Доклады Академии Наук СССР
1939. Том XXII, № 2

МАТЕМАТИКА

Академик И. М. ВИНОГРАДОВ

НОВОЕ УСОВЕРШЕНСТВОВАНИЕ МЕТОДА ОЦЕНКИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ СУММ С ПРОСТЫМИ ЧИСЛАМИ

Небольшое видоизменение моего метода 1937 г. и, в частности, присоединение к нему некоторых элементов метода Viggo Brun'a позволяет несколько расширить область применения моего метода.

Здесь я привожу некоторые результаты, полученные мною в этом направлении.

Подробные доказательства будут опубликованы в ближайшее время в другом месте.

1. Пусть n—целое постоянное $\geqslant 1$, ε—произвольно малое положительное постоянное < 1, h—произвольно большое постоянное > 1, N—целое > 2, p пробегает простые числа,

$$S=\sum_{p\leqslant N} e^{2\pi i\alpha p^n},$$

$$\alpha=\frac{a}{q}+\frac{\theta}{q\tau},\ (a,\ q)=1,\ (\log N)^{\varepsilon}< q\leqslant(\log N)^h,$$

$$\tau=N^n(\log N)^{-h},\ -1\leqslant\theta\leqslant 1.$$

Тогда имеем

$$|S|< c\frac{N}{\log N}q^{-\delta},$$

где δ—положительное и зависит только от n, а c зависит только от n, ε и h.

Частный случай. Пусть ε и η—произвольно малые положительные постоянные < 1, h—произвольно большое постоянное > 1, N—целое > 2, p пробегает простые числа,

$$S=\sum e^{2\pi i\alpha p},$$

$$\alpha=\frac{a}{q}+\frac{\theta}{q\tau},\ (a,\ q)=1,\ (\log N)^{\varepsilon}< q\leqslant(\log N)^h,$$

$$\tau=N(\log N)^{-h},\ -1\leqslant\theta\leqslant 1.$$

Тогда имеем

$$|S| < c\frac{N}{\log N}q^{\eta-\frac{\varepsilon}{2}},$$

где c зависит только от ε, η и h.

Математический институт им. В. А. Стеклова.
Академия Наук СССР.
Москва.

Поступило
29 XII 1938.