneth E. Ward, Robert M. Pinkerton // The characteristics of 78 related airfoil sections from test in the variable-density wind tunnel. T. R. N 460, NACA, 1932. P. 299–354.

Yu. A. KASHIN, M.I. ZHADAN, R. E. KASHINA

AN AIRFOIL SECTION ON ADJUSTABLE BIFILAR SUSPENSION BRACKET IN HOMOGENEOUS MEDIA STREAM

Summary

The condition of stationary equilibrium of symmetric airfoil washed by a homogeneous stream of a liquid or gas and immobilized by two connected pieces of flexible strings of certain total length is considered. It is shown, that the generalized coordinates of this aerodynamic system are a corner of attack of a wing and a corner of orientation concerning horizon equally effective gravitational and aerodynamic forces. Formulas for calculation of parameters of an equilibrium condition of systems are obtained. Results of numerical experiment for airfoil section NACA 0012 are given.