

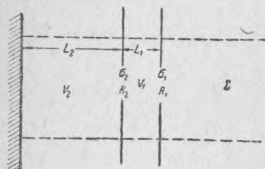
С. Н. РЖЕВКИН

ТЕОРИЯ И УСТРОЙСТВО ПРОСТЕЙШИХ РЕЗОНАНСНЫХ ЗВУКОПОГЛОЩАЮЩИХ СИСТЕМ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 29 I 1939)

1. Монорезонансные, или однослойные, системы

Автором была доказана теоретически возможность получения сильного поглощения звука при помощи системы резонаторов, расположенных по поверхности стены<sup>(1)</sup>. В случае нормального падения звука на резонансную систему, расположенную в виде регулярной решетки по поверхности достаточно большой стены, мы имеем право, из соображений симметрии, рассматривать весь процесс как плоские волны, распространяющиеся в трубках с твердыми стенками, заключающими одну ячейку резонатора. С этой точки зрения безразлично, будут ли существовать стенки между отдельными резонаторами или нет. При косом падении отсутствие или



Фиг. 1.

наличие стенок существенно меняет характер процесса, и вопрос требует особого рассмотрения.

В случае отсутствия стенок простейшая резонансная система может быть осуществлена в форме металлического листа с регулярно расположенными отверстиями (одно отверстие площади  $\sigma$  на поверхность  $\Sigma$  стены), отстоящего на некотором расстоянии  $L$  от стены. В каждое отверстие должен быть введен пористый материал, обеспечиваю-

щий трение; при малых диаметрах отверстий в них будет значительное трение и без внесения пористого материала. Простейшую однослойную систему мы будем называть монорезонансной звукопоглощающей системой. При двух и соответственно трех перфорированных экранах мы получаем бирезонансную (двухслойную) (фиг. 1) и трирезонансную (трехслойную) систему. При большом числе перфорированных экранов можно говорить вообще о полирезонансной, или многослойной, системе.

Коэффициент поглощения всякой резонансной звукопоглощающей системы при нормальном падении определяется из выражения

$$\alpha = \frac{4R'}{(R' + 1)^2 + Y'^2}, \quad (1)$$

где величины  $R'$  и  $Y'$  связаны с активной ( $R$ ) и реактивной ( $Y$ ) компонентой импеданса входного отверстия системы ( $Z = R + jY$ ) соотношениями:

$$R' = \frac{R}{W} \quad \text{и} \quad Y' = \frac{Y}{W} \quad (2)$$

где  $W = \frac{\sigma^2}{\Sigma} \rho c = \frac{\sigma^2}{\Sigma^2} \sum \rho c$ , представляет собой сопротивление излучения трубы сечения  $\Sigma$  ( $\rho$  — плотность воздуха,  $c$  — скорость звука), трансформированное к сечению  $\sigma$  входного отверстия резонансной системы. Величина  $R' \rho c$  дает сопротивление (усредненное) на единицу площади фронта волны.

Величина  $R$  в случае моносистемы определяется только трением в отверстии  $\sigma$  и другими потерями в резонаторе; величина  $Y$  является функцией частоты, в которую входят, как параметры, добавочная масса отверстия  $M$  и упругость  $E$  воздушного объема  $V$ .

$$Y = M\omega - \frac{E}{\omega} = \frac{\rho\sigma^2}{K} \omega - \frac{\rho c^2 \sigma^2}{V\omega} = W \left[ \frac{\Sigma}{cK} \omega - \frac{c\Sigma}{V\omega} \right] = WY', \quad (3)$$

где  $\omega = 2\pi f$  — угловая частота звука и  $K$  — так называемая проводимость отверстия  $\sigma$ . Для диаметра отверстия в тонком экране  $K \approx D$ ; для трубки (длиной  $l$ )  $K = \frac{\sigma}{l}$  (2).

Задавая на границах  $f_1$  и  $f_2$  некоторого интервала частот, внутри которого лежит резонансный максимум поглощения, некоторый минимальный коэффициент поглощения  $\alpha_1$ , можно определить все параметры системы.

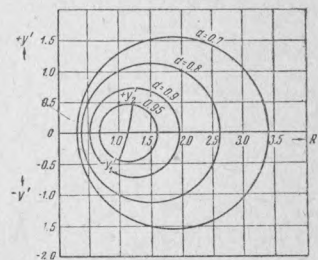
Как нетрудно видеть на основании (1), величины, соответствующие  $\alpha = \alpha_1$ , в плоскости комплексного переменного  $R', Y'$ , лежат на окружности с радиусом, равным  $\frac{2\sqrt{1-\alpha_1}}{\alpha_1}$ , центр которой находится на оси  $R'$  на

расстоянии  $\frac{2-\alpha_1}{\alpha_1}$  от начала. При значении  $Y' = 0$   $\alpha$  получает значение  $\alpha_{\max} = \frac{4R'}{(R'+1)^2} = \alpha_1(2-\alpha_1)$ . Круги равных  $\alpha$  показаны на фиг. 2. Точки, соответствующие различным частотам, лежат на некоторой кривой в плоскости  $R', Y'$ , и пересечение ее с окружностью  $\alpha_1$  дает точки  $Y'_1$  и  $Y'_2$  (при частотах  $f_1$  и  $f_2$ ), в которых получают наименьшие значения  $\alpha = \alpha_1$  по сторонам от максимума  $\alpha_{\max}$ . Для этих точек на основании (3) получим два условия:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Sigma}{cK} \omega_1 - \frac{c}{L\omega_1} &= -Y'_1 \\ \frac{\Sigma}{cK} \omega_2 - \frac{c}{L\omega_2} &= +Y'_2 \end{aligned} \right\}, \quad (4)$$

где  $L = \frac{V}{\Sigma}$  — глубина резонансного слоя. Эти условия можно рассматривать, как два линейных уравнения (относительно неизвестных  $\frac{\Sigma}{K}$  и  $\frac{1}{L}$ ), которые легко разрешаются. Зная закон зависимости трения  $R$  от частоты  $f$ , возможно выбрать наиболее выгодное  $R'_0 = \frac{1}{W} R(f)$  при резонансе

и найти точки  $Y'_1$  и  $Y'_2$ . Однако опыт показал, что трение может считаться независимым от частоты, добавочная же масса является функцией только диаметра и длины горла и не зависит от трения. В этом случае кривая  $Y'_1, Y'_2$  превращается в прямую, параллельную оси  $Y'$ . Рационально выбрать значение  $R'_0$  при резонансе в центре круга  $\alpha_1$ , чтобы получить  $\alpha > \alpha_1$  в наиболее широком интервале частот; тогда  $Y'_1 = Y'_2$



Фиг. 2.

будет равно радиусу окружности, отвечающей данному  $\alpha_1$ , и мы получим согласно сказанному выше из (4):

$$L = \frac{c\alpha_1}{\sqrt{1-\alpha_1}} \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_1\omega_2} = \frac{c\alpha_1}{2\pi\sqrt{1-\alpha_1}} \frac{1 - \frac{f_1}{f_2}}{f_1} = \frac{\alpha_1}{2\pi\sqrt{1-\alpha_1}} \cdot (\lambda_1 - \lambda_2), \quad (5)$$

$$\frac{\Sigma}{K} = \frac{c\sqrt{1-\alpha_1}}{\alpha_1(\omega_2 - \omega_1)} = \frac{c\sqrt{1-\alpha_1}}{2\pi\alpha_1 f_1} \frac{1}{\frac{f_2}{f_1} - 1}. \quad (6)$$

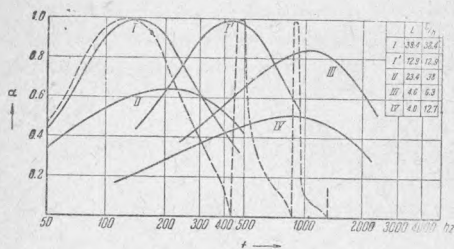
Нетрудно видеть, что  $Y'$  согласно (3) будет зависеть при заданном  $\alpha_1$  и  $\frac{f_2}{f_1}$  лишь от отношения  $\frac{f}{f_1}$ . Таким образом, начертив некоторую кривую для  $\alpha$  в логарифмическом масштабе, мы получим кривую для другой начальной частоты  $f'_1$ , простым сдвигом на интервал  $q = \frac{f'_1}{f_1}$  по оси частот. Соответственные значения  $L$  и  $\frac{\Sigma}{K}$  согласно (5) и (6) получатся в  $q$  раз меньше.

Для получения поглощения  $\alpha > 0.9$  в диапазоне частот от 100 Нз до 5000 Нз пришлось бы согласно (5) взять  $L = 76.5$  см. При этих условиях резонаторы обратятся в длинные трубки, и принимать их упругость равной  $E = \frac{\rho c^2 c^2}{V} = W \frac{c}{L}$ , как для сосредоточенного объема, уже незаконно. Как следует из теории распространения звука в трубе, мы должны будем взять в этом случае вместо (3) следующее выражение:

$$Y = W \left[ \frac{\Sigma}{cK} \omega - \text{ctg} \frac{L}{c} \omega \right]. \quad (7)$$

При  $\frac{L}{c} \omega = n\pi$  или при  $f_h = n \frac{c}{2L}$  мы получим  $Y' = -\infty$  и  $\alpha = 0$ . В этом случае по длине трубы укладывается целое число стоячих полуволн.

Узел скорости образуется в отверстии  $\sigma$ , и труба как бы закрыта для звука, и потому  $\alpha = 0$ . Для нашего случая при  $L = 76.5$  см получим  $f_h = n \cdot 222$  Нз. При этих частотах в кривой  $\alpha$  получают провалы до нуля; между ними будут максимумы со значениями  $\alpha = 0.99$ . Таким образом получение  $\alpha > 0.9$  в широком диапазоне при помощи монорезонансной системы наталкивается на трудности. Вводя на половине



Фиг. 3.

глубины  $L$  слой пористого материала, можно сильно задемпфировать антирезонансные колебания и тем самым сгладить провалы в кривой  $\alpha$ .

Получение  $\alpha > 0.9$  вполне осуществимо в интервале одной октавы. Приняв  $\alpha_1 = 0.9$  при граничных частотах 100 и 200 Нз, получаем по (5) и (6)  $L = 38.4$  и  $\frac{\Sigma}{K} = 38.4$ . Выбор величины  $\Sigma$  или  $K$  может быть сделан произвольно. Кривая для  $\alpha$  дана на фиг. 3, I. Взяв  $L$  и  $\frac{\Sigma}{K}$  в три раза меньше, мы сдвинем кривую поглощения на интервал 3:1 кверху; этот случай соответствует кривой I' на фиг. 3. Расчет  $\alpha$  по формулам (1), (2), (3) не вполне точен; при учете длины трубы  $L$  по формуле (7) вместо кривой I получается, при тех же размерах системы, пунктирная кривая для  $\alpha$ .

При заданном  $\frac{\Sigma}{K}$  расход пористого материала (в отверстиях  $\sigma$ ) на единицу площади стены пропорционален  $D^2$ , и поэтому выгодно брать в целях экономии материала возможно малые отверстия. Трение на единицу площади  $\sigma$  будет пропорционально  $D$ , и следовательно, применяя малые отверстия, можно взять более редкий пористый материал (например сетку).

Для поглотителя, дающего  $\alpha > 0.9$  в пределах одной октавы, мы получим по (5)  $L = \frac{\lambda_1}{8.8}$ ; при 100 Нз получим  $L = 38.4$  см. Если расширить диапазон поглощения при помощи внутреннего слоя с трением до интервала 8:1 (3 октавы), то  $L = \frac{\lambda_1 - \frac{\lambda_1}{8}}{4.4} \approx \frac{\lambda_1}{5}$ . При 100 Нз получим  $L = 68$  см. Таким образом для получения сильного поглощения при больших  $\alpha$  необходим толстый слой.

Коэффициент трения (усредненный по объему) будет равен (при  $L = 38.4$  см)  $r = \frac{R' \rho c}{L} = \frac{1.22 \cdot 43}{38.4} = 1.3 \frac{\text{мех. ом}}{\text{см}^3}$ . При этом мы учитываем только основное трение в отверстиях  $\sigma$ , так как добавочное трение будет мало. Кремер (3) подсчитал, что для получения  $\alpha > 0.9$  выше 100 Нз следует взять слой очень рыхлого поглощающего материала (распушенная вата) с коэффициентом трения  $r = 1.3 \frac{\text{мех. ом}}{\text{см}^3}$  и толщиной  $L > 64$  см. Близкие значения данных для двух столь различных типов поглотителя заслуживают внимания.

Монорезонансный поглотитель может быть весьма рационально сконструирован, если задаться не слишком большим поглощением. Например, взяв  $\alpha > 0.5$  в пределах 60—600 Нз, с максимумом  $\alpha = 0.64$  (кривая II, фиг. 3), мы получим  $L = 23.4$  см и  $\frac{\Sigma}{K} = 38$ . Такой поглотитель может быть весьма полезен для заглушения низкочастотного шума в ряде случаев (вентиляционные каналы, камеры для испытания самолетных моторов). Кривые III и IV на фиг. 3, полученные расчетом (данные соответствующих систем указаны на фигуре) в области до 2000 Нз, напоминают ход поглощения для материалов типа «Нешкот», «Санакустик», «Целотекс» и др. (4).

Для построения резонансных систем необходимо уметь задать такую величину трения  $R$ , которая будет нужна согласно расчету. Исследование, произведенное в нашей лаборатории С. Т. Тер-Осипянцем, показало, что трение в отверстиях, закрытых пористым материалом (материя, сетки), почти не зависит от частоты и что трение на  $1 \text{ см}^2$  для различных сортов сеток лежит в пределах от  $0.1 \frac{\text{мех. ом}}{\text{см}^2}$  (ячейка сетки ок. 0.1 см) до  $8-10 \frac{\text{мех. ом}}{\text{см}^2}$  (самая густая сетка репсового плетения). Наложением разных сортов сеток и материй нетрудно получить желаемые величины трения в отверстиях.

Сравнение расчетных величин поглощения для монорезонансных систем показало совпадение с точностью до 5% с данными измерения по методу стоячих волн в трубе. Получено совпадение максимальных величин  $\alpha$ , входящих в ряде опытов, как это было предвычислено, до единицы; получены и точки провала до нуля в области антирезонанса.

В резонансных поглощающих системах за счет концентрации потоков скорости пористый материал, дающий трение, может быть использован с несравненно большей эффективностью, чем обычно. Например для системы с глубиной  $L = 25$  см,  $\Sigma = 1.8^2 \text{ см}^2$  и с отверстиями диаметром

$D=0.3$  см, при внесении в отверстия редкой сетки с трением  $0.9 \frac{\text{мех. ом}}{\text{см}^2}$  получается максимум поглощения при частоте ок. 200 Нз, доходящий почти до единицы, и ряд вторичных максимумов. Если поставить на том же расстоянии от стены 25 см один сплошной слой той же сетки, то это даст, как показывает расчет, поглощение в максимуме всего 0.08. Чтобы поднять поглощение в максимуме до прежней величины, придется взять трение  $42 \frac{\text{мех. ом}}{\text{см}^2}$ , что можно осуществить, сложив 47 слоев той же сетки. Подсчитав расход сетки в том и другом случае, мы найдем, что для получения того же поглощения резонансный вариант позволяет взять в 2160 раз (!) меньше пористого материала за счет весьма эффективного его использования. Важность этого обстоятельства была отмечена автором еще в 1936 г. (5).

В условиях ревербирующего помещения всегда возможно покрыть достаточно большие поверхности монорезонансными поглотителями двух различных типов так, чтобы область максимума одной системы как раз перекрывала провал в кривой другой (низкочастотной) системы (см. например кривая  $I$  и  $I'$  на фиг. 3). Обе системы в сумме дадут значительный средний коэффициент поглощения ( $\alpha > 0.6$ ) в широком диапазоне частот.

## 2. Системы с числом слоев более двух

Для двухслойной (бирезонансной) системы импеданс на входе может быть определен на основании решения уравнений Лагранжа для системы с двумя степенями свободы и получается равным:

$$Z = Z_1 + \frac{E_{12}^2}{\omega^2 Z_2}, \quad (8)$$

где

$$\begin{aligned} Z_1 &= R_1 + j \left( M_1 \omega - \frac{E_{11}}{\omega} \right); & Z_2 &= R_2 + j \left( M_2 \omega - \frac{E_{22}}{\omega} \right); \\ M_1 &= \frac{\rho \sigma_1^2}{K_1}; & M_2 &= \frac{\rho \sigma_2^2}{K_2}, & (9) \\ E_{11} &= \frac{\rho c^2 \sigma_1^2}{V_1}; & E_{22} &= \rho c^2 \sigma_1^2 \left( \frac{1}{V_1} + \frac{1}{V_2} \right); & E_{12} &= \frac{\rho c^2 \sigma_1 \sigma_2}{V_1}. \end{aligned}$$

Обозначение размеров системы см. на фиг. 1.  $Z_1$  и  $Z_2$  представляют собой импедансы двух парциальных систем, получающихся при условии закрытия наглухо отверстий  $\sigma_1$  или  $\sigma_2$ ;  $M_1$  и  $M_2$  — добавочные массы в отверстиях  $\sigma_1$  и  $\sigma_2$ ;  $E_{11}$  и  $E_{22}$  — упругости двух парциальных систем и  $E_{12}$  — упругость связи.

При  $\omega_{22} = \sqrt{\frac{E_{22}}{M_2}}$ ,  $Z = R_2$  и, если  $R_2$  мало, то величина  $Z$  может сделаться очень велика и  $\alpha$  мало (случай антирезонанса); делая  $R_2$  достаточно большим, мы сможем сгладить провал в кривой  $\alpha$ . Нетрудно показать, что при низких частотах двойная система работает, как моно-система с объемом  $V_1 + V_2$ , как будто бы между объемами  $V_1$  и  $V_2$  перегородки с отверстием не было. Таким образом экран с отверстиями  $\sigma_1$  не меняет дело в области низких частот и позволяет использовать полную длину ( $L_1 + L_2$ ) суммарного объема для получения большого поглощения. В области же антирезонанса ( $\omega_{22}$ ) при помощи достаточно большого трения  $R_2$  мы можем не допустить провала  $\alpha$ . На высоких частотах величина  $\alpha$  [формула (8)] определяется главным образом импедансом  $Z_1$  первого резонатора, и рациональным его подбором можно обеспечить

большие значения  $\alpha$ . Эти ориентировочные соображения указывают, что первую систему приходится брать менее глубокой, чем вторую ( $L_1 < L_2$ ).

Рациональный расчет двойной системы более сложен, так как, задавая  $\alpha > \alpha_1$ , внутри интервала  $f_2 : f_1$  мы получаем только два уравнения, определить же должны 7 параметров:  $R_1, \sigma_1, L_1, R_2, \sigma_2, L_2$  и  $\Sigma$ .

Нетрудно видеть из (8), что на векторной диаграмме фиг. 2 импеданс  $Z$  для двухслойной системы дает петлю в области около оси абсцисс. Задача расчета состоит в том, чтобы эта петля целиком попала внутрь некоторого круга, соответствующего  $\alpha = \alpha_1$ . Как показало детальное исследование В. С. Нестерова в нашей лаборатории, при помощи бирезонансной системы можно достичь поглощения  $\alpha > 0.9$  в интервале от 100 до 500 Hz (2.5 октавы) при глубине около 50 см. Кривая поглощения получается обычно двугорбой с провалами посередине и крутым спаданием за граничными частотами. Проверка методом трубы дала отличное согласие с теоретическим расчетом. Поглощение порядка 0.5—0.6 можно получить в очень широком диапазоне и удовлетворить самым разнообразным требованиям к частичной характеристике, предъявляемым в архитектурной акустике.

Для трехслойного поглотителя нетрудно найти тем же методом импеданс на входе:

$$Z = Z_1 + \frac{E_{12}^2}{\omega^2 \left( Z_2 + \frac{E_{23}^2}{\omega^2 Z_3} \right)}. \quad (10)$$

Эта формула построена аналогично (8), но только вместо  $Z_2$  в нее входит величина  $Z_2 + \frac{E_{23}^2}{\omega^2 Z_3}$ , построенная так же, как (8), и дающая импеданс на входе второго отверстия  $\sigma_2$ . Рациональный расчет по этой формуле еще значительно сложнее, чем по формуле (8). Подсчеты показали, что трехслойная система общей глубиной порядка 60 см может дать поглощение  $\alpha > 0.9$  в диапазоне от 100 до 2000 Hz (4.5 октавы). Поглощение  $\alpha > 0.9$  в диапазоне от 100 до 4000 Hz безусловно можно получить с четырехслойной системой при толщине 50—60 см.

Расчет полирезонансного поглотителя, сделанный Г. Д. Малюжиным<sup>(6)</sup>, показал полную возможность получить  $\alpha > 0.9$  в диапазоне частот от 100 до 5000 Hz. Такая поглощающая система по ориентировочному расчету должна состоять из 22 перфорированных листов и иметь суммарную толщину около 1 м; безусловно система может быть сделана проще и более тонкой. Виллмс<sup>(7)</sup> рассмотрел случай монорезонансной системы и вновь вывел формулы для  $\alpha$ , по существу аналогичные полученным нами в 1938 г.<sup>(1)</sup> Он берет трение, не сосредоточенное в отверстиях, а равномерно распределенное (в виде слоя материала, находящегося на некотором расстоянии от отверстий), благодаря чему получает менее эффективное использование материала. В связи с этим он получает значительное поглощение лишь в сравнительно узком диапазоне частот.

Расчет и испытания резонансных звукопоглотителей были произведены мною в сотрудничестве с группой работников и имели своей конечной целью нахождение сильного поглотителя для купола большого зала Дворца советов.

Физический институт им. П. Н. Лебедева.  
Академия Наук СССР.  
Москва.

Поступило  
8 II 1939.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

- <sup>1</sup> С. Ржевкин, ДАН, XVIII, 25 (1938). <sup>2</sup> I. Grandall, Theory of Vibrations and Sound, New York (1928). <sup>3</sup> L. Cremer, El. Nachr. Techn., 12, 333 (1935).  
<sup>4</sup> Справочн. физ.-хим. величин, Техн. энциклопед., т. X, стр. 395 (1933); P. Sabine, Journ. Frankl. Inst., 307 (1929). <sup>5</sup> S. Rschevkin, Techn. Physics USSR, 3, 1 (1936); Журн. техн. физ., 6, 2103 (1936). <sup>6</sup> Г. Д. Малюжин, Дисс., I МГУ (1938).  
<sup>7</sup> W. Willms, Akust. ZS., 4, 29 (1939).