УДК 629.81

Частотные свойства трансмиссии самоходного энергосредства

Инж. Ю. В. ЧУПРЫНИН, д-ра техн. наук В. А. ШУРИНОВ (ГСКБ ПО "Гомсельмаш"), В. А. БАЛАКИН (ГГТУ, г. Гомель)

Кормоуборочный комбайн [4] — сложная система с бесконечным числом степеней свободы, а следовательно, собственных частот и соответствующих им форм колебаний. Совокупность собственных частот системы составляет частотный спектр, большая часть которого не обнаруживается в силу чрезмерно малых амплитуд изменения параметров, слишком высоких частот или вследствие наложения одних форм на другие. Наиболее заметны те формы колебаний, возникновение которых обусловлено движением обособленных частей, например трансмиссии в ее вращательном движении. Вращательная степень свободы относительно несущих элементов порождает формы колебаний в трансмиссии, практически не зависящие от остальной конструкции.

Частотные свойства системы проявляются наиболее заметно при приложении к ней внешних циклических воздействий (неровности почвы, циклические нагрузки от рабочих органов, неравномерность вращения агрегатов, несбалансированность вращающихся масс и др.). Чем ближе частота внешнего воздействия к собственной частоте системы, тем большее влияние оно окажет на систему в силу усиления в околорезонансной зоне.

Количественная оценка частотных свойств трансмиссии — вычисление спектра собственных частот, выявление частот наиболее вероятных источников воздействий, оценка величины приближения возбуждающих частот к собственным, изменение при необходимости параметров системы для достаточной "отстройки" по частоте от резонансных зон — имеет важное значение при проектировании и доводке машин с целью снижения динамической нагруженности.

В работах [2, 3] описаны методы и результаты исследования динамических свойств трансмиссии кормоуборочных машин путем моделирования процессов в режиме реального времени. Разложение в спектр временных рядов изменения параметров системы, полученных путем моделирования, позволяет найти спектр собственных частот. Но наложение одних форм колебаний на другие и влияние тренда не позволит выявить весь спектр полностью. Поэтому при исследовании механического привода требуется также оценка спектра частот трансмиссии по собственным значениям как обособленной колебательной системы, лишенной внешних воздействий.

Использование векового уравнения [1], описывающего поведение механической системы, для исследования частотных свойств широко распространено в различных сферах технических расчетов. В основном это элементы несущих конструкций с большим числом степеней свободы, состояние которых описывается матрицами жесткости. В данной работе предложен способ и описаны результаты использования теоремы о разделении корней векового уравнения для расчета спектра частот собственных колебаний механической трансмиссии энергосредства УЭС-2-205 [4] в агрегате с кормоуборочным комплексом "Полесье-3000".

Система дифференциальных уравнений движения механической системы может быть получена на основе уравнения Лагранжа II рода [3] и записана в матричной форме

$$[J]\cdot\{\ddot{\varphi}\} + [H]\cdot\{\dot{\varphi}\} + [C]\cdot\{\varphi\} = \{Q\}, \qquad (1)$$

где $[J]$, $[H]$, $[C]$ — матрицы масс, демпфирования и жесткости системы; $\{\varphi\}$, $\{\dot{\varphi}\}$, $\{\ddot{\varphi}\}$ — вектор углов поворота и его производные; $\{Q\}$ — вектор внешних воздействий на систему. Воспользовавшись операторным исчислением, запишем систему (1) в виде

$$([J]\cdot S^2 + [H]\cdot S + [C])\cdot\{\varphi\} = \{Q\}, \qquad (2)$$

где $\{\dot{\varphi}\} = S\{\varphi\}$ и $\{\ddot{\varphi}\} = S^2\{\varphi\}$ — векторы перемещений; $S = j\omega$ — оператор Лапласа ($j = \sqrt{-1}$ — мнимая единица; ω — круговая частота колебаний).

Для исследования системы на собственные частоты необходимо отбросить все внешние воздействия и исключить затухание колебаний, составив уравнение

$$([C] - \omega^2\cdot[J])\cdot\{\varphi\} = 0, \qquad (3)$$

имеющее нетривиальное решение только в том случае, если определитель D полученной матрицы равен нулю. Поскольку потенциальная энергия трансмиссии — положительно определенная квадратичная функция, корни векового уравнения положительны и разделяются главными диагональными минорами определителя

$$D,\ D_1,\ D_2,\ D_3,\ \ldots,\ D_{n-1},\ 1.$$

Согласно теореме о разделении корней векового уравнения [1] при $\omega^2 = 0$ все члены этого ряда положительны, а число перемен знака в последовательности равно нулю. При $\omega^2 \to \infty$ ряд имеет N перемен знака. Если при заданном ω_1 число перемен знака равно K_1, а при ω_2 — K_2, то в интервале частотной оси $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_1$ находится K_1 собственных частот, в интервале $0 \leqslant \omega \leqslant \omega_2$ — K_2 частот. Очевидно, что в интервале $\omega_1 \leqslant \omega \leqslant \omega_2$ находится $K = K_2 - K_1$ частот. Последовательно сокращая интервал $[\omega_1, \omega_2]$, можно выделить область, в которой находится единственная собственная частота, которая далее может быть выделена с заданной точностью. Наиболее удобно выделять частоты методом деления частотных интервалов пополам.

В механических трансмиссиях (в отличие от несущих конструкций) число масс в системе больше на единицу числа взаимных степеней свободы. Это объясняется тем, что в таких системах нет замыкания на неподвижную массу. Размерность матриц в описанном методе определяется числом масс. В этом случае при $\omega \to 0$ имеется одна смена знака и $\omega = 0$ — "фиктивная" частота системы. Количество действительных частот для такой системы равно $N - 1$.

Описанный способ удобен для вычисления не только всего спектра собственных частот трансмиссии, но и их числа в заданных частотных областях. Достоверность результатов, получаемых изложенным методом, оценена путем сравнения с аналитическими решениями и результатами экспериментальных исследований. Предло-

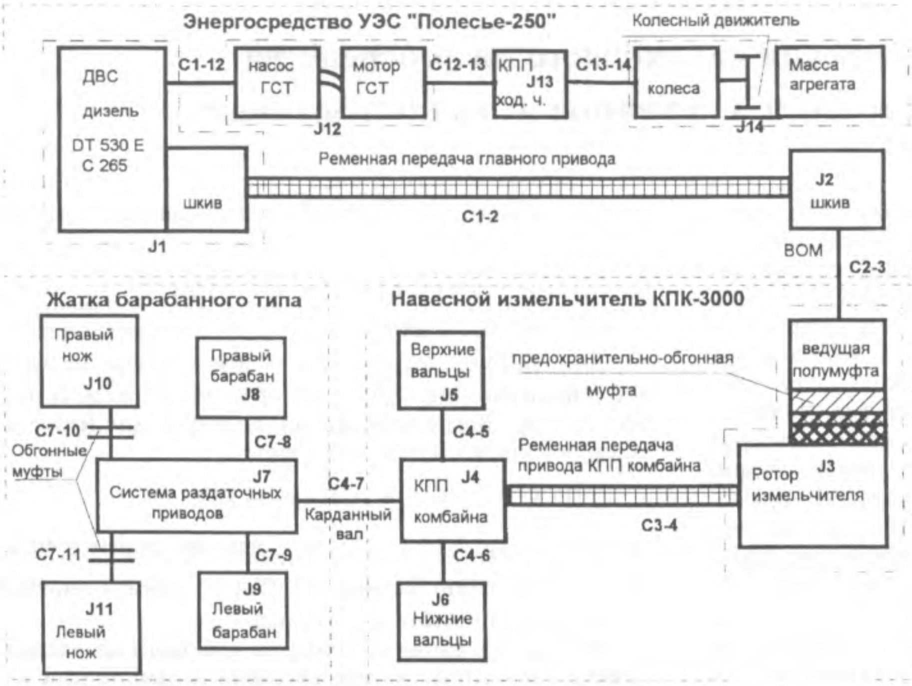

Рис. 1. Расчетная схема трансмиссии кормоуборочного комплекса "Полесье-3000", укомплектованного жаткой для грубостебельных культур

женный алгоритм применялся при исследованиях частотных свойств кормоуборочных комбайнов КДП-3000 (в агрегате с трактором Т-150К), "Полесье-1400" (с МТЗ-80/82) и "Полесье-800", зерноуборочных комплексов КЗР-10, комбайнов КЗС-10, КЗС-7 и других машин, созданных в ГСКБ ПО "Гомсельмаш".

Расчетная схема трансмиссии кормоуборочного комплекса "Полесье-3000" приведена на рис. 1. Для исследования на собственные частоты система должна состоять из обособленных масс, соединенных упругими связями. Поэтому все элементы в данной схеме, которые при моделировании в реальном времени соединялись силовыми связями [2, 3], представлены как единая масса (на рисунке эти массы обведены длинным пунктиром). Рассмотрим способ составления векового уравнения на примере трехмассовой системы с последовательным соединением масс для варианта включения ротора измельчителя без адаптера и ходовой части. Запишем систему дифференциальных уравнений, описывающих поведение системы, без учета диссипативных сил:

$$\begin{bmatrix} (J1 \cdot S^2 + C12) \cdot \varphi 1 - C12 \cdot \varphi 2 = 0 \\ -C12 \cdot \varphi 1 + (J2 \cdot S^2 + C12 + C23) \cdot \varphi 2 - C23 \cdot \varphi 3 = 0 \\ -C23 \cdot \varphi 2 + (J3 \cdot S^2 + C23) \cdot \varphi 3 = 0 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

Она представляет собой не что иное, как сумму матриц масс $[J]$ и жесткости $[C]$, умноженных на вектор перемещений $\{\varphi\}$:

$$[J] = \begin{vmatrix} J1 & 0 & 0 \\ 0 & J2 & 0 \\ 0 & 0 & J3 \end{vmatrix}, \ [C] = \begin{vmatrix} C12 & -C12 & 0 \\ -C12 & C12 + C23 & -C23 \\ 0 & -C23 & C23 \end{vmatrix},$$

$$\{\varphi\} = \begin{bmatrix} \varphi 1 \\ \varphi 2 \\ \varphi 3 \end{bmatrix}.$$

Для составления матрицы жесткости необходимо в таблицу, размерность которой должна быть по вертикали и горизонтали равна числу масс в системе, записать в ячейки, находящиеся на пересечении столбца и строки (с номерами, соответствующими номерам соединяемых масс), жесткость соединяющего эти массы звена с отрицательным знаком. Главная диагональ при этом останется незаполненной. Для ее заполнения нужно просуммировать все элементы строки или столбца, на пересечении которых находится данная ячейка, и взять их с обратным знаком. Эта закономерность позволяет легко составлять матрицу жесткости не только для простых систем, но и для любых многомассовых систем со сложной разветвленной структурой.

Составление матрицы масс не представляет труда, так как ее единственные ненулевые элементы расположены по главной диагонали. Элементами последней служат моменты инерции тех масс, на пересечении номеров столбца и строки которых находится данная ячейка.

Изложенным методом можно достаточно точно (в пределах погрешностей определения исходных данных) выявить спектр собственных частот трансмиссии.

Критерием опасности приближения собственной частоты системы к частоте возмущающего воздействия может служить динамический коэффициент

$$k_д = (1 - \omega_в^2/\omega_с^2)^{-1},$$

где $\omega_в$, $\omega_с$ — частота воздействия и собственная частота. При приближении частоты возбуждающей силы к собственной частоте динамический коэффициент увеличивается до бесконечности (без учета демпфирования). Изменяется $k_д$ при $\omega_в < \omega_с$ — от 1 до ∞, а при $\omega_в > \omega_с$ — от ∞ до 0. Знак минус после перехода через резонанс говорит о том, что колебания в системе будут происходить в противофазе к внешнему воздействию. Кроме того, тот факт, что при частоте возмущающей силы, меньшей собственной частоты, $k_д$ стремится к 1, а после перехода

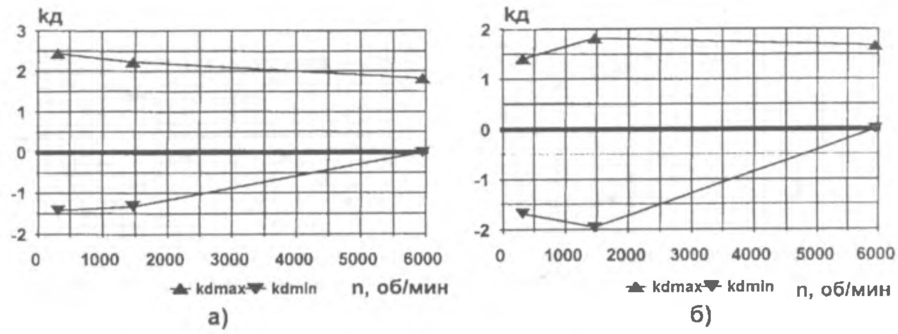

Рис. 2. Динамические коэффициенты усиления воздействия для собственных частот ходовой части в транспортном режиме на 3-й (*а*) и 4-й (*б*) передачах

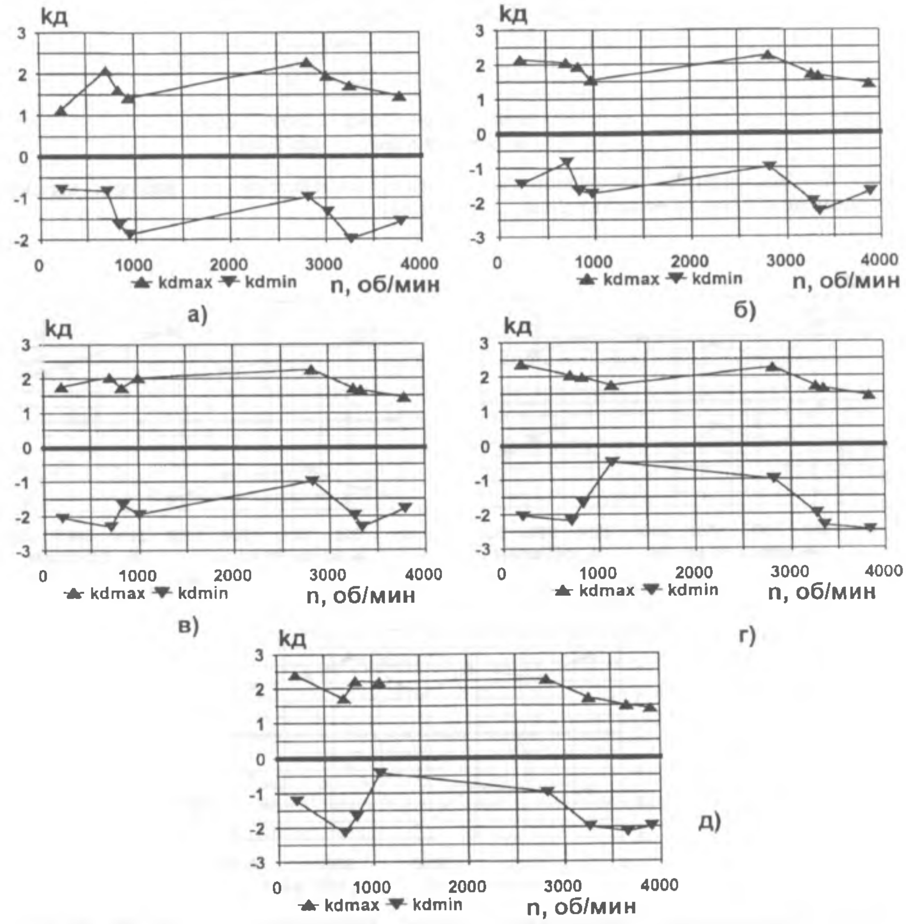

Рис. 3. Динамические коэффициенты усиления воздействий для рабочих органов с барабанной жаткой на режимах *1* (*а*), *2* (*б*), *3* (*в*), *4* (*г*) и *5* (*д*)

через резонанс — к нулю, позволяет сделать вывод о том, что в первом случае система медленно повторяет действия внешнего сигнала, а во втором она самоизолируется от него. Поэтому для достижения эффекта виброизоляции от каких-либо внешних воздействий желательно, чтобы собственная частота системы была ниже частоты возмущающих сигналов.

Динамический коэффициент по своей сути служит множителем для внешнего воздействия, усиливаемого системой. В большинстве случаев при проектировании механического привода коэффициенты запаса прочности для различных узлов и агрегатов выбирают в пределах 1,5—2,5. Отсюда вытекает рекомендуемая величина минимально допустимой "отстройки" по частоте от резонанса — ±20...±30 %, что соответствует значениям $k_д$ для отстройки: "вверх" $k_д = 2{,}778...1{,}961$, "вниз" $k_д = -2{,}273...-1{,}449$.

Но всего этого было бы достаточно для исследования колебаний системы с одной степенью свободы. В случае исследования механической трансмиссии, которая имеет целый спектр собственных и возмущающих частот, необходимы собирательные критерии поиска параметров системы. Пусть спектры собственных частот и частот возмущения описываются рядами

$$\omega_{c1},\ \omega_{c2},\ \omega_{c3},\ ...,\ \omega_{ci},\ ...,\ \omega_{c_{n1}},$$

$$\omega_{в1},\ \omega_{в2},\ \omega_{в3},\ ...,\ \omega_{вj},\ ...,\ \omega_{в_{n2}},$$

где $n1$ и $n2$ — число собственных и вынужденных частот.

Если для каждой собственной частоты определить сумму квадратов динамических коэффициентов по отношению ко всем возмущающим частотам, просуммировать квадраты этих сумм по всем собственным частотам, то величину SS можно использовать как целевую функцию, минимизация которой позволит путем изменения инерционных и жесткостных свойств снизить общую динамическую нагруженность системы:

$$S_i = \sum_j (1 - \omega_{вj}^2/\omega_{ci}^2)^{-2}, \qquad (5)$$

$$SS = \Sigma S_i^2. \qquad (6)$$

При определении параметра S_i в процессе оптимизации системы при $k_д > 0$ для устранения тенденции "сползания" в зону высоких частот целесообразно пользоваться величиной $k_д - 1$.

Для трансмиссии "Полесье-3000" **динамические коэффициенты** рассчитаны по отношению к наиболее вероятным частотам возмущающих сигналов на различных режимах. Наиболее опасны для резонансного усиления режимы холостого хода рабочих органов, когда демпфирующие свойства рабочего процесса отсутствуют. В качестве вынужденных частот системы при расчете динамических коэффициентов приняты частоты вращения валов и агрегатов и кратные им величины (например, для карданных валов).

На рис. 2 приведены графические зависимости динамических коэффициентов для собственных частот хо-

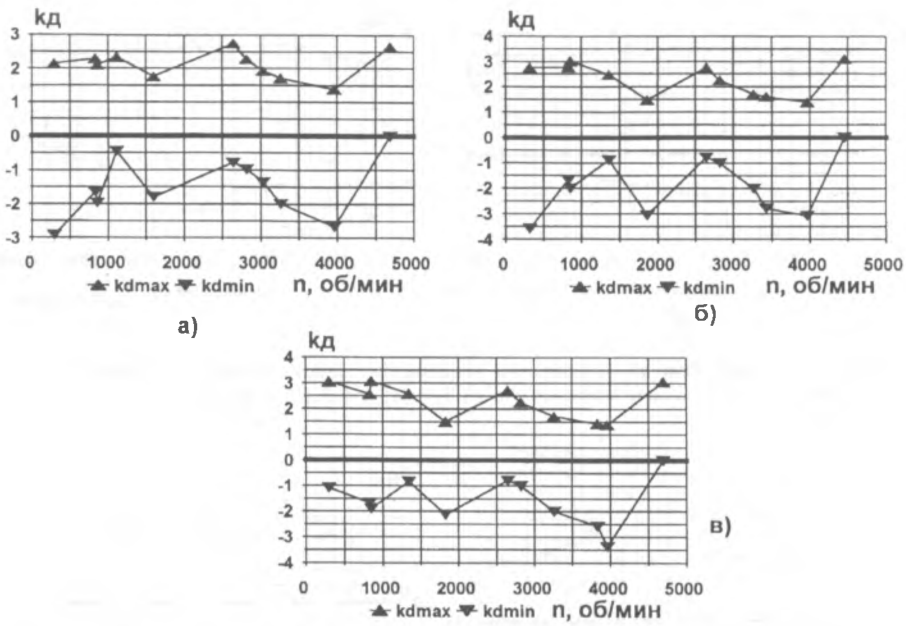

Рис. 4. Динамические коэффициенты усиления воздействий для рабочих органов с травяной жаткой на режимах *1* (*а*), *2* (*б*) и *3* (*в*)

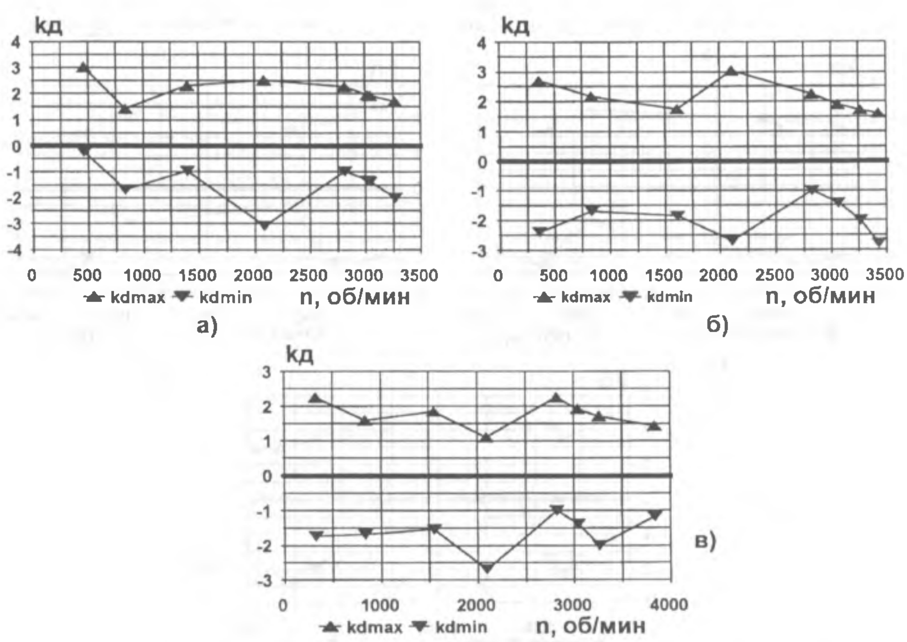

Рис. 5. Динамические коэффициенты усиления воздействий для рабочих органов с подборщиком на режимах *1* (*а*), *2* (*б*) и *3* (*в*)

довой части (согласно расчетной схеме рис. 1) при усилении внешних воздействий. Для каждой собственной частоты динамические коэффициенты рассчитаны по отношению к частоте ближайших возмущений. Верхняя линия на графике (положительные величины) иллюстрирует динамические коэффициенты усиления воздействий, частота которых ниже собственной, а нижняя (отрицательные величины) — динамические коэффициенты усиления воздействий, частота которых выше собственной.

На рис. 3 показаны аналогичные зависимости для рабочих органов комплекса на холостом ходу (ходовая часть отключена) для варианта комплектации с барабанной жаткой для пяти предусмотренных режимов, на рис. 4 — для комплектации с травяной жаткой, на рис. 5 — с подборщиком. При расчете по рис. 4 и 5 использованы схемы, аналогичные рис. 1, которые приведены в работах [2, 3].

Динамические коэффициенты (см. рис. 2—5) находятся в пределах ±3, что говорит об отсутствии опасного приближения вынужденных частот к резонансным зонам трансмиссии и о выполнении требуемого условия по "отстройке" от резонанса. Кроме того, при расчете динамических коэффициентов по собственным и вынужденным частотам невозможно учесть демпфирующие свойства системы, так как каждая частота собственных колебаний вызвана совокупностью всех элементов, нет четкого соответствия, демпфирование какого элемента влияет на снижение уровня усиленных колебаний конкретной частоты. Поэтому в реальной системе, обладающей демпфирующими свойствами, усиление колебаний будет ниже.

Таким образом, предложенная методика позволяет вычислить частотный спектр механической трансмиссии и число собственных частот в заданных частотных интервалах, количественно и качественно оценить возможности усиления колебаний в околорезонансных зонах и оптимизировать параметры трансмиссии с целью снижения динамической нагруженности.

Список литературы

1. **Бабаков И. М.** Теория колебаний. — М.: Наука, 1968.

2. **Чупрынин Ю. В., Шуринов В. А., Балакин В. А.** Динамика переходных процессов в трансмиссии УЭС-2-250 // Тракторы и сельскохозяйственные машины. — 2000, № 8.

3. **Чупрынин Ю. В., Шуринов В. А., Балакин В. А.** Динамические свойства механической трансмиссии комбайна "Полесье-800" // Тракторы и сельскохозяйственные машины. — 2000, № 5.

4. **Шуринов В. А.** Основы агрегатирования универсального мобильного энергетического средства с адаптерами различного назначения. — Гомель: Международная инженерная академия, 1999.