Доклады Академии Наук СССР
1938. Том XVIII, № 1

ФИЗИКА

С. Н. РЖЕВКИН

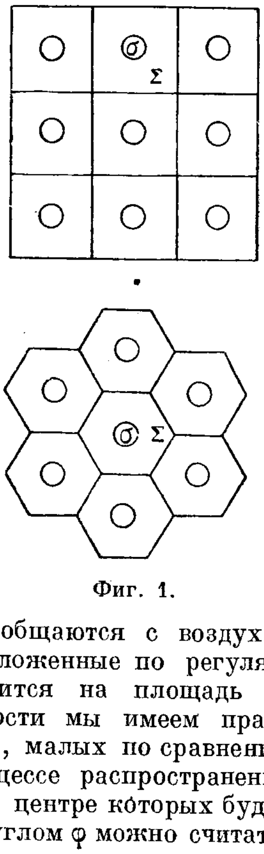
О ВОЗМОЖНОСТИ ПОЛУЧЕНИЯ БОЛЬШИХ КОЭФФИЦИЕНТОВ ПОГЛОЩЕНИЯ ЗВУКА ПРИ ПОМОЩИ СИСТЕМ РЕЗОНАТОРОВ

(Представлено академиком С. И. Вавиловым 28 X 1937)

Обычные звукопоглотители, представляющие из себя пористые тела той или иной структуры, не дают значительного поглощения на низких частотах. Однако как раз поглощение звуков с частотой ниже 200 Hz представляет значительный интерес в целях улучшения акустики ряда помещений и в особенности для уничтожения эхо при отражении от стен и потолков в очень больших залах.

Работы, произведенные мной (1) ранее, показали, что при использовании резонансных систем, состоящих из многочисленных резонаторов, возможно получить избирательное поглощение звука на частотах, близких к резонансу. В этом исследовании предполагалось, что каждый отдельный резонатор поглощает и излучает звук независимо от соседних резонаторов. В подобных условиях резонансное поглощение не достигает значительных величин, поскольку сопротивление излучения изолированных резонаторов незначительно по сравнению с величиной сопротивления излучения воздуха (ρc).

В настоящей статье приводится попытка произвести расчет звукопоглощающего действия резонансных систем в предположении расположения резонаторов по некоторой двухмерной решетке на поверхности, весьма большой по сравнению с длиной волны.



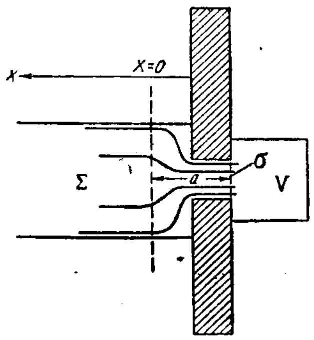
a

в

Фиг. 1.

Предположим, что отдельные резонаторы сообщаются с воздухом через отверстия площади σ (фиг. 1, *a* и *b*), расположенные по регулярной решетке, так что одно отверстие приходится на площадь Σ. В случае падения звука нормально к поверхности мы имеем право считать, что при расстояниях между отверстиями, малых по сравнению с длиной волны, мы ничего не изменим в процессе распространения звука, если введем жесткие трубы сечения Σ, в центре которых будут приходиться отверстия σ. При падении звука под углом φ можно считать, что волновой процесс будет разграничен трубами с жесткими стенками, опирающимися на площадь Σ, т. е. имеющими сечение $\Sigma\cos\varphi$, все же остальные рассуждения останутся неизменными.

Мы можем таким образом рассматривать распространение звука в трубе и отражение его на границе твердой поверхности, в которой имеется одно отверстие площади σ, ведущее к той или иной резонансной системе, расположенной внутри поверхности.



Фиг. 2.

Скорости частиц и давление в падающей плоской волне могут быть заданы в обычной форме:

$$\dot{\xi}_i = A_0 e^{j(\omega t - kx)} \quad \text{и} \quad p_i = \rho c A_0 e^{j(\omega t - kx)} \tag{1}$$

и в отраженной

$$\dot{\xi}_r = A_1 e^{j(\omega t + kx)} \quad \text{и} \quad p_r = \rho c A_1 e^{j(\omega t + kx)}, \tag{2}$$

где ω—угловая частота звука и $k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число; начало координат, $x = 0$, принято близ поверхности стены. В предположении длинных по сравнению с сечением трубы волн, $\lambda \gg \sqrt{\Sigma}$, можно трактовать задачу отражения от резонатора в конце трубы упрощенным методом. Мы выделим некоторый переходный слой длины a (фиг. 2), малой по сравнению с λ, и будем считать, что с одной стороны слоя идут: плоская падающая и плоская отраженная волна, с другой же имеется некоторый квазистационарный колебательный процесс в горле резонатора. Начало координат, $x = 0$, мы можем поместить вблизи от стены, но уже в той части трубы, где волновой процесс становится плоским. Переходный слой можно рассматривать, как акустический трансформатор без трения, и считать в виду малости a, что давление из области трубы плавно переходит к давлению p_t у входа в резонатор, т. е.:

$$p_i(0) + p_r(0) = p_t \tag{3}$$

Поток скорости при $x = 0$, равный $\Sigma[\dot{\xi}_i(0) - \dot{\xi}_r(0)]$, должен целиком влиться в горло резонатора, причем искривление линий тока ограничится узким переходным слоем. Таким образом мы можем написать:

$$\Sigma[\dot{\xi}_i(0) - \dot{\xi}_r(0)] = \sigma\dot{\xi}_t. \tag{4}$$

Условия (3) и (4) являются таким образом граничными условиями нашей задачи.

Скорость в горле и давление у входа в резонатор в предположении, что λ значительно больше размеров резонаторов, могут быть заданы для режима установившихся колебаний в следующей форме:

$$\dot{\xi}_t = A_2 e^{j\omega t} \quad \text{и} \quad p_t = \frac{Z}{\sigma} A_2 e^{j\omega t}, \tag{5}$$

где $Z = R + jY$ — импеданц резонатора.

Подставляя значения величин из (1), (2) и (5) в (3) и (4), получим два условия:

$$\rho c (A_0 + A_1) = \frac{Z}{\sigma} A_2 \quad \text{и} \quad \Sigma(A_0 - A_1) = \sigma A_2,$$

из которых находим:

$$\frac{A_1}{A_0} = 1 - \frac{2\frac{\sigma}{\Sigma}}{\frac{\sigma}{\Sigma} + \frac{\Sigma}{\sigma\rho c}} = \frac{\frac{Z}{\sigma\rho c} - \frac{\sigma}{\Sigma}}{\frac{Z}{\sigma\rho c} + \frac{\sigma}{\Sigma}} \tag{7}$$

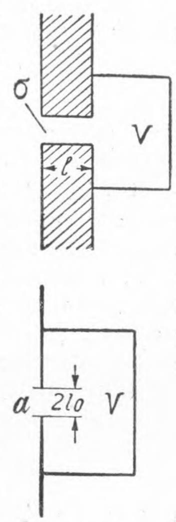
и

$$\frac{A_2}{A_0} = \frac{2}{\frac{Z}{\sigma\rho c} + \frac{\sigma}{\Sigma}}. \tag{8}$$

Коэффициент отражения будет таким образом равен

$$r = \frac{A_1}{A_0} = \frac{\frac{Z}{u^2} - \Sigma\rho c}{\frac{Z}{u^2} + \Sigma\rho c} = \frac{Z - u^2\Sigma\rho c}{Z + u^2\Sigma\rho c}. \tag{9}$$

Величина $u = \frac{\sigma}{\Sigma}$ может быть названа «коэффициентом перфорации» и представляет долю площади стены, приходящуюся на отверстия. Величину $\frac{1}{u} = \frac{\Sigma}{\sigma}$ можно считать «коэффициентом трансформации» при переходе волны от сечения Σ к сечению σ. Таким образом падающая в трубе сечения Σ волна отражается на конце от импеданца $\frac{Z}{u^2}$, представляющего собой импеданц горла резонатора, пересчитанный к сечению трубы Σ. Рассуждения, приводимые здесь, совершенно аналогичны рассуждениям при учете работы переходной коробки рупорного громкоговорителя или граммофона.



Из (9) ясно, что отражение от системы резонаторов не будет иметь места только в случае равенства нулю как действительной, так и мнимой части числителя. Таким образом мы имеем следующие два условия полного поглощения звука:

$$R - u^2\Sigma\rho c = 0 \tag{10}$$

и

$$Y = 0. \tag{11}$$

Фиг. 3.

Легко видеть, что первое условие определяет необходимую величину трения в отверстии, второе условие приводит к определению резонансной частоты. Для резонатора типа Гельмгольца (фиг. 3, *a*) с длинным горлом и при отверстиях не слишком малого диаметра, не учитывая влияния затухания вследствие теплопроводности и вибрации стенок, можно принять, учитывая трение по Релею ([2]):

$$Y = \frac{\sigma^2\rho}{K}\omega - \frac{\sigma^2\rho c^2}{V\omega} + \frac{\sigma l}{r_0}\sqrt{2\rho\mu\omega}, \tag{12}$$

$$R = \frac{\sigma l}{r_0}\sqrt{2\rho\mu\omega}, \tag{13}$$

где l—длина горла и K—проводимость горла, V—объем резонатора, r_0—радиус горла, $\mu \approx 2\cdot 10^{-4}$—коэффициент внутреннего трения воздуха.

Для случая резонатора с очень коротким горлом (фиг. 3,*b*), как показал еще Релей ([3]), проводимость $K = 2r_0$; за длину горла можно условно принять величину:

$$l' = \frac{\sigma}{K} = \frac{\pi r_0^2}{2r_0} = 1.57\, r_0. \tag{14}$$

Однако Сивиан [4] в своей работе об импедансе отверстий полагает (на основании теории поршневой диафрагмы):

$$l' = \frac{16 r_0}{3\pi} = 1.7\, r_0 \tag{15}$$

и находит хорошее согласие с опытом. Для горла, длина которого не слишком велика по сравнению с диаметром отверстия, следует вводить поправку на открытые концы трубы и можно считать за эквивалентную длину трубы:

$$l'' = l + l' \approx l + 1.7\, r_0. \tag{16}$$

В исследовании о прохождении звука через отверстия в перегородке, помещенной в трубе, Малюжинец [5], анализируя данные Винтергерста, находит совершенно другую величину для сопротивления отверстия (приведенную к сечению трубы Σ):

$$\overline{R} = 0.22 \frac{\Sigma^2}{\sigma^{1/2}}. \tag{17}$$

Чтобы получить соответствие с нашей формулой (13), умножаем на u^2 и получаем:

$$R = 0.22\, \sigma^{3/2} = 0.22 \sqrt{\pi}\, \sigma r_0. \tag{17'}$$

Это выражение принципиально отлично от (13), так как здесь нет зависимости от частоты.

Соблюдение условий (10) и (11) дает полное поглощение при резонансной частоте f_0. При частоте, большей и меньшей, чем f_0, появится некоторое отражение. Считая допустимым коэффициент поглощения α_1, т. е. коэффициент отражения (по энергии) $|r|^2 = 1 - \alpha_1$, нетрудно показать, что можно изменять активную и реактивную составляющие импеданца в довольно широких пределах так, чтобы α не опускалась ниже заданной величины α_1.

Обозначая

$$\frac{Z}{u^2 \Sigma \rho c} = \frac{R}{u^2 \Sigma \rho c} + j \frac{Y}{u^2 \Sigma \rho c} = R_1 + j Y_1$$

и вводя коэффициент поглощения α_1, мы можем условие (10) привести к виду:

$$\alpha_1 = \frac{4 R_1}{(R_1 + 1)^2 + Y_1^2} \tag{18}$$

или

$$\left(R_1 - \frac{2 - \alpha_1}{\alpha_1}\right)^2 + Y_1^2 = \left(\frac{2\sqrt{1 - \alpha_1}}{\alpha_1}\right)^2. \tag{19}$$

Это есть уравнение окружности в координатной плоскости R_1 и Y_1, с центром на оси R_1, при $R_1 = \frac{2 - \alpha_1}{\alpha_1}$ и с радиусом, равным $R_0 = \frac{2\sqrt{1 - \alpha_1}}{\alpha_1}$. Значения R_1 и Y_1, при которых $\alpha > \alpha_1$, лежат внутри окружности радиуса R_0.

Наибольшие допустимые пределы изменения R_1 при условии, чтобы α оставалась например больше 0.9, будут от 0.52 до 1.92, т. е. допустимо изменение R_1 почти в 4 раза. Наибольшее допустимое изменение реактивной компоненты относительно активной $\frac{Y}{R} = \frac{Y_1}{R_1}$ (т. е.

наибольшая допустимая расстройка) получается при условии $\alpha \leqslant \alpha_1$ равным:

$$\frac{Y_1}{R_1} \leqslant 2 \frac{\sqrt{1-\alpha_1}}{\alpha_1}; \tag{20}$$

при $\alpha \geqslant 0.9$ имеем $\frac{Y_1}{R_1} \leqslant 0.70$, причем $R_1 = 0.82$ и $Y_1 = 0.57$. При $R_1 = 1$, что соответствует точному соблюдению условия (10), допустимые пределы изменения $\frac{Y_1}{R_1}$ будут уже, чем при $R_1 = 0.82$, т. е. допустима меньшая расстройка при поглощении $\alpha \geqslant 0.9$.

Соблюдение условия (20) приводит к ограничению декремента резонансной системы, а именно требуется, чтобы:

$$\vartheta > \pi \frac{\alpha_1}{2\sqrt{1-\alpha_1}}. \tag{21}$$

При $\alpha \geqslant 0.9$ $\vartheta \geqslant 4.5$, т. е. декремент должен быть очень велик и система будет почти апериодической. Поскольку величина Y_1 зависит от частоты, то ясно, что максимальные допустимые пределы изменения Y_1 определяют степень допустимого изменения частоты, т. е. ширину той полосы частот, в пределах которой данная система будет давать коэффициент поглощения не ниже определенной величины.

Нетрудно показать, что полное поглощение звука на низкой частоте, например при $f = 100$ Hz, трудно достижимое при помощи пористых поглотителей, вполне возможно получить с системой резонаторов, причем это поглощение можно получить только за счет одного трения воздуха в горле. Например, взяв $\Sigma = 50 \times 50$ см^2; $l = 5$ см; $2r_0 = 2$ см и объем резонатора $V = 1\,400$ см$^3 = 11^3$ см^3, мы получим полное поглощение звука, т. е. $r = 0\,(\alpha = 1)$. Однако такая резонансная система будет обладать очень малым декрементом затухания (всего 0.04) и будет поглощать звук в очень узкой полосе частот. В случае резонатора с отверстием $2r_0 = 0.25$ см (без горла) при $\Sigma = 58$ см$^2 = 7.5 \times \times 7.5$ см^2 и объеме $V = 720$ см^3 получается также полное поглощение при $f = 100$ Hz, причем декремент $\vartheta = 0.55$, т. е. получается уже довольно широкая полоса резонанса. Эти примерные расчеты показывают, что вполне возможно получение полного поглощения звука при помощи резонансных систем указанного типа.

Условия отражения при небольших углах падения (до 30°) будут мало отличаться от нормального падения, так как при $\varphi = 30°$ величина $\Sigma \cos\varphi = 0.87\ \Sigma$ будет еще всего на 13% меньше, чем при нормальном падении.

Отражение звуковых импульсов не будет иметь места при условии достижения полного поглощения для стационарных волн во всем диапазоне частот, так как импульс можно представить себе, разлагая его в интеграл Фурье, как некоторый непрерывный звуковой спектр.

Приведенные выше соображения носят ориентировочный характер и предназначены лишь для того, чтобы показать, что получение очень больших коэффициентов поглощения звука при помощи резонаторов является принципиально возможным. Для нахождения практических путей решения задачи необходимо прежде всего углубить наши знания о величинах импеданца отверстий и каналов, для чего имеющиеся в литературе данные недостаточны; к тому же эти данные противоречивы. Безусловно по этому вопросу требуется постановка экспериментального исследования, чтобы выяснить причину имеющихся у различных авторов расхождений.

Физический институт им. П. Н. Лебедева.
Академия Наук СССР.
Москва.

Поступило
25 XI 1937.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

[1] С. Н. Ржевкин, Журн. техн. физики, 6, 2103 (1936). [2] Rayleigh, Theory of Sound, II, 317 (1929). [3] Rayleigh, l. c., 172. [4] L. Sivian, Journ. Acoust. Soc., 7, 94 (1935). [5] Г. Малюжинец, Доклад на засед. Акуст. комиссии А. Н. в 1936 г.