

РАСЧЕТЫ И МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 548.55: 536.2.01

РАСЧЕТ КИНЕТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ФРОНТА КРИСТАЛЛИЗАЦИИ ГЛУБОКО ПЕРЕОХЛАЖДЕННОГО РАСПЛАВА

О. Н. ШАБЛОВСКИЙ⁺, Д. Г. КРОЛЬ

УО «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», пр. Октября, 48, 246746, г. Гомель, Беларусь.

Экспериментальные данные о зависимости скорости роста кристалла от переохлаждения расплава изучаются с позиций теории локально-неравновесного теплопереноса. Проведено численное моделирование задачи о распространении фронта высокоскоростной кристаллизации. Представлены результаты расчета нестационарных, энтропийных и кинетических свойств фазовой границы для трех веществ: никеля, меди и германия.

Введение

Разработка методов получения быстрозакаленных материалов – сложная задача, требующая изучения влияния скорости охлаждения на возникновение неравновесных структур [1]. В русле этих исследований находится проблема кристаллизации вещества из глубоко переохлажденного расплава [2–8]. В экспериментальных работах [6–8] установлена зависимость скорости роста кристалла от переохлаждения расплава ΔT . Опыты проводились в левитационной (вакуумной) камере с каплями расплава диаметром около 6 мм; переохлаждение достигало 300 °С; наблюдались скорости роста от 2 до 70 м/с. В статье [9] представлен способ теплофизического истолкования экспериментальных зависимостей «переохлаждение – скорость роста кристалла» для однокомпонентных систем (никель, медь, германий). Данная работа является продолжением этих исследований и имеет следующие цели: 1) расчет параметров локально-неравновесного теплового состояния твердой фазы; 2) определение кинетических свойств фронта кристаллизации.

Постановка и решение задачи

Локально-неравновесный теплоперенос в твердой фазе определяется уравнением энергии и уравнением Максвелла для теплового потока:

$$c \frac{\partial T}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad q + \gamma \frac{\partial q}{\partial t} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}; \quad (1)$$

$$t \geq 0, \quad x \in [x_w, x_j].$$

Здесь x – декартова координата; t – время; T – температура; q – удельный тепловой поток; λ – коэффициент теплопроводности; c – объемная теплоемкость; γ – время релаксации теплового потока; x_w – координата левой границы закристаллизовавшейся области. Индексами * и j отмечены значения функций, соответственно, справа (жидкая фаза) и слева (кристаллическая фаза) от фронта кристаллизации (ФК) $x = x_j(t)$, перемещающегося вправо со скоростью $N = dx_j/dt > 0$.

Расплав находится в неоднородном тепловом состоянии:

$$T_* = T_*^0 - \frac{q_*^0}{\lambda_*} x, \quad q_* = q_*^0 + q_*^1 \exp(-t/\gamma_*),$$

$$x \in [x_j(0), x_j^1], \quad \lambda_*, T_*^0, q_*^0, q_*^1 - \text{const.}$$

Сильный разрыв теплового поля служит математическим образом ФК, и условия динамической совместности имеют вид:

$$q_j - q_* = N(u_j - u_*) - Q, \quad Q = L \left(N + \gamma \frac{dN}{dt} \right); \quad (2)$$

$$N(q_j - q_*) = V_j - V_*; \quad (3)$$

$$u(T) = \int_0^T c(T) dT, \quad V = \int_0^T \frac{\lambda(T)}{\gamma(T)} dT = \int_0^u w^2(u) du,$$

где u – плотность энергии; $w = (\lambda/\gamma c)^{1/2}$ – скорость распространения тепловых возмущений; L – теплота кристаллизации единицы объема вещества.

Производство энтропии ω на фронте роста вычисляется по формулам:

⁺ Автор, с которым следует вести переписку.

$$\omega = N \cdot (\Delta S) + \left(\frac{q}{T}\right)_* - \left(\frac{q}{T}\right);$$

$$\Delta S \equiv S_j - S_* = (\Delta S)_{eq} + \left(\frac{\gamma q^2}{2\lambda T^2}\right)_* - \left(\frac{\gamma q^2}{2\lambda T^2}\right);$$

$$(\Delta S)_{eq} = \int_{T_*}^{T_c} \frac{c^*(T)}{T} dT - \int_{T_j}^{T_c} \frac{c'(T)}{T} dT - \frac{L}{T_c}.$$

Здесь T_c – равновесная температура затвердевания; $(\Delta S)_{eq}$ – изменение локально-равновесной энтропии; ΔS – изменение локально-неравновесной энтропии; $c^*(T)$ и $c'(T)$ – теплоемкости жидкой и твердой фаз.

Термодинамически допустимый ФК должен удовлетворять условию необратимости $\omega > 0$ и одной из цепочек неравенств:

$$w_*^2 < D < N^2 < w_j^2; \quad (4)$$

$$w_j^2 < D < N^2 < w_*^2; \quad (5)$$

$$D = (V_j - V_*) / (u_j - u_*).$$

Соотношения (2)–(5) получены и обоснованы в [5, 10].

На левой границе задаем условие теплоизоляции:

$$x = x_w, q_w = 0. \quad (6)$$

Это соответствует условиям опытов [6–8]. На ФК имеем баланс энергии (2) и баланс тепловых потоков (3). В математическом отношении более простым по сравнению с (3) является известный закон нормального роста:

$$N = \mu(T_c - T_j), \quad (7)$$

где μ – кинетический коэффициент, зависящий от свойств расплава; T_j – температура вещества на левой стороне разрыва; $(T_c - T_j)$ – переохлаждение на фронте роста. Начальные условия для твердой фазы:

$$t = 0, T = T^0(x), q = q^0(x). \quad (8)$$

Задача состоит в том, чтобы найти неизвестные функции $T(x, t)$, $q(x, t)$, $N(t)$ на основе уравнений (1) с краевыми условиями (8), (6), (2) и (3) или (7). Численные расчеты проводились в безразмерных величинах. При обезразмеривании применялись масштабы величин (они отмечены нижним индексом b), для которых размерная и

безразмерная формы записи одинаковые: $\lambda_b = x_b^2 c_b / t_b$, $q_b = \lambda_b T_b / x_b$ и т. д. Далее принято, что x_b – толщина начального слоя твердой фазы, поэтому $x_w = 0$, $x_j(t = 0) = 1$.

Исходным пунктом алгоритма является выбор начального состояния (8). Уравнения (1) при $\lambda, c, \gamma = \text{const}$ имеют точное локальное по координате x решение:

$$T = T_0 + T_1 \exp(-t/\gamma) + T_2 \exp[-a_2(x + a_1 t)],$$

$$q = \left(g_0 + \frac{cT_1}{\gamma} x\right) \exp(-t/\gamma) - a_1 c T_2 \exp[-a_2(x + a_1 t)],$$

$$a_2 = a_1 / [\gamma(a_1^2 - w^2)], T_0, T_1, T_2, g_0, a_1 = \text{const}.$$

Отсюда при $t = 0$ получаем:

$$T^0(x) = T_0 + T_1 + T_2 \exp(-a_2 x),$$

$$q^0(x) = g_0 + \frac{cT_1}{\gamma} x - a_1 c T_2 \exp(-a_2 x), \quad x \in [0, 1];$$

$$a_1 < 0, a_2 > 0.$$

В этом решении λ, c, γ подсчитываются при $T = [T_j(0) + T_w(0)]/2$.

Далее учитываем, что

$$T^0(x = 1) = T_j(t = 0), q^0(x = 0) = q_w,$$

$$T^0(x = 0) = T_w(t = 0), q^0(x = 1) = q_j(t = 0)$$

и находим

$$T_0 = T_w(0) - T_1 - T_2, g_0 = q_w + c a_1 T_2,$$

$$T_1 = \frac{\gamma}{c} [q_j(0) - g_0 + c a_1 T_2 \exp(-a_2)],$$

$$T_2 = [T_j(0) - T_w(0)] / [\exp(-a_2) - 1].$$

Значения

$$T_j(0), q_j(0), N(0) \quad (9)$$

берем из результатов [9] обработки экспериментов [6–8]. На рис. 1 представлены экспериментальные зависимости $N = F(\Delta T)$ для трех элементов: никеля, меди и германия; в табл. 1 указаны их теплофизические свойства. Для каждого из этих элементов существует критическое переохлаждение $\Delta \bar{T}$: в окрестности $\Delta T = \Delta \bar{T}$ при малом изменении ΔT наблюдается резкое изменение скорости N . В соответствии с этим проводим расчеты для докритической области ($0 < \Delta T < \Delta \bar{T}$) и для

Таблица 1. Теплофизические свойства никеля, меди и германия

	c , Дж/(м ³ ·град)	λ , Вт/(м·град)	L , Дж/(м ³)	$\Delta \bar{T}$, град	T_c , К
Ni	$5,77 \cdot 10^6$	69	$2,14 \cdot 10^8$	160	1728
Cu	$4,12 \cdot 10^6$	175	$1,77 \cdot 10^8$	185	1357
Ge	$1,99 \cdot 10^6$	17,4	$2,54 \cdot 10^8$	212	1210

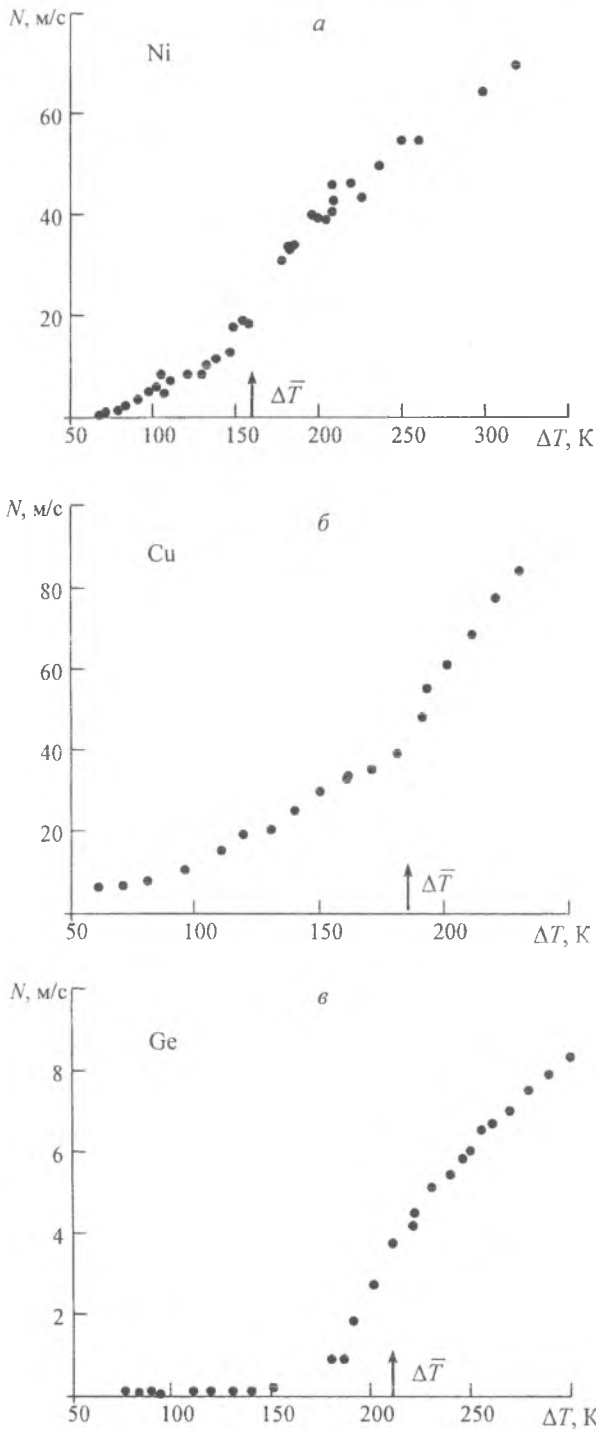


Рис. 1. Экспериментальные зависимости «переохлаждение – скорость роста»: Ni, [6] – а; Cu, [7] – б; Ge, [8] – в

закритической области, $\Delta T > \Delta \bar{T}$. Важно отметить, что в докритической области функция состояния $V(u)$ имеет знакопеременную выпуклость, и фазовый переход удовлетворяет ограничениям (5); в закритической области имеем знакпостоянную нелинейность функции $V(u)$ – процесс удовлетворяет условиям (4). Мы предполагаем, что в каждой экспериментальной точке $\Delta(\Delta T, N)$ измеренная скорость ФК равна неотрелаксированному значению $N(t = 0)$. Тогда из (7) с помощью (9) вычисляем кинетический коэффициент

роста:

$$\mu = \frac{N(t = 0)}{T_c - T_j(t = 0)},$$

соответствующий фиксированному переохлаждению ΔT расплава. При работе с балансом энергии (2) применяем формулу:

$$u_j - u_* = \int_{T_*}^{T_c} c^*(T) dT + \int_{T_c}^{T_j} c'(T) dT.$$

Здесь зависимость $c'(T)$ аппроксимируется непрерывной двухзвенной линией вида:

$$c'_1(T) = \frac{c_{11}T + c_{21}T^2 + c_{31}T^3}{(T_c - T)^a}, T \in [T^1, T_c], 0 < a < 1;$$

$$c'_2(T) = c_0 + c_1T, T_w < T \leq T^1. \quad (10)$$

Эти два звена «сшиваем» непрерывным образом при $T = T^1$. Для приближенного аналитического описания теплофизических свойств $c(T)$, $G(T) = \lambda(T)/\gamma(T)$ в окрестности $T = T_c$ применяем экспериментальные измерения [6–8], справочные данные [11] и аппроксимирующие функции, построенные в [9]; подробности этих вычислений здесь не приводятся. Вне малой температурной окрестности точки перехода $T = T_c$ берем в твердой фазе $\gamma' \equiv \text{const}$, $\lambda' = \lambda_0 + \lambda_1T$ и функцию (10).

Численное решение задачи с неизвестной границей $x = x_f(t)$ удобно выполнять в переменных z, τ ; $z = x/x_f, \tau = x_f, z \in [0, 1]$. Уравнения (1) принимают форму записи:

$$N \left(\tau \frac{\partial u}{\partial \tau} - z \frac{\partial u}{\partial z} \right) + \frac{\partial q}{\partial z} = 0,$$

$$N \left(\tau \frac{\partial q}{\partial \tau} - z \frac{\partial q}{\partial z} \right) + \frac{\tau q}{\gamma} + \frac{\partial V}{\partial z} = 0,$$

где $u(z, \tau), q(z, \tau), N(\tau)$ – неизвестные функции, которые должны удовлетворять условиям (2), (6), (7), (8). Решение этой краевой задачи выполняем численным методом интегральных соотношений А. А. Дородницына; применяем гиперболический вариант алгоритма построения расчетной схемы [12]. В n -ом приближении отрезок $[0, 1]$ делится на n полос: $z = i/n, i = 0, 1, \dots, n$. В данной задаче $n = 6$. Строим замкнутую систему интегральных соотношений и редуцируем их к аппроксимирующей системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Итоговая задача Коши решается методом Рунге–Кутты пятого порядка точности. В результате получаем температуру $T(z_i, \tau)$ и тепловой поток $q(z_i, \tau)$ на границах полос. Контроль точности расчетной схемы основан на использовании различных проверочных вариантов построения «кусочных» аппроксимаций. Кроме того, выполнялось сравнение с точным решением нели-

нейных уравнений (1). Проведенные тестовые расчеты подтвердили высокую точность вычислений.

Результаты и их обсуждение

При обработке результатов применяем следующие критерии:

– тепловой аналог числа Маха:

$$M_j^2 = \frac{N^2}{w^2(T_j)}, \quad M_*^2 = \frac{N^2}{w^2(T_*)};$$

– параметр неравновесности:

$$\Omega^{-2} = \left(\frac{q^2}{u^2 w^2} \right)_j;$$

– критерий температурной нестационарности:

$$V_T = \frac{\partial T_j}{\partial t} / \frac{T_j}{\gamma};$$

– критерий нестационарности теплового потока:

$$V_q = \frac{\partial q_j}{\partial t} / \frac{q_j}{\gamma}.$$

Релаксационные свойства ФК для всех трех рассмотренных веществ (Ni, Cu, Ge) одинаковые: характерной является аperiodическая зависимость от времени с выходом на стационарное плато. Основные результаты расчетов представлены в табл. 2–4; энтропийные свойства процесса даны на рис. 2. Содержание табл. 2–4 подробных комментариев не требует. Отметим только два обстоятельства: 1) нужно обратить внимание на своеобразное поведение чисел Маха в докритической и закритической областях; 2) только для меди характерна экспоненциальная зависимость $\mu = \mu(\Delta T)$; для никеля и германия хорошая аппроксимация достигается полиномами второй степени по ΔT ; величина μ дана в м/(К·с).

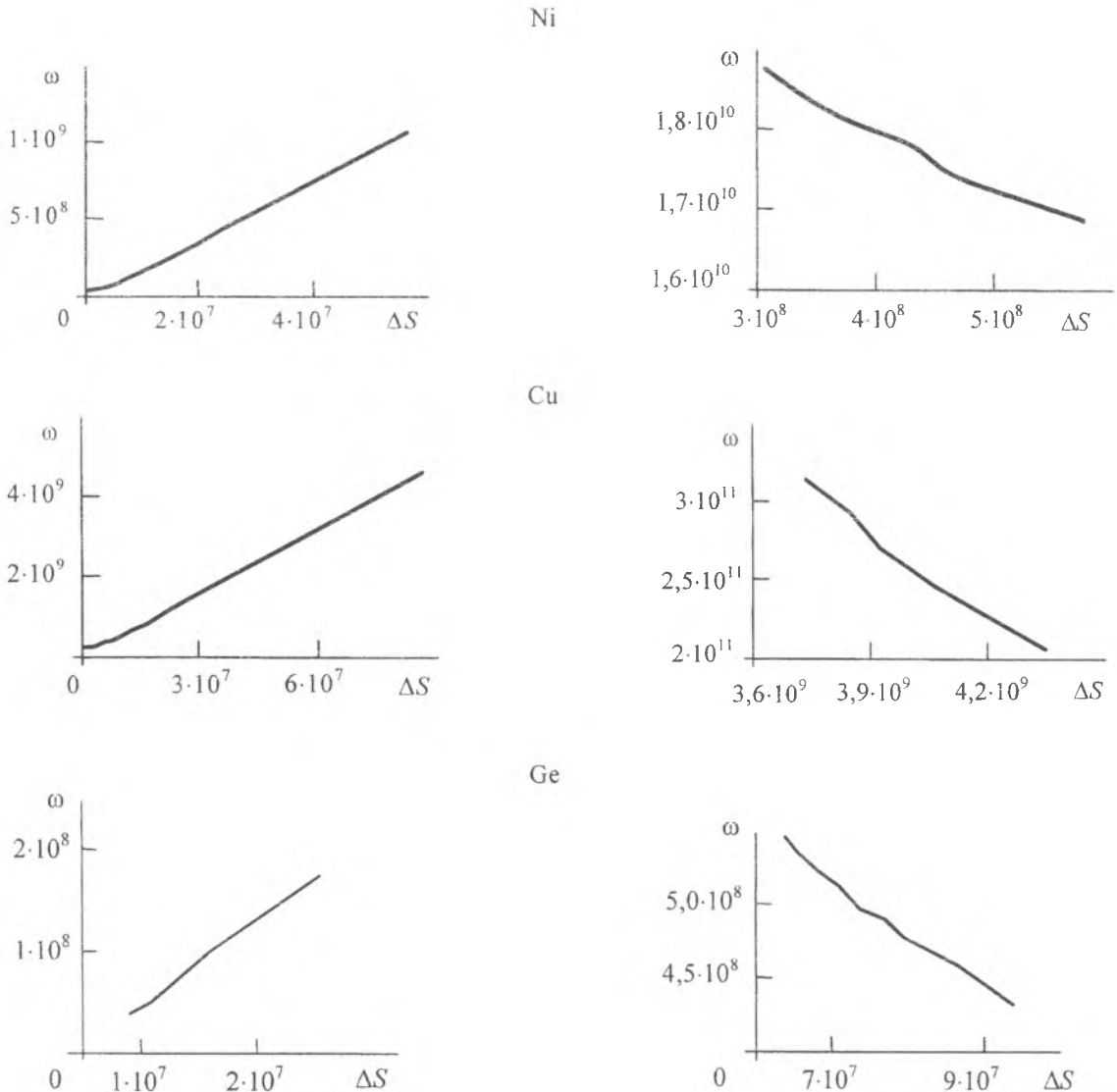


Рис. 2. Зависимости производства энтропии ω , Вт/(К·м²) на фронте роста от изменения локально-неравновесной энтропии ΔS , (Вт·с)/(К·м³) для Ni, Cu и Ge; левый столбец – докритическая область, правый столбец – закритическая область

Таблица 2. Нестационарные свойства фронта кристаллизации никеля

$\Delta T, K$	$N_{t=0},$ м/с	$\left(\frac{\partial T_j}{\partial t}\right)_{t=0},$ К/с	$(V_T)_{t=0}$	$\left(\frac{\partial q_j}{\partial t}\right)_{t=0},$ Вт/(м ² ·с)	$(V_q)_{t=0}$	$\left(\frac{\partial N}{\partial t}\right)_{t=0},$ м/с ²	M_j^2	M_*^2	Ω^2	$N_{t \rightarrow \infty},$ м/с
Докритическая область $\mu = -1238,44 + 53,13659\Delta T - 0,176627\Delta T^2, \Delta T \in [60, 150] K$										
67,4	3,07	$1,49 \cdot 10^2$	$8,11 \cdot 10^{-9}$	$6,87 \cdot 10^{16}$	-0,269	$-2,29 \cdot 10^5$	1071	0,051	$2,24 \cdot 10^2$	2,14
90,7	5,60	$5,98 \cdot 10^2$	$3,25 \cdot 10^{-8}$	$6,01 \cdot 10^{17}$	-0,425	$-1,28 \cdot 10^6$	2330	0,159	$4,61 \cdot 10^3$	2,58
119,2	10,26	$2,04 \cdot 10^3$	$1,11 \cdot 10^{-7}$	$2,73 \cdot 10^{18}$	-0,597	$-5,23 \cdot 10^6$	5862	0,523	$3,67 \cdot 10^4$	3,21
136,3	13,55	$3,47 \cdot 10^3$	$1,89 \cdot 10^{-7}$	$6,28 \cdot 10^{18}$	-0,669	$-9,51 \cdot 10^6$	8183	0,909	$1,23 \cdot 10^5$	3,64
Закритическая область $\mu = -1,431334 + 0,066524\Delta T - 2,95453210^{-6}, \Delta T^2, \Delta T \in [160, 300] K$										
184,3	34,26	$6,23 \cdot 10^6$	$1,23 \cdot 10^{-5}$	$6,03 \cdot 10^{13}$	-0,065	$-6,70 \cdot 10^7$	0,247	1036	$7,51 \cdot 10^{-12}$	5,76
208,2	39,25	$7,24 \cdot 10^6$	$1,42 \cdot 10^{-5}$	$2,26 \cdot 10^{14}$	-0,101	$-8,88 \cdot 10^7$	0,324	1361	$4,61 \cdot 10^{-11}$	6,22
242,6	46,71	$8,73 \cdot 10^6$	$1,72 \cdot 10^{-5}$	$8,87 \cdot 10^{14}$	-0,135	$-1,27 \cdot 10^8$	0,458	1931	$3,87 \cdot 10^{-10}$	6,95
290,2	56,74	$1,07 \cdot 10^7$	$2,11 \cdot 10^{-5}$	$3,10 \cdot 10^{15}$	-0,169	$-1,89 \cdot 10^8$	0,674	2854	$2,92 \cdot 10^{-9}$	7,90

Таблица 3. Нестационарные свойства фронта кристаллизации меди

$\Delta T, K$	$N_{t=0},$ м/с	$\left(\frac{\partial T_j}{\partial t}\right)_{t=0},$ К/с	$(V_T)_{t=0}$	$\left(\frac{\partial q_j}{\partial t}\right)_{t=0},$ Вт/(м ² ·с)	$(V_q)_{t=0}$	$\left(\frac{\partial N}{\partial t}\right)_{t=0},$ м/с ²	M_j^2	M_*^2	Ω^2	$N_{t \rightarrow \infty},$ м/с
Докритическая область $\mu = 2178,6955 - 16370,43 \exp(-0,0268866549\Delta T), \Delta T \in [190, 170] K$										
95,1	10,9	$5,11 \cdot 10^3$	$1,02 \cdot 10^{-7}$	$7,13 \cdot 10^{17}$	-0,266	$-4,65 \cdot 10^6$	197,7	0,071	$6,25 \cdot 10^1$	7,23
119,5	19,7	$2,05 \cdot 10^4$	$3,99 \cdot 10^{-7}$	$5,25 \cdot 10^{18}$	-0,397	$-3,05 \cdot 10^7$	555,4	0,197	$1,50 \cdot 10^3$	8,41
140,3	25,2	$2,93 \cdot 10^4$	$5,82 \cdot 10^{-7}$	$1,09 \cdot 10^{19}$	-0,466	$-5,27 \cdot 10^7$	834,7	0,317	$4,39 \cdot 10^3$	9,21
Закритическая область $\mu = 35,326602 - 851,17268 \exp(-0,019538945\Delta T), \Delta T \in [180, 230] K$										
190,2	47,2	$1,44 \cdot 10^7$	$7,44 \cdot 10^{-5}$	$1,83 \cdot 10^{17}$	-0,254	$-2,11 \cdot 10^8$	0,149	10,63	$1,27 \cdot 10^{-5}$	11,57
210,2	69,1	$2,18 \cdot 10^7$	$1,31 \cdot 10^{-4}$	$6,64 \cdot 10^{17}$	-0,35	$-4,66 \cdot 10^8$	0,314	22,55	$8,79 \cdot 10^{-5}$	12,78
230,6	84,0	$2,63 \cdot 10^7$	$1,36 \cdot 10^{-4}$	$1,21 \cdot 10^{18}$	-0,408	$-6,82 \cdot 10^8$	0,470	33,89	$1,84 \cdot 10^{-5}$	13,57

Таблица 4. Нестационарные свойства фронта кристаллизации германия

$\Delta T, K$	$N_{t=0},$ м/с	$\left(\frac{\partial T_j}{\partial t}\right)_{t=0},$ К/с	$(V_T)_{t=0}$	$\left(\frac{\partial q_j}{\partial t}\right)_{t=0},$ Вт/(м ² ·с)	$(V_q)_{t=0}$	$\left(\frac{\partial N}{\partial t}\right)_{t=0},$ м/с ²	M_j^2	M_*^2	Ω^2	$N_{t \rightarrow \infty},$ м/с
Докритическая область $\mu = -4745,333 + 32,54902\Delta T, \Delta T \in [195, 212] K$										
200,5	2,85	44,24	$6,59 \cdot 10^{-9}$	$5,96 \cdot 10^{17}$	-0,439	$-7,89 \cdot 10^4$	9506	0,013	$5,08 \cdot 10^5$	2,66
210,7	3,81	167,5	$2,49 \cdot 10^{-8}$	$1,05 \cdot 10^{18}$	-0,523	$-3,54 \cdot 10^5$	16940	0,024	$1,11 \cdot 10^6$	2,98
Закритическая область $\mu = -3,07396 + 0,02457247\Delta T - 2,55986 \cdot 10^{-5} \cdot \Delta T^2, \Delta T \in [216, 305] K$										
232,5	5,19	$5,42 \cdot 10^5$	$4,48 \cdot 10^{-5}$	$2,54 \cdot 10^{16}$	-0,438	$-6,83 \cdot 10^5$	0,315	28,69	$2,96 \cdot 10^{-3}$	3,73
250,7	6,11	$8,00 \cdot 10^5$	$6,61 \cdot 10^{-5}$	$3,03 \cdot 10^{16}$	-0,486	$-1,18 \cdot 10^6$	0,438	40,39	$2,71 \cdot 10^{-3}$	3,98
279,1	7,55	$1,13 \cdot 10^6$	$9,33 \cdot 10^{-5}$	$3,14 \cdot 10^{16}$	-0,547	$-2,03 \cdot 10^6$	0,667	62,75	$2,30 \cdot 10^{-3}$	4,46
300,2	8,45	$1,39 \cdot 10^6$	$1,11 \cdot 10^{-4}$	$3,19 \cdot 10^{16}$	-0,579	$-2,67 \cdot 10^6$	0,836	19,73	$2,13 \cdot 10^{-3}$	4,75

Выводы

На основе теории локально-неравновесного теплопереноса разработан способ извлечения новой физической информации из экспериментальных зависимостей «переохлаждение – скорость роста кристалла». Представленный алгоритм позволяет рассчитать нестационарные и энтропийные свойства фронта высокоскоростной кристаллизации в каждой точке измерений ($\Delta T, N$). Для трех изученных веществ (никель, медь, германий) установлены зависимости $\mu(\Delta T)$ кинетического

коэффициента роста от переохлаждения расплава в докритической и закритической областях.

Обозначения

T – температура, К; x – декартова координата, м; t – время, с; q – удельный тепловой поток, Вт/м²; λ – коэффициент теплопроводности, Вт/(м·град); c – объемная теплоемкость, Дж/(м³·град); γ – время релаксации теплового потока, с; x_w – координата левой границы закристаллизовавшейся области, м; $w = (\lambda/\gamma c)^{1/2}$ – скорость распространения тепловых возмущений, м/с;

L – теплота кристаллизации единицы объема вещества, Дж/м³; ΔT – переохлаждение расплава, К; T_c – равновесная температура затвердевания, К; $(\Delta S)_{eq}$ – изменение локально-равновесной энтропии, Дж/(К·м³); ΔS – изменение локально-неравновесной энтропии, Дж/(К·м³); ω – производство энтропии на ФК, Вт/(К·м²); N – скорость перемещения фронта кристаллизации м/с; μ – кинетический коэффициент, м/(К·с).

Индексы: * и j – значения функций, вычисленных справа (жидкая фаза) и слева (кристаллическая фаза) от фронта кристаллизации; w – значения функций на левой границе.

Литература

1. Васильев, В. А. Высокоскоростное затвердевание расплава (теория, технология и материалы) / В. А. Васильев, Б. С. Митин, И. Н. Пашков и др. – М.: СП ИНТЕРМЕТ ИНЖИНИРИНГ, 1998. – 400 с.
2. Aziz, M. J. Continuous growth model for interface motion during alloy solidification / M. J. Aziz, Th. Kaplan. // *Acta Metallurgica*. – 1988. – 36. – P. 2335–2347.
3. Galenko, P. K. Model for free dendritic alloy growth under interfacial and bulk phase nonequilibrium conditions / P. K. Galenko, D. A. Danilov // *J. Crystal Growth*. – 1999. – 197. – P. 992–1002.
4. Шабловский, О. Н. Закономерности корреляции между скоростью роста кристалла и переохлаждением расплава / О. Н. Шабловский // *Расплавы*. – 2003. – № 4. – С. 52–60.
5. Шабловский, О. Н. Релаксационный теплоперенос в нелинейных средах / О. Н. Шабловский. – Гомель: ГГТУ имени П. О. Сухого, 2003. – 382 с.
6. Herlach, D. M. Direct measurements of crystal growth velocities in undercooled melts / D. M. Herlach // *Materials Science and Engineering*. – 1994. – A179/A180. – P. 147–152.
7. Battersby, S. E. Microstructural evolution and growth velocity-undercooling relationships in the systems Cu, Cu–O and Cu–Sn at high undercooling / S. E. Battersby, R. F. Cochrane, A. M. Mullis // *Journal of Materials Science*. – 2000. – 35. – P. 1365–1373.
8. Battersby, S. E. Growth velocity-undercooling relationships and microstructural evolution in undercooled Ge and dilute Ge–Fe alloys / S. E. Battersby, R. F. Cochrane, A. M. Mullis // *Journal of Materials Science*. – 1999. – 34. P. 2049–2056.
9. Шабловский, О. Н. Тепловые свойства фронта кристаллизации однокомпонентного чистого переохлажденного расплава / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль // *Расплавы*. – 2005. – № 4. – С. 69–81.
10. Шабловский, О. Н. Нелинейные релаксационные тепловые процессы при высокоскоростной кристаллизации / О. Н. Шабловский // *Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования*. – 2002. – № 2. – С. 49–54.
11. Зиновьев, В. Е. Теплофизические свойства металлов при высоких температурах / В. Е. Зиновьев. – М.: Металлургия, 1989. – 384 с.
12. Коробейников, В. П. Задачи теории точечного взрыва / В. П. Коробейников. – М.: Наука, 1985. – 400 с.

Shablovskii O. N. and Krol D. G.

Calculation of kinetic parameters of crystallization front of deep over-cooled melt.

Experimental dependence of the crystal growth rate on overcooling of the melt is studied from the viewpoint of the theory of locally non-equilibrium heat transfer. The propagation of the front of high-speed crystallization is simulated numerically. Calculations of non-stationary, entropic and kinetic properties of the phase border for nickel, copper and germanium are presented.

Поступила в редакцию 06.12.2006.

© О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль, 2007.