

УДК 536.42

ДИНАМИЧЕСКИЙ ТЕПЛОВОЙ ГИСТЕРЕЗИС В МЕТАЛЛАХ

О. Н. ШАБЛОВСКИЙ*, И. А. КОНЦЕВОЙ

Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого, пр. Октября 48, 246746 г. Гомель, Беларусь.
E-mail: shabl@gstu.gomel.by.

Выполнено теоретическое исследование динамического теплового гистерезиса в системе «поверхностный источник энергии–металл». Рассмотрены физические условия, в которых проявляется неоднозначная зависимость между градиентом температуры и тепловым потоком. Даны количественные и качественные закономерности поведения петель гистерезиса. Изучено воздействие на процесс основных факторов влияния: длительности импульса, плотности потока энергии, начальной температуры образца.

Введение

Применение лазерного нагрева существенно расширяет технологические возможности процессов обработки металлов [1]. Для лабораторных физических исследований привлекательность этого явления объясняется локальностью воздействия и возможностью высокой концентрации энергии. При импульсном нагреве металла до высокой температуры тепловое поле образца проявляет специфические черты, обусловленные высокоинтенсивным характером поверхностного энергопереноса. Будем изучать динамический тепловой гистерезис в системе «поверхностный источник энергии–металл».

Известно, что гистерезисные явления наблюдаются в различных физических процессах (магнетизм, упругость и другие) и характеризуются неоднозначной зависимостью между величинами, определяющими состояние вещества и внешними условиями воздействия. Математические методы анализа систем с гистерезисными нелинейностями изложены в работе [2]. Основные закономерности гистерезисных процессов в средах, обладающих «тепловой памятью», изучены в работе [3].

В данной работе применяется классическая модель теплопроводности Фурье и ставится цель исследовать: 1) физические условия, в которых проявляется неоднозначная зависимость между градиентом температуры и тепловым потоком; 2) качественные и количественные особенности поведения петель гистерезиса для поверхностных импульсов энергии «треугольной» временной формы.

Постановка и решение задачи

Математическая модель содержит уравнение энергии, закон Фурье для теплового потока, теплофизические свойства металла и краевые условия:

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = 0, \quad q = -\frac{\partial \Lambda}{\partial x}, \quad x \in [0, h], \quad t \geq 0; \quad (1)$$

$$\rho c_p = c(T), \quad \lambda = \lambda(T);$$

$$u(T) = \int_0^T c(T) dT, \quad \Lambda(T) = \int_0^T \lambda(T) dT;$$

$$t = 0, \quad T(x, 0) = T^0 \equiv \text{const}; \quad (2)$$

$$x = 0, \quad q(0, t) = q_0(t); \quad (3)$$

$$x = h, \quad T(h, t) = T_w \equiv \text{const}, \quad (4)$$

где x – декартова координата; t – время; $T(x, t)$ – температура; $q(x, t)$ – удельный тепловой поток; c – объемная теплоемкость; ρ – плотность; λ – коэффициент теплопроводности; h – толщина слоя металла.

В (2) принято, что начальная температура образца однородна по координате. Правая граница (4) – изотермическая, причем $T_w = T^0$. Тепловой поток $q_0(t)$ характеризует поверхностный источник энергии на левой границе (3). В случае интенсивного лазерного нагрева следует учитывать поглощательную способность металла $A = A_0 + A_1 T$:

* Автор, с которым следует вести переписку.

$$x = 0, \quad q(0, t) = A(T(0, t)) q_0(t). \quad (5)$$

Это условие, в отличие от (3), содержит заранее известную температуру $T(0, t)$ левой границы.

Теплофизические свойства металла аппроксимируются полиномами третьей степени с постоянными коэффициентами:

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1 T + \lambda_2 T^2 + \lambda_3 T^3;$$

$$c = c_0 + c_1 T + c_2 T^2 + c_3 T^3;$$

$$T \in [T_1, T_2]. \quad (6)$$

Процесс нагрева рассматривается в интервалах температур, для которых фазовые превращения не происходят. Построение аппроксимирующих полиномов осуществляется на основе справочных данных [4].

Численные расчеты выполняются в безразмерных величинах. При обезразмеривании применяются масштабы величин (они отмечены нижним индексом b), обеспечивающие инвариантность размерной и безразмерной форм записи, а именно:

$$q_b = \lambda_b T_b / x_b, \quad \lambda_b = x_b^2 c_b / t_b.$$

Решение краевой задачи (1)–(5) выполняется численным методом интегральных соотношений А. А. Дородницына (см. обзор [5]). Алгоритм построения расчетной схемы подробно изложен в [6]. В n -ом приближении область $x \in (0, h)$ разделяется на n полос: $x_i = ih/b$, $i = 0, 1, \dots, n$. В данной задаче $n = 5$.

При обработке результатов расчетов применяем следующие критерии:

– безразмерный тепловой поток

$$Q_i = \frac{q(x_i, t) h}{T^0 \lambda(T^0)};$$

– безразмерный градиент температуры

$$g_i = \frac{h}{T^0} \left(\frac{\partial T}{\partial x} \right)_{x=x_i}.$$

Параметры нелинейности функции $f = f(T)$ на левой (индекс l) и на правой (индекс r) границах области:

– параметры наклона линии $f(T)$

$$P_l^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - \bar{f}(x_0)}{x_2 - x_0}; \quad P_r^{(1)}[f] = \frac{\bar{f}(x_5) - \bar{f}(x_3)}{x_5 - x_3};$$

– параметры вогнутости (выпуклости) линии $f(T)$

$$P_l^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_2) - 2\bar{f}(x_1) + \bar{f}(x_0)}{(x_1 - x_0)^2};$$

$$P_r^{(2)}[f] = \frac{\bar{f}(x_5) - 2\bar{f}(x_4) + \bar{f}(x_3)}{(x_5 - x_4)^2};$$

– параметр кривизны линии $f(T)$

$$K[f] = \frac{P^{(2)}[f]}{[1 + (P^{(1)}[f])^2]^{3/2}},$$

где $\bar{f}(x_i) = f(T_i) / f(T^0)$, $T_i = T(x_i, t)$; $i = 0, 1, \dots, 5$.

В качестве $f(T)$ применяем теплофизические параметры $\lambda(T)$, $a(T) = \lambda(T)/c(T)$. Параметры $P^{(1)}$, $P^{(2)}$ ассоциируются с конечно-разностными формулами первой и второй производных изучаемых функций. Параметр кривизны $K[f]$ несет информацию о влиянии нелинейных теплофизических свойств металла на пространственно-временную эволюцию теплового поля образца, находящегося в широком интервале температур.

Результаты расчетов и их обсуждение

Приведем примеры расчета для трех металлов: железа Fe, молибдена Mo, вольфрама W (теплофизические свойства приведены на рис. 1).

Рассмотрим важный на практике случай, когда нагрев осуществляется импульсом треугольной временной формы:

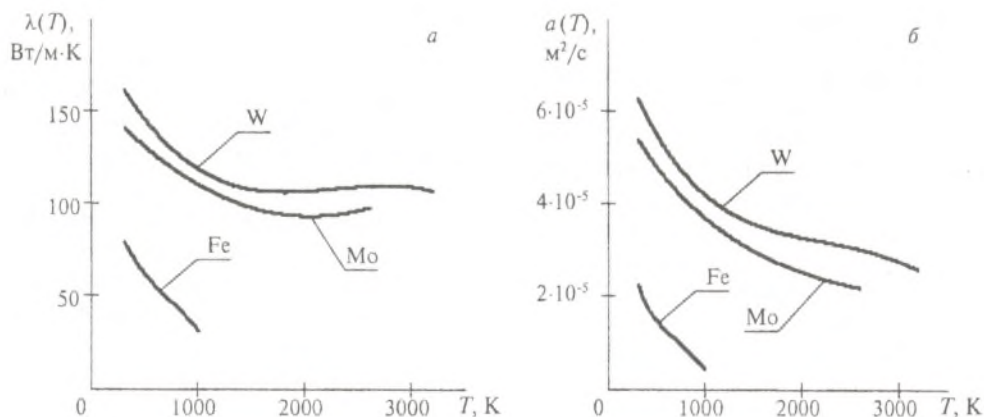


Рис. 1. Теплофизические свойства металлов: а – $\lambda = \lambda(T)$; б – $a = \lambda(T)/c(T)$

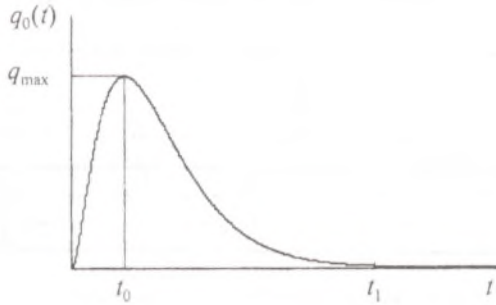


Рис. 2. Импульс поверхностного теплового потока треугольной временной формы

$$q_0(t) = Bt^n \exp(kt), \quad B > 0, \quad n > 0, \quad k < 0.$$

Характеристики этого импульса такие (рис. 2):

– максимальное значение поверхностного теплового потока;

$$t = t_0, \quad q_{\max} = q_0(t_0);$$

– длительность импульса,

$$t = t_1, \quad q_0(t_1) = 0,005q_{\max}.$$

В основной серии расчетов ($h = 0,005$ м, $T_w = 300$ К) момент $t = t_0$ зафиксирован ($t_0 = 0,25$ с), а длительность импульса изменяется:

$$1. \quad t_1 = 0,9 \text{ с } (n = 4,0; \quad k = -16,0);$$

$$2. \quad t_1 = 1,2 \text{ с } (n = 2,4; \quad k = -9,6);$$

$$3. \quad t_1 = 1,5 \text{ с } (n = 1,65; \quad k = -6,6);$$

Для каждой пары значений t_0, t_1 изучаются три варианта:

$$1. \quad q_{\max} = q^1; \quad 2. \quad q_{\max} = 2q^1; \quad 3. \quad q_{\max} = 3q^1.$$

Величина $3q^1$ такая, что при $t_1 = 1,5$ с температура $T(0, t)$ левой границы изменяется в интервале $[T_1, T_2]$, на котором нелинейные теплофизические свойства (6) металла проявляют себя в полной мере,

$$\text{Fe: } q^1 = 5,733 \cdot 10^6 \text{ Вт/м}^2; \quad T, \text{ К} \in [300, 1000];$$

$$\text{Mo: } q^1 = 2,474 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2; \quad T, \text{ К} \in [300, 2600];$$

$$\text{W: } q^1 = 3,282 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2; \quad T, \text{ К} \in [300, 3200].$$

Вычисления производятся до момента $t = t_2$ квазистационарной стабилизации процесса. Представленная далее графическая и табличная информация относится к левой границе. Во внутренних точках $x \in (0, h)$ физические результаты аналогичные; отличия носят только количественный характер.

Типичный вид петель динамического теплового гистерезиса показан на рис. 3, 4: а – Fe, б – Mo, в – W.

Составные части а, б, в этих рисунков получены, соответственно, при следующих значениях:

$$a - q_{\max} = 3q^1 = 1,720 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2; \quad t_1 = 1,5 \text{ с } (n = 1,65; \quad k = -6,6);$$

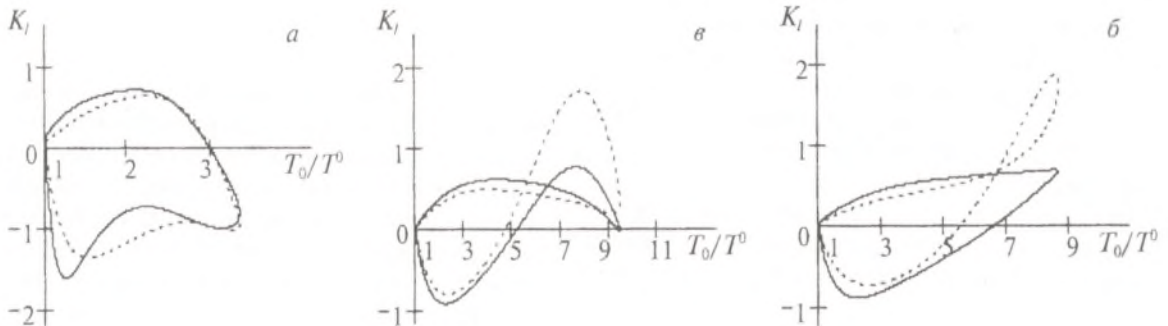


Рис. 3. Петли динамического теплового гистерезиса в плоскости «температура–параметр кривизны» (сплошная линия – $K_i[a]$, пунктирная линия – $K_i[\lambda]$)

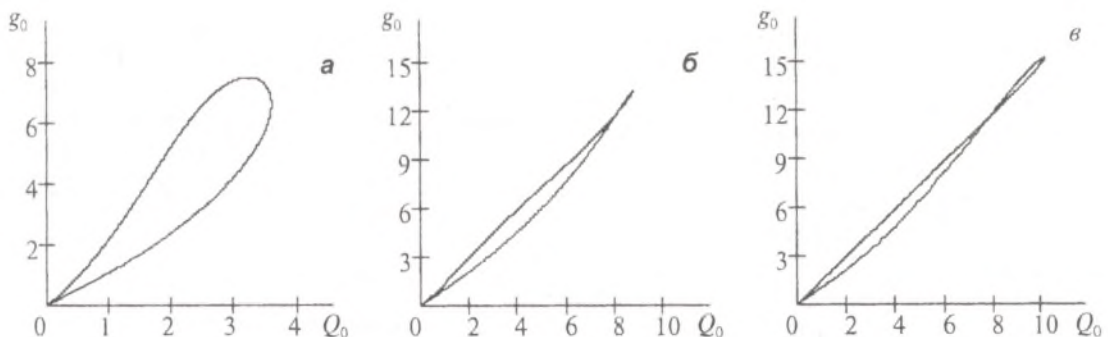


Рис. 4. Петли динамического теплового гистерезиса в плоскости «тепловой поток–градиент температуры»

Таблица 1. Влияние длительности треугольного импульса и плотности потока энергии на относительное удлинение петли гистерезиса

Длительность импульса t_1, c	Максимальные величины теплового потока q_{max} для металлов								
	Fe			Mo			W		
	q^1	$2q^1$	$3q^1$	q^1	$2q^1$	$3q^1$	q^1	$2q^1$	$3q^1$
	Параметр β			Параметр β			Параметр β		
0,9	27,94	13,24	7,51	24,38	15,37	18,21	17,24	19,53	29,13
1,2	23,78	11,20	5,78	22,28	14,86	19,19	16,39	19,78	29,02
1,5	21,20	9,81	4,46	20,48	14,49	19,38	15,61	19,78	28,39

Таблица 2. Влияние начальной температуры образца Fe на относительное удлинение петли гистерезиса

Параметр β	Начальная температура T^0, K					
	300	400	500	600	700	769
Параметр β	21,20	22,44	22,10	20,06	15,81	11,97

$$b - q_{max} = 3q^1 = 7,423 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2; t_1 = 1,5 \text{ с } (n = 1,65);$$

$$k = - 6,6);$$

$$b - q_{max} = 3q^1 = 9,845 \cdot 10^7 \text{ Вт/м}^2; t_1 = 0,9 \text{ с } (n = 4,0);$$

$$k = - 16,0).$$

Появление гистерезисных нелинейностей обусловлено двумя факторами: 1) температурными зависимостями $a(T)$, $\lambda(T)$; 2) немонотонным по времени воздействием $q_0(t)$. В этом отношении весьма выразительны петли на плоскости «температура–параметр кривизны» (T_0/T^0 , $K/[f]$) (рис. 3). В плоскости «тепловой поток–градиент температуры» (Q , g) петля гистерезиса для каждого из трех металлов имеет форму лепестка. Отметим своеобразие молибдена и вольфрама: из-за немонотонности $\lambda(T)$ петля гистерезиса может иметь два звена («восьмерка»). Для W функция $\lambda(T)$ имеет локальный минимум и локальный максимум (рис. 1), поэтому были отмечены такие режимы нагрева, когда наблюдается трехзвенная петля гистерезиса.

Обсудим количественную меру неоднозначной зависимости между g и Q : возьмем относительное удлинение (относительную площадь) петли гистерезиса

$$\beta = \frac{b_1}{b_0} \equiv \frac{b_1^2}{b_0 b_1},$$

где b_0 , b_1 – длины взаимно перпендикулярных отрезков на плоскости (Q , g). А именно: b_1 – расстояние от начала координат до наиболее удаленной от него точки петли; b_0 – «ширина петли», причем $b_1/b_0 > 1$. Таким образом, чем меньше критерий β , тем сильнее выражен динамический гистерезис.

Результаты основной серии расчетов представлены в табл. 1.

Видим, что при фиксированном t_1 зависимость $\beta(q_{max})$ для Fe – монотонно убывающая, для Mo – имеет локальный минимум, для W – монотонно возрастающая. При фиксированном q_{max} за-

висимость $\beta(t_1)$ для Fe – монотонно убывающая; для Mo – наблюдается многовариантность: возможны монотонное убывание и монотонный рост, а также локальный максимум; для W – монотонная зависимость (убывание либо рост).

Важным параметром задачи является начальная температура образца. Например, для Fe (табл. 2) при $t_0 = 0,25$ с, $t_1 = 1,5$ с, $q_{max} = q^1$ по мере роста T^0 величина β меняется немонотонно: имеет отчетливо выраженный максимум.

Отметим принципиальное обстоятельство: если в исходной постановке задачи взять монотонную зависимость $q_0(t)$ либо принять формально, что $\lambda \equiv \text{const}$, то в каждом из этих вариантов петля гистерезиса вырождается в линию. Зависимости между Q и g , а также между T/T^0 и $K/[f]$ становятся однозначными.

Выводы

1. При поверхностном нагреве металла в широком интервале температур необходимыми условиями появления динамического теплового гистерезиса являются: а) немонотонный характер зависимости источника энергии $q_0(t)$ от времени; б) температурная зависимость $\lambda(T)$ коэффициента теплопроводности. При немонотонной функции $\lambda(T)$ петля гистерезиса может состоять из нескольких звеньев.

2. Относительное удлинение β петли гистерезиса на плоскости Q , g многовариантным образом зависит от параметров импульса t_1 , q_{max} .

3. Начальная температура образца оказывает значительное воздействие на качественные и количественные характеристики петель гистерезиса.

В заключение отметим, что влияние временной формы импульса на гистерезис составляет предмет отдельного исследования.

Обозначения

x – декартова координата; t – время; T – температура; q – удельный тепловой поток; c – объемная теплоемкость; ρ – плотность; λ – коэффи-

циент теплопроводности; h – толщина слоя металла; A – поглощательная способность; Q – безразмерный тепловой поток; g – безразмерный градиент температуры; $P^{(1)}$ – параметр наклона; $P^{(2)}$ – параметр вогнутости; $K[f]$ – параметр кривизны линии $f(T) = a(T), \lambda(T)$; t_1 – длительность импульса; q_{\max} – максимальное значение плотности потока энергии; β – относительное удлинение петли гистерезиса.

Литература

1. **Технологические лазеры.** Справочник: В 2 т. Т. 1. Расчет, проектирование и эксплуатация / Под общ. ред. Г. А. Абильсингова. М.: Машиностроение (1991)
2. **Красносельский М. А., Покровский А. В.** Системы с гистерезисом. М.: Наука (1983)
3. **Шабловский О. Н.** О тепловом гистерезисе в нелинейных средах // Инж.-физ. журн., **59** (1990), № 1, 149–155
4. **Зиновьев В. Е.** Теплофизические свойства металлов при высоких температурах. Справ. изд. М.: Metallurgy (1989)
5. **Белоцерковский О. М., Грудницкий В. Г.** Исследование нестационарных течений газа со сложной внутренней структурой методами интегральных соотношений // Журнал вычисл. матем. и матем. физики, **20** (1980), № 6, 1400–1415
6. **Шабловский О. Н., Кроль Д. Г.** Численное решение задач нестационарного нагрева материалов // Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения / Сб. науч. тр. Ин-т математики НАНУ. Киев: (1998), 234–237

Shablovsky O. N., and Kontsevoi I. A.
The dynamic heat hysteresis in metals.

A theoretical study of the dynamic heat hysteresis in the system of surface energy source – metal has been fulfilled. Physical conditions under which an ambiguous dependence appears between the temperature gradient and heat flow are considered. Both quantitative and qualitative regularities are given of the behavior of hysteresis loops. The effect of pulse time, energy flow density and the initial temperature of the sample on the process has been examined.

Поступила в редакцию 19.02.2003.

© О. Н. Шабловский, И. А. Концевой, 2004.