

Министерство образования Республики Беларусь

**Учреждение образования
«Гомельский государственный технический
университет имени П. О. Сухого»**

Кафедра «Детали машин»

Г. П. Тариков, А. Т. Бельский

МЕХАНИКА

КУРС ЛЕКЦИЙ

**для студентов специальности 1-43 01 05
«Промышленная теплоэнергетика»
дневной и заочной форм обучения**

Гомель 2014

УДК 621.81(075.8)
ББК 34.41я73
Т19

*Рекомендовано научно-методическим советом
машиностроительного факультета ГГТУ им. П. О. Сухого
(протокол № 7 от 11.03.2013 г.)*

Рецензент: зав. каф. «Технология машиностроения» ГГТУ им. П. О. Сухого
канд. экон. наук, доц. *М. П. Кульгейко*

Тариков, Г. П.
Т19 Механика : курс лекций для студентов специальности 1-43 01 05 «Промышленная теплоэнергетика» днев. и заоч. форм обучения / Г. П. Тариков, А. Т. Бельский. – Гомель : ГГТУ им. П. О. Сухого, 2014. – 195 с. – Систем. требования: PC не ниже Intel Celeron 300 МГц ; 32 Мб RAM ; свободное место на HDD 16 Мб ; Windows 98 и выше ; Adobe Acrobat Reader. – Режим доступа: [http:// http://alis.gstu.by/StartEK/](http://http://alis.gstu.by/StartEK/). – Загл. с титул. экрана.

Предлагаемый курс «Механика» написан в соответствии с рабочей программой курса и обобщает многолетний опыт преподавания дисциплины, а также методические разработки других вузов.

Для студентов специальности 1-43 01 05 «Промышленная теплоэнергетика» дневной и заочной форм обучения.

УДК 621.81(075.8)
ББК 34.41я73

© Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого», 2014

Тема 1. Общие сведения о машинах и механизмах

Основные характеристики и требования, предъявляемые к изделиям машиностроения. Критерии работоспособности.

Все современные конструкции, машины, приборы и сооружения изготавливают или строят по заранее разработанным проектам. В проекте указываются все размеры элементов конструкций и деталей машин, необходимых для изготовления, их материалы, а также описание технологии. В процессе проектирования определяются размеры деталей, входящих в состав машины, которые зависят от ряда условий и обстоятельств, в том числе от свойств материала изделия и от предполагаемых внешних воздействий.

Любая машина или конструкция должна обладать надежностью при эксплуатации и быть экономичной.

Экономичность в значительной мере определяется расходом материала, применением менее дефицитных конструкционных материалов, возможностью изготовления деталей по наиболее прогрессивным технологиям. Надежность конструкции обеспечивается, если она сохраняет *прочность, жесткость и устойчивость* при гарантированной долговечности. Надежность и экономичность - противоречивые требования.

Нагрузки в машинах. Нагрузка, воспринимаемая деталью или узлом в процессе работы машины, называется рабочей нагрузкой.

Рабочие нагрузки могут быть постоянными и переменными. К постоянным нагрузкам можно отнести нагрузки от собственного веса. Как правило, на детали машин действуют переменные нагрузки.

В зависимости от характера их действия они подразделяются на статические, когда происходит постепенное изменение их значений, и динамические, приложения которых (внезапное приложение, удар) вызывает колебание системы.

В связи с переменным характером рабочих нагрузок вводится понятие номинальная нагрузка $F_{ном}$, которая, как правило, представляет собой наиболее длительно действующую нагрузку.

Под эквивалентной нагрузкой $F_{эkv}$ понимается такая нагрузка, которая заменяет фактически действующую переменную нагрузку, при этом они должны быть эквивалентны данному критерию работоспособности. В связи с этим эквивалентные нагрузки определяются с учетом коэффициента долговечности $k_{долг}$:

$$F_{\text{экв}} = F_{\text{ном}} k_{\text{долг}}.$$

При расчете деталей машин используют расчетную нагрузку F_p , которая учитывает не только значение и характер изменения нагрузки, но и степень динамичности, распределения по контактирующим поверхностям, условия работы и передачи нагрузки, а также другие условия эксплуатации. Поэтому формула для определения нагрузки будет иметь вид:

$$F_p = F_{\text{экв}} k_k k_d k_y \dots = F_{\text{ном}} k_{\text{долг}} k_k k_d k_y \dots$$

При расчетах часто используется удельная расчетная нагрузка ω , которая представляет собой отношение рабочей нагрузки F_p к длине контактной линии l

$$\omega = \frac{F_p}{l}.$$

Прочность. Прочность это способность деталей в определенных условиях и пределах, не разрушаясь, воспринимать те или иные воздействия.

В процессе эксплуатации из-за недостаточной прочности деталей могут возникать их пластические деформации и разрушения.

Расчеты на прочность ведут по допускаемым напряжениям или по коэффициентам запаса прочности.

Условия прочности по допускаемым напряжениям имеет вид

$$\sigma \leq [\sigma], \quad \tau \leq [\tau],$$

где σ, τ – соответственно нормальные и касательные напряжения в опасном сечении детали;

$[\sigma], [\tau]$ – соответственно допускаемые нормальные и касательные напряжения для материала детали.

Расчет по коэффициентам запаса прочности заключается в определении коэффициента запаса прочности

$$s = \frac{\sigma_{\text{пред}}}{\sigma_{\text{max}}},$$

где s – коэффициент запаса прочности;

$\sigma_{\text{пред}}$ – предельное напряжение (при постоянной нагрузке равно пределу текучести $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_T$, при переменных – пределу выносливости $\sigma_{\text{пред}} = \sigma_{-1}$).

σ_{max} – максимальное напряжение в опасном сечении детали.

Контактная прочность. Работоспособность деталей машин в некоторых случаях ограничивается прочностью рабочих поверхностей из-за действия контактных напряжений.

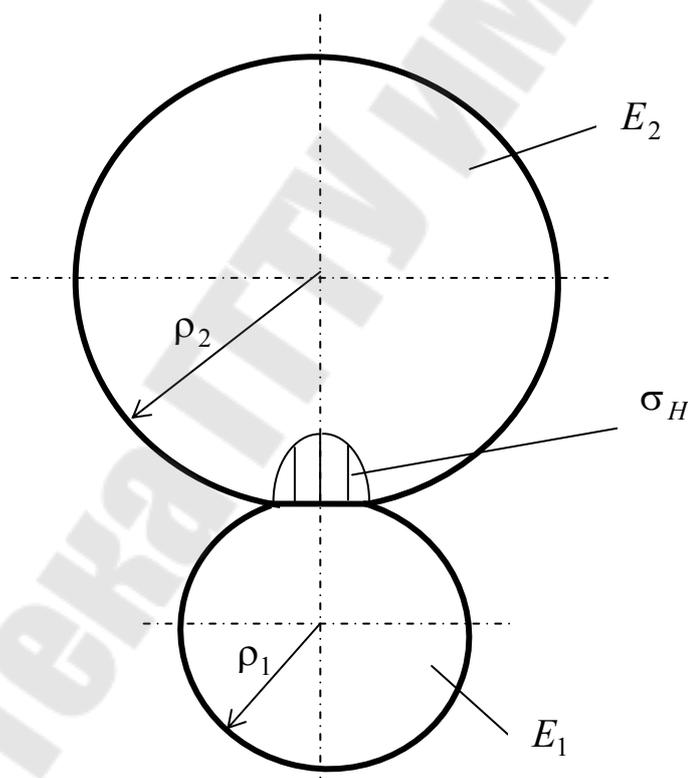


Рис. 1.1

При контакте двух цилиндров (рис. 1.1) максимальное контактное напряжение σ_H , которое возникает на поверхности контакта, определяется по формуле Герца. Условие контактной прочности при этом имеет вид:

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{qE_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}} \leq [\sigma_{HP}],$$

где q – нагрузка на единицу длины контактной линии;

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1E_2}{E_1 + E_2} \text{ – приведенный модуль упругости;}$$

μ – коэффициент Пуассона;

$[\sigma_{HP}]$ – допустимое контактное напряжение;

$\rho_{\text{пр}}$ – приведенный радиус кривизны, который определяется из выражения

$$\frac{1}{\rho_{gh}} = \frac{1}{\rho_1} + \frac{1}{\rho_2}.$$

Жесткость. Жесткость это способность деталей сопротивляться образованию деформации. При расчете на жесткость учитываются ограничения на значения деформаций, возникающих под действием внешних нагрузок.

Актуальность расчета на жесткость возрастает при применении высокопрочных материалов. Жесткость деталей машин обычно определяется приближенно и равна собственной жесткости детали.

Износостойкость. Одной из причин выхода из строя деталей машин является повышенный их износ. В процессе эксплуатации могут иметь место следующие виды изнашивания: механическое, молекулярно-механическое, коррозионно-механическое, абразивное, усталостное и др.

Для уменьшения изнашивания применяют конструктивные и технологические меры: смазка трущихся поверхностей, применение уплотнительных устройств, увеличение чистоты поверхности детали, нанесение специальных покрытий, применение термообработки и упрочнения поверхностного слоя.

Оценкой износостойкости деталей является интенсивность изнашивания I_h , которая определяется по зависимости:

$$I_h = \frac{h_L}{L},$$

где h_L – толщина снятого в результате изнашивания слоя;

L – путь перемещения точки, в которой фиксируется износ, относительно сопряженной поверхности.

Расчет на износостойкость обычно проводят косвенным методом, например, по ограничению давлению p на контактируемых поверхностях

$$p \leq [p].$$

Теплостойкость. Теплостойкость – способность деталей сохранять работоспособность при изменении температуры.

Нагрев деталей машин может привести к следующим последствиям:

- 1) понижение прочности материала и появление ползучести;
- 2) снижение защищающей способности масляных пленок;
- 3) изменению зазоров;
- 4) понижение точности работы машины.

Расчеты на теплостойкость сводятся к составлению условия теплового баланса. Для обеспечения нормальной работы машины должно выполняться условие:

$$Q_{\text{выд}} < Q_{\text{отв}},$$

где $Q_{\text{выд}}$ – количество выделенного тепла;

$Q_{\text{отв}}$ – количество отведенного тепла.

Виброустойчивость. Виброустойчивость – способность детали сохранять работоспособность при воздействии знакопеременных нагрузок и колебаний с заданной частотой и амплитудой.

Вибрация приводит к усталостному разрушению деталей, порождает шум и снижает качество обработки в металлорежущих станках.

Расчет на виброустойчивость является обязательным при проектировании высокоскоростных механизмов и заключается. Наиболее опасными являются резонансные колебания, при которых возможно разрушение деталей. Для устранения резонанса необходимо, чтобы частота собственных колебаний детали p не совпадала с частотой внешних периодически изменяющихся сил ω $p \neq \omega$.

Основные допущения. Предполагается, что все материалы обладают такими свойствами, что могут считаться:

Однородными называются материалы, которые имеют одинаковость свойств во всех точках тела.

Сплошными называются материалы, у которых непрерывно заполнен отведенный им объем.

Изотропными называются материалы, которые обладают во всех направлениях одинаковыми свойствами.

Анизотропными называются материалы, свойства которых в разных направлениях различны.

Деформируемыми. *Деформируемостью* называется свойство тел изменять свои начальные размеры и форму под действием внешней нагрузки.

Упругими. *Упругостью* называется свойство тел восстанавливать свои первоначальные форму и размеры после снятия нагрузки.

Помимо рассмотренных выше допущений вводится ряд гипотез, позволяющих значительно упростить расчет:

Принцип независимости действия сил (принцип суперпозиции): результат совместного воздействия нескольких сил равен сумме (алгебраической или геометрической) результатов воздействия каждой из них в отдельности.

Принцип Сен-Венана (принцип локальности): на достаточном удалении от места приложения нагрузки конкретный способ осуществления этой нагрузки можно не учитывать.

Гипотеза Бернулли (гипотеза плоских сечений): поперечные сечения бруса, плоские и нормальные к оси бруса до приложения к нему нагрузки, остаются плоскими и нормальными к его оси при действии нагрузки.

Упрощения в геометрии реального объекта

Все элементы конструкций, условно делятся на три типа: брус, пластину, оболочку.

Брусом называется элемент, длина которого значительно больше его поперечных размеров. Геометрическое место точек, совпадающих с центрами тяжести площадей поперечных сечений бруса, называется *осью бруса*. Брус, работающий при растяжении, называется *стержнем*, при изгибе – *балкой*, при кручении – *валом*.

Элемент конструкции, образованный двумя поверхностями, отстоящими друг от друга на малое расстояние, называется *оболочкой*. Оболочка, срединная поверхность которой представляет собой плоскость, называется *пластиной*.

Элемент конструкции, размеры которого во всех направлениях мало отличаются друг от друга, называется *массивом*.

Внутренние силы. Метод сечений. Внутри любого материала имеются внутренние межатомные силы. Если к твердому телу (рис. 1.2,а) приложить внешние силы, то оно будет деформироваться. При этом изменяются расстояния между частицами тела, что в свою очередь приводит к изменению сил взаимного притяжения между ними. Отсюда, как следствие, возникают внутренние усилия. Для определения внутренних усилий используют метод сечения. Для этого тело мысленно рассекают плоскостью и рассматривают равновесие одной из его частей (рис. 1.2,б). Метод сечений позволяет выявить внутренние силовые факторы, но для оценки прочности необходимо знать внутренние силы в любой точке сечения. С этой целью введем числовую меру интенсивности внутренних сил – напряжение.

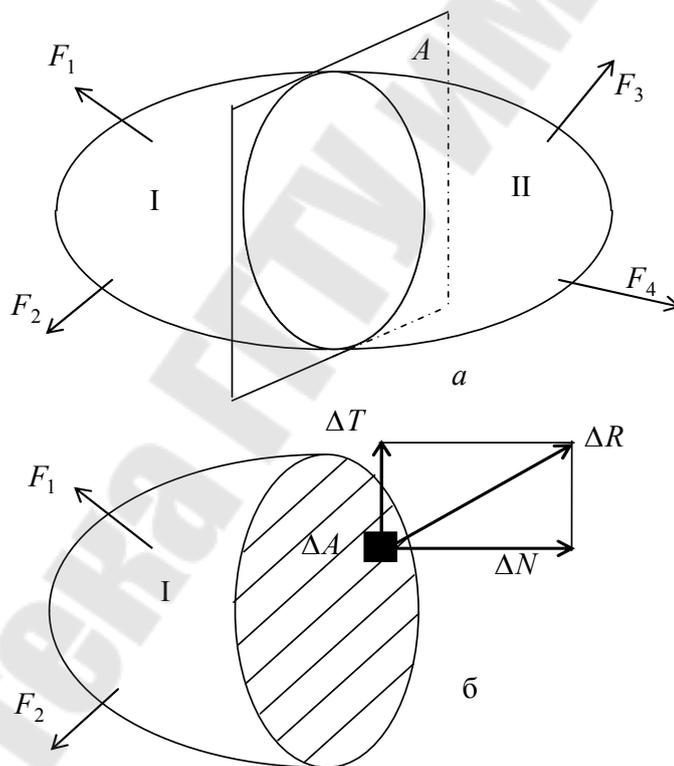


Рис. 1.2

Понятие о напряжениях. Выделим в сечении площадку размером ΔA . Равнодействующая внутренних сил, действующих на площадку равна ΔR , модуль которой зависит от размера выделенной площадки. Равнодействующую ΔR разложим на две составляющие: ΔN - направленную по нормали к площадке и ΔT - действующую по площадке.

Отношение $\frac{\Delta R}{\Delta A} = p_{\text{cp}}$ называется средним напряжением по площадке ΔA . Вектор среднего напряжения совпадает по направлению с вектором равнодействующей ΔR .

При уменьшении площадки ΔA изменяются как модуль, так и направление равнодействующей ΔR , а вектор \vec{p}_{cp} приближается к истинному значению значения напряжения \vec{p} в заданной точке.

Числовое значение истинного напряжения выражается равенством

$$p = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta R}{\Delta A}.$$

Отношение $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta N}{\Delta A} = \sigma$ называется нормальным напряжением,

а отношение $\lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta T}{\Delta A} = \tau$ называется касательным напряжением.

Зависимость между p , σ и τ имеет вид $p = \sqrt{\sigma^2 + \tau^2}$.

Виды деформационных состояний. В результате приведения внутренних сил к центру тяжести сечения, в общем случае получаем шесть внутренних силовых факторов: продольную силу N , поперечные силы Q_x и Q_z , крутящий момент T и изгибающие моменты M_x и M_z (рис. 1.3).

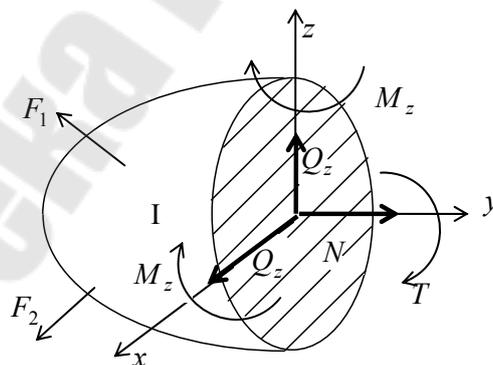


Рис. 1.3

В зависимости от действующих внутренних силовых факторов различают виды нагружения бруса.

Растяжение – сжатие – когда в поперечном сечении действует только продольная сила N .

Чистый сдвиг – когда в поперечном сечении действует только поперечная сила Q_x или Q_z .

Кручение – когда в поперечном сечении действует только крутящий момент T .

Прямой чистый изгиб – когда в поперечном сечении действует только изгибающий момент M_x или M_z .

Прямой поперечный изгиб – когда в поперечном сечении действуют только поперечная сила Q_x и изгибающий момент M_x или Q_z и M_z .

Тема 2. Центральное растяжение – сжатие

Нормальная сила. При растяжении или сжатии в поперечных сечениях бруса возникает только один внутренний силовой фактор – нормальная сила N (рис. 2.1).

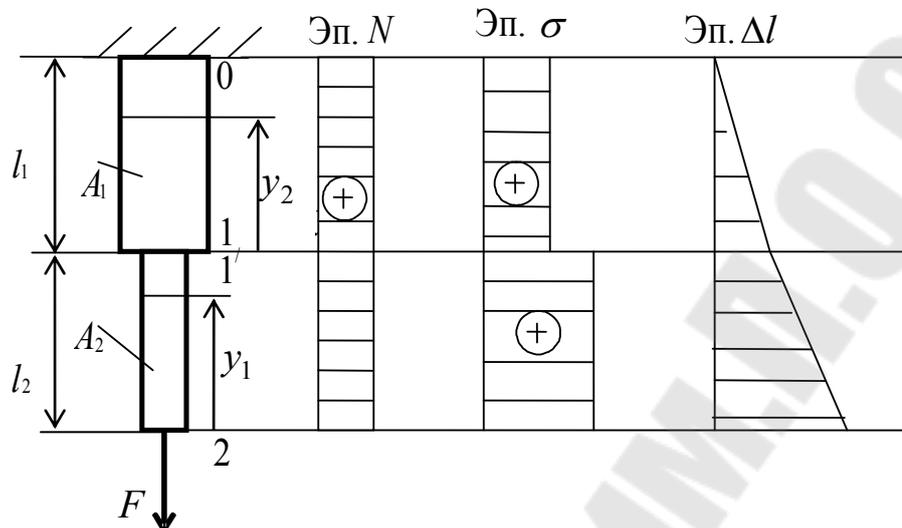


Рис. 2.1

Брус имеет два характерных участка. Для определения нормальной силы N воспользуемся методом сечения. На расстоянии y_1 проведем сечение на первом участке и рассмотрим равновесие отсеченной части (рис. 2.2). Нормальную силу будем всегда показывать от сечения, что будет соответствовать растяжению бруса.

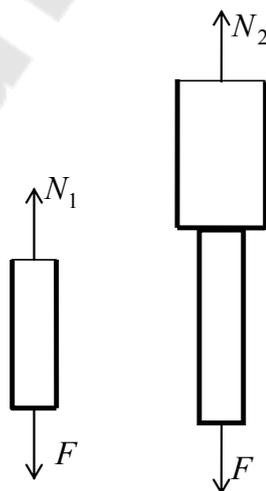


Рис. 2.2

Составим условие равновесия на ось y
 $N_1 - F = 0$, откуда $N_1 = F$.

Проведем на втором участке сечение на расстоянии y_2 . Рассматривая равновесие отсеченной части, получаем $N_2 = F$. Строим эпюру нормальных сил.

Нормальные напряжения. Исходя из определения напряжения, можно записать

$$N = \int_A \sigma dA,$$

где σ – нормальное напряжение в произвольной точке сечения.

Согласно гипотезе Бернулли (гипотеза плоских сечений) все продольные волокна бруса деформируются одинаково, а это означает, что напряжения в поперечных сечениях одинаковы, т.е. $\sigma = \text{const}$.

В этом случае получаем

$$N = \sigma \int_A dA, \text{ откуда } \sigma = \frac{N}{A}.$$

Рассчитывая напряжения в каждом сечении, строим эпюру нормальных напряжений.

$$\sigma_0 = \frac{N}{A_1}; \quad \sigma_1 = \frac{N}{A_1}; \quad \sigma_{1'} = \frac{N}{A_2}; \quad \sigma_2 = \frac{N}{A_2}.$$

Перемещения и деформации. При растяжении бруса длиной l его длина увеличивается на величину Δl , а его диаметр d уменьшается на величину Δd (рис. 2.3).

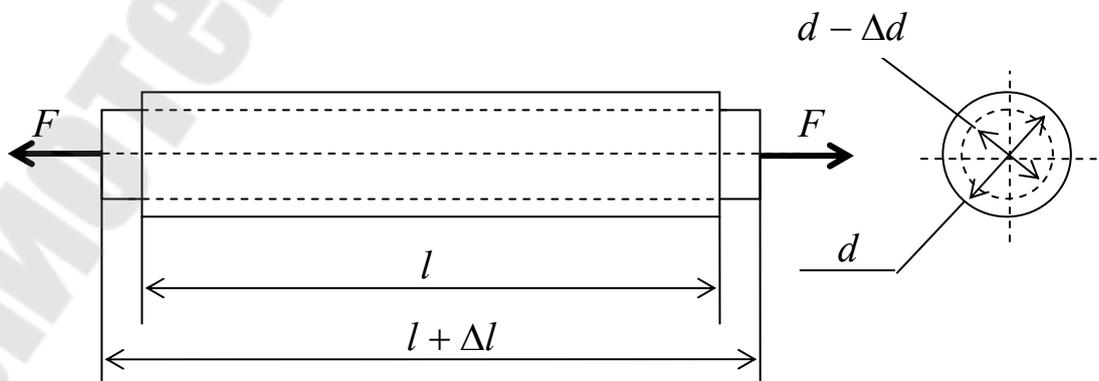


Рис. 2.3

Величина Δl называется абсолютной продольной деформацией, а Δd – абсолютной поперечной деформацией.

О степени деформирования бруса нельзя судить по значениям Δl и Δd , так как они зависят не только от действующих сил, но и от начальных размеров бруса. Для характеристики деформации бруса вводятся понятия относительная продольная деформация ε и относительная поперечная деформация ε' , которые рассчитываются по зависимостям

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}; \quad \varepsilon' = \frac{\Delta d}{d}.$$

Отношение $\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$ называется коэффициентом поперечной деформации или коэффициентом Пуассона.

Для большинства материалов в стадии упругой деформации выполняется соотношение, представляющее собой математическое выражение закона Гука

$$\sigma = E\varepsilon,$$

где E – коэффициент пропорциональности, который получил название модуля упругости первого рода.

Подставляя в выражение закона Гука σ и ε , получим зависимость для определения абсолютного удлинения бруса

$$\frac{N}{A} = E \frac{\Delta l}{l}, \text{ откуда } \Delta l = \frac{Nl}{EA}.$$

Произведение EA называется жесткостью бруса при растяжении (сжатии).

Определяя перемещения каждого сечения, строим эпюру продольных перемещений сечений бруса (рис. 2.1).

$$\Delta l_0 = 0; \quad \Delta l_{10} = \frac{Nl_1}{EA_1}; \quad \Delta l_1 = \Delta l_0 + \Delta l_{10}; \quad \Delta l_{21} = \frac{Nl_2}{EA_2}; \quad \Delta l_2 = \Delta l_1 + \Delta l_{21}.$$

Работа внешних сил и потенциальная энергия деформации. Внешние силы при нагружении совершают работу на вызываемых ими перемещениях. Работа внешних сил W полностью преобразуется в потенциальную энергию деформации U при статическом нагружении.

$$W = U = \frac{1}{2} F \Delta l = \frac{N^2 l}{2EA}.$$

Удельная потенциальная энергия деформации, накопленная в единичном объеме, определяется по зависимости:

$$u = \frac{U}{V} = \frac{N \Delta l}{2Al} = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon.$$

Диаграмма растяжения. Основные механические свойства материала. Необходимые сведения о различных механических свойствах материала получают экспериментальным путем. Самым распространенным является испытание на растяжение. Испытание производят на разрывной машине стандартного образца. При нагружении снимают показание растягивающей силы и длину образца. Затем строится условная диаграмма растяжения в координатах ε и σ . Напряжение в сечении определяют по зависимости:

$$\sigma = \frac{F}{A},$$

где F – сила нагружения;

A – площадь поперечного сечения образца.

Относительная линейная деформация определяется из выражения

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l},$$

где $\Delta l = l_i - l$ – относительное удлинение образца;

l – исходная длина образца;

l_i – длина образца в данный момент отсчета.

Диаграмма растяжения для пластичных материалов имеет вид, показанный на рис. 2.4.

На диаграмме растяжения можно выделить четыре характерных участка.

Участок AB – участок пропорциональности. На этом участке выполняется закон Гука

$$\sigma = \varepsilon E.$$

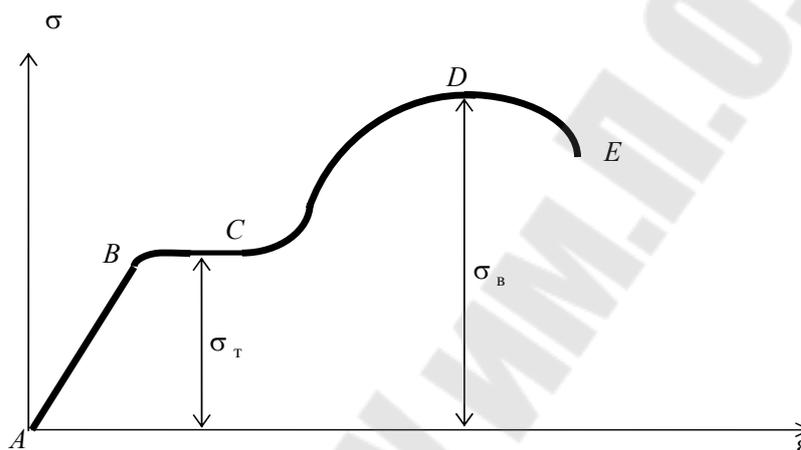


Рис. 2.4

Участок BC – площадка текучести. На этом участке происходит удлинение образца без изменения нагрузки. Напряжение, при котором происходит течение образца, называется пределом текучести и обозначается σ_T .

Участок CD – участок упрочнения. На этом участке для дальнейшего удлинения образца необходимо увеличить нагрузку.

В точке D происходит образование шейки и на участке DE происходит местное удлинение образца. Напряжение, при котором образуется шейка, называется пределом прочности и обозначается σ_B .

Допускаемые напряжения. На участке AB имеют место упругие деформации, т.е. снятия нагрузки образец будет иметь первоначальные размеры. Поэтому для деталей, изготовленных из пластичных материалов, действующие напряжения не должны превышать напряжения текучести σ_T . С этой целью вводят понятия допускаемых напряжений, которые рассчитываются по зависимости:

$$[\sigma] = \frac{\sigma_T}{[s]},$$

где $[s]$ – допускаемый коэффициент запаса прочности, который зависит от назначения детали, точности расчетных формул и ряда других факторов.

Условие прочности и жесткости конструкции. Прочность конструкции будет обеспечена, если максимальное напряжение в ней не будет превышать допускаемого напряжения

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma].$$

Для бруса, испытывающего напряжения растяжения, условие прочности будет иметь вид:

$$\sigma = \frac{N}{A} \leq [\sigma_p]$$

Условие жесткости при растяжении бруса будет определяться зависимостью

$$\Delta l = \frac{Nl}{EA} \leq [\Delta l],$$

где $[\Delta l]$ – допустимая деформация бруса.

Влияние различных факторов на механические свойства материалов. Механические характеристики материалов зависят от их химического состава, внешних условий и условий нагружения.

Влияние содержания углерода. Увеличение процентного содержания углерода приводит к увеличению предела прочности, однако ухудшаются пластические свойства.

Влияние температуры. Повышение температуры оказывает влияние на ползучесть. *Ползучестью* называют медленное непрерывное возрастание пластической деформации под воздействием постоянных нагрузок. Свойства ползучести проявляется для большинства материалов при повышенных температурах, однако имеются материалы, когда ползучесть наблюдается при обычных температурах.

Ползучесть сопровождается *релаксацией напряжений* — самопроизвольным уменьшением напряжений с течением времени при не-

изменной деформации. Скорость релаксации напряжений возрастает при повышении температуры.

С повышением температуры понижаются прочностные характеристики материала, а также уменьшаются модули упругости E и G .

Влияние термической обработки. В результате термической обработки получают требуемые механические характеристики материала. Закалка стали приводит к повышению прочностных свойств, а отжиг наоборот снижают прочностные свойства. При этом модуль упругости практически не изменяется.

Влияние скорости деформирования. С увеличением скорости деформации у пластических материалов заметно увеличиваются прочностные свойства.

Твердость. На практике часто возникает необходимость оценить механические свойства не материала, а готовой детали. В этом случае используют косвенный способ оценки предела прочности материала детали по его твердости.

Под *твердостью* материала понимают его способность оказывать сопротивление проникновению в него другого, более твердого тела – индентора.

Для определения твердости металлов используют несколько способов испытания. Наибольшее применение получили методы определения твердости по Бринеллю (HB), Роквеллу (HR) и Виккерсу (HV). Значение твердости определяют во всех этих случаях через размеры полученного отпечатка.

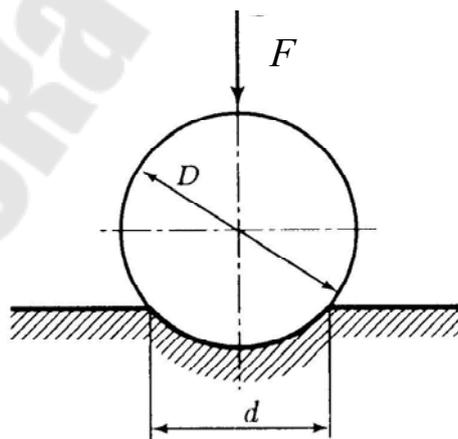


Рис. 2.5

В испытаниях по Бринеллю в поверхность испытываемой детали вдавливается стальной шарик диаметром $d = 10$ мм при силе $F = 30$ кН (рис. 2.5). Число твердости рассчитывают по зависимости

$$HB = \frac{2F}{\pi D \left(D - \sqrt{D^2 - d^2} \right)}$$

Метод Бринелля применяется для металлов и сплавов, твердость которых не превышает 450 единиц. Предел прочности для стали рассчитывают по зависимости

$$\sigma_b \approx 0,36HB.$$

При определении твердости по методу Роквелла в поверхность исследуемой детали вдавливаются алмазный конус с углом при вершине 120° или стальной шарик диаметром $D = 1,588$ мм ($1/16''$).

При нагрузках 60 и 150 кгс в качестве индентора используется алмазный конус, и определяемая твердость обозначается соответственно в этом случае соответственно *HRA* и *HRC*.

При нагрузке 100 кгс в качестве индентора используется стальной шарик. Определяемая при этом твердость обозначается *HRB*.

В испытаниях по Виккерсу производится вдавливание в испытываемый объект алмазного наконечника, имеющего форму квадратной пирамиды с углом между противоположными гранями 136° . Число твердости по Виккерсу определяется делением нагрузки F в кгс на площадь боковой поверхности получившегося пирамидального отпечатка A в мм^2 . Применяются нагрузки 5, 10, 20, 30, 50 и 100 кгс. Нагрузка выбирается в зависимости от толщины и твердости испытываемого материала. С помощью оптической системы с большой точностью измеряется диагональ отпечатка d .

Тема 3. Геометрические характеристики плоских сечений

Статические моменты сечения. Любое сечение бруса имеет определенную геометрическую форму и площадь (рис. 3.1). Выделим в сечении элементарную площадку dA , положение которой определено координатами x и y .

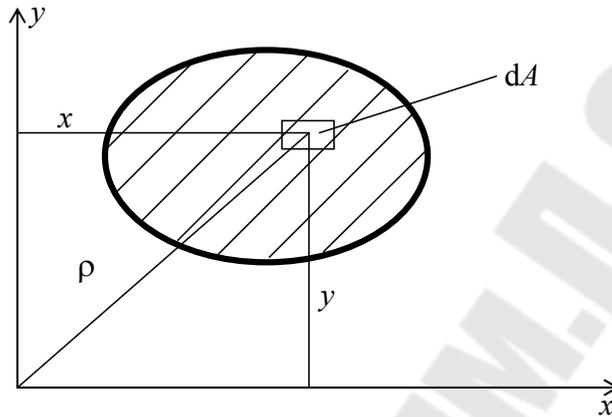


Рис.3.1

Статическим моментом сечения S называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на расстояние до оси. Статические моменты сечения относительно осей x и y будут соответственно равны

$$S_x = \int_A dA \cdot y; \quad S_y = \int_A dA \cdot x.$$

Определение центра тяжести сечения. Статические моменты сечения относительно осей проходящих через центр тяжести равны нулю, поэтому их используют для определения координат центров тяжести сечения. Для этого проводят вспомогательные оси x и y и координаты центра тяжести сечения определяют по зависимостям:

$$x_c = \frac{S_y}{A}; \quad Y_c = \frac{S_x}{A}.$$

Моменты инерции сечения. Осевым моментом инерции сечения I называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на квадрат расстояния до оси. Осевые моменты инерции сечения относительно осей x и y будут соответственно равны

$$I_x = \int_A dA \cdot y^2; \quad I_y = \int_A dA \cdot x^2.$$

Полярным моментом инерции сечения I_ρ называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на квадрат расстояния до начало координат.

$$I_\rho = \int_A dA \cdot \rho^2.$$

Учитывая, что $\rho^2 = x^2 + y^2$, получаем $I_\rho = I_x + I_y$.

Полярный момент инерции сечения равен сумме осевых моментов инерции сечения.

Центробежным моментом инерции сечения I_{xy} называется интеграл по площади произведения элементарной площадки на расстояния до осей.

$$I_{xy} = \int_A dA \cdot x \cdot y.$$

Если сечение имеет ось симметрии, то центробежный момент инерции сечения равен нулю.

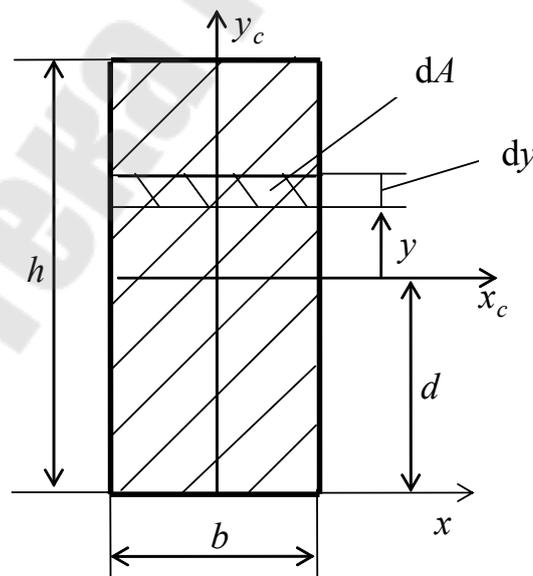


Рис. 3.2

Определение моментов инерции простых геометрических фигур. Рассмотрим определения момента инерции прямоугольного

сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести (рис. 3.2).

Выделим элементарную площадь dA на расстоянии y от центральной оси x_c толщиной dy . Согласно определению, осевой момент инерции относительно оси x_c равен

$$I_{x_c} = \int_A dA \cdot y^2 .$$

В нашем случае элементарная площадь $dA = b \cdot dy$. Подставляя значения dA и изменяя пределы интегрирования, получаем

$$I_{x_c} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} y^2 b dy = \frac{by^3}{3} \Big|_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} = \frac{bh^3}{12} .$$

Аналогичным образом определяются моменты инерции плоского сечения других сечений.

Зависимость между моментами инерции относительно параллельных осей. Если известен момент инерции сечения относительно оси проходящей через центр тяжести (рис. 3.3), то момент инерции относительно другой параллельной оси, отстоящей на расстоянии d , определяется по формуле Штейнера

$$I_x = I_{x_c} + Ad^2 .$$

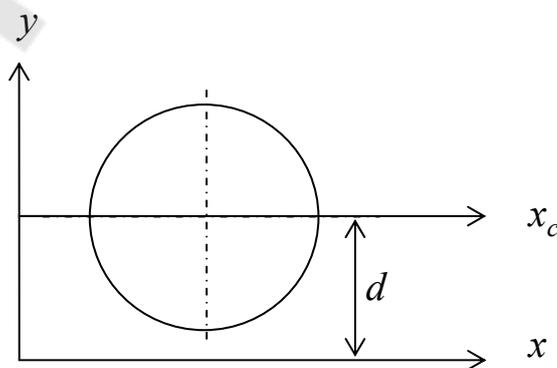


Рис. 3.3

Если сечение имеет сложную геометрическую форму, то его разбивают на простые фигуры и его момент инерции рассчитывают, как сумму моментов инерции отдельных фигур.

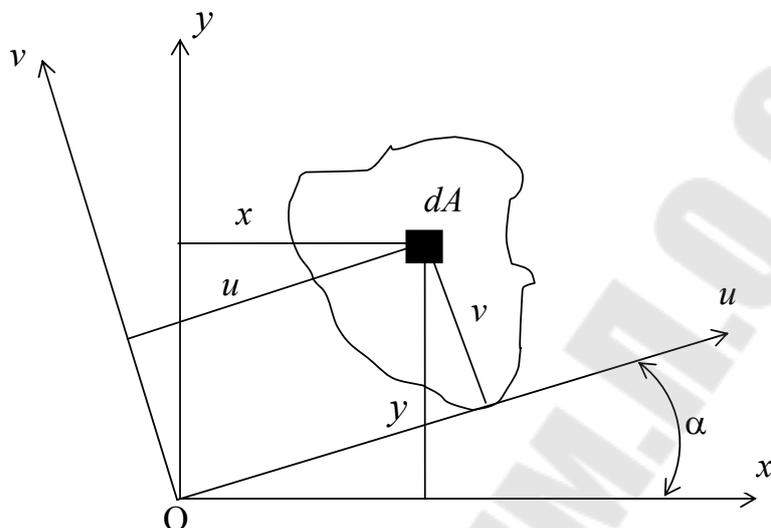


Рис. 3.4

Изменение моментов инерции при повороте осей. Найдем зависимость между моментами инерции относительно осей x, y и моментами инерции относительно осей u, v , повернутых на угол α . Угол α считается положительным, если поворот осуществляется и против часовой стрелки. Пусть координаты элементарной площадки до поворота – x, y , после поворота – u, v (рис. 3.4). Из рисунка следует: $u = x \cos \alpha + y \sin \alpha$; $v = y \cos \alpha - x \sin \alpha$. В этом случае

$$I_v = \int_A u^2 dA = \int_A (y \cos \alpha - x \sin \alpha)^2 dA = I_x \cos^2 \alpha + I_y \sin^2 \alpha - I_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$I_u = \int_A v^2 dA = \int_A (y \sin \alpha + x \cos \alpha)^2 dA = I_x \sin^2 \alpha + I_y \cos^2 \alpha + I_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$\begin{aligned} I_{uv} &= \int_A uv dA = \int_A (x \cos \alpha + y \sin \alpha)(y \cos \alpha - x \sin \alpha) dA = \\ &= \frac{I_x - I_y}{2} \sin 2\alpha + I_{xy} \cos 2\alpha. \end{aligned}$$

Главные оси инерции и главные моменты инерции. С изменением угла поворота осей α каждая из величин I_u и I_v меняется, а сумма их остается неизменной. Следовательно, существует такое значение $\alpha = \alpha_0$, при котором моменты инерции достигают экстремаль-

ных значений, т.е. один из моментов инерции достигает своего максимального значения, в то время другой момент инерции принимает минимальное значение. Для нахождения значения α_0 возьмем первую производную от I_u и приравняем ее нулю:

$$\frac{dI_u}{d\alpha} = -2I_x \cos \alpha_0 \sin \alpha_0 + 2I_y \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 - I_{xy} \cos 2\alpha_0 = 0,$$

откуда
$$\operatorname{tg} 2\alpha_0 = \frac{2I_{xy}}{I_y - I_x}.$$

Нетрудно показать, что центробежный момент относительно осей, повернутых на угол α_0 , равен нулю.

Оси, относительно которых центробежный момент инерции равен нулю, а осевые моменты инерции принимают экстремальные значения, называются главными осями. Если эти оси являются также и центральными, то они называются главными центральными осями.

Осевые моменты инерции относительно главных осей называются главными моментами инерции. Если сечение имеет ось симметрии, то эта ось всегда является одной из главных центральных осей инерции сечения.

Момент сопротивления сечения. Момент сопротивления сечения относительно оси представляет собой отношение момента инерции относительно данной оси к расстоянию до наиболее удаленной точки сечения от этой же оси.

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}.$$

Момент сопротивления прямоугольного сечения, изображенного на рис. 3.2, относительно оси, проходящей через центр тяжести, равен

$$W_{x_c} = \frac{I_{x_c}}{y_{\max}} = \frac{bh^3}{\frac{12}{h}} = \frac{bh^2}{6}.$$

Полярный момент инерции представляет собой отношение полярного момента инерции к наибольшему расстоянию от центра тяжести сечения до наиболее удаленной точки сечения

$$W_p = \frac{I_p}{\rho_{\max}}.$$

Тема 4. Теория напряженного состояния

Вырежем из напряженного тела в окрестности исследуемой точки произвольно бесконечно малый параллелепипед (рис. 4.1). На гранях параллелепипеда будут действовать нормальные и касательные напряжения. Направление нормальных напряжений совпадает с направлением внешней нормали. Касательные напряжения разложим на составляющие, параллельные осям.

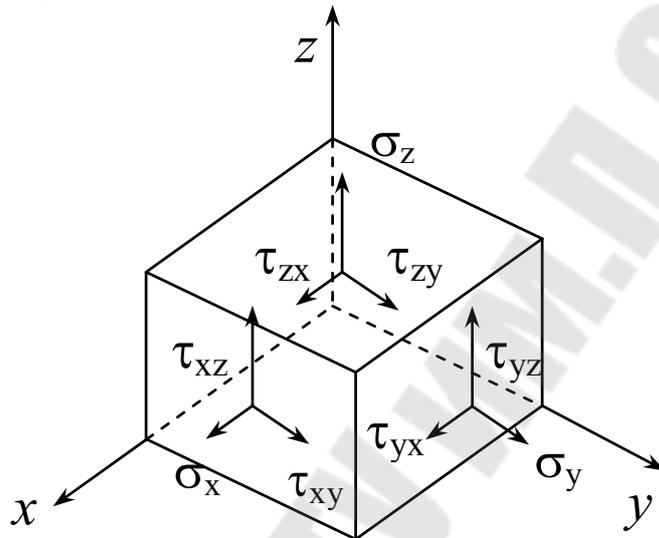


Рис. 4.1

Напряженным состоянием тела в точке называют совокупность нормальных и касательных напряжений, действующих по всем площадкам, содержащим данную точку.

Обозначения нормальных напряжений содержат один индекс - наименование оси, которой параллельно данное напряжение. В обозначении касательных напряжений используются два индекса: первый совпадает с индексом нормального напряжения, действующего по данной площадке, а второй - наименование оси, которой параллельно данное касательное напряжение.

Нормальное напряжение σ считается положительным, если оно направлено от площадки. Касательное напряжение τ считается положительными, если изображающий его вектор стремится вращать параллелепипед по часовой стрелке относительно любой точки, лежащей внутри параллелепипеда. Отрицательными считаются напряжения обратных направлений.

Закон парности касательных напряжений. Закон парности касательных напряжений устанавливает зависимость между величинами

нами и направлениями пар касательных напряжений, действующих по взаимно перпендикулярным площадкам элементарного параллелепипеда.

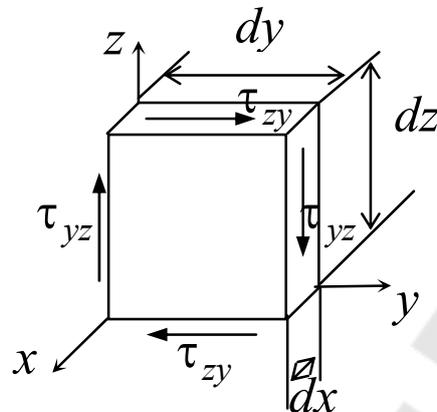


Рис. 4.2

Рассмотрим элементарный параллелепипед размеров dx , dy , dz (рис. 4.2).

Запишем уравнение равновесия параллелепипеда в виде суммы моментов относительно оси x , получим:

$$-\tau_{zy} dx dy dz - \tau_{yz} dx dz dy = 0, \text{ откуда получаем } \tau_{zy} = -\tau_{yz}.$$

Аналогично можно получить $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$; $\tau_{xz} = -\tau_{zx}$.

Это и есть закон парности касательных напряжений.

Касательные напряжения по двум взаимно перпендикулярным площадкам равны по величине и противоположны по знаку.

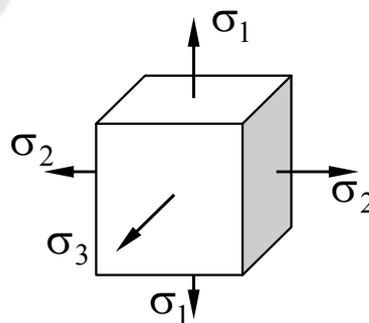


Рис. 4.3

Главные площадки и главные напряжения. Рассмотрим две взаимно-перпендикулярные площадки с касательными напряжениями τ_{xy} и τ_{yx} . Согласно закону парности касательных напряжений знаки

τ_{xy} и τ_{yx} противоположны. Поэтому, если площадку с напряжением τ_{xy} поворачивать до совпадения с площадкой с напряжением τ_{yx} , то обязательно найдется такое положение площадки, когда $\tau = 0$.

Площадки, по которым касательные напряжения равны нулю, называются главными, а действующие по этим площадкам нормальные напряжения - главными напряжениями.

Главные напряжения обозначаются $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$, причем $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$. Элемент, выделенный главными площадками, изображен на рис. 4.3.

Виды напряженного состояния тела. В зависимости от количества действующих главных напряжений различают три вида напряженных состояний: линейное, плоское и объемное.

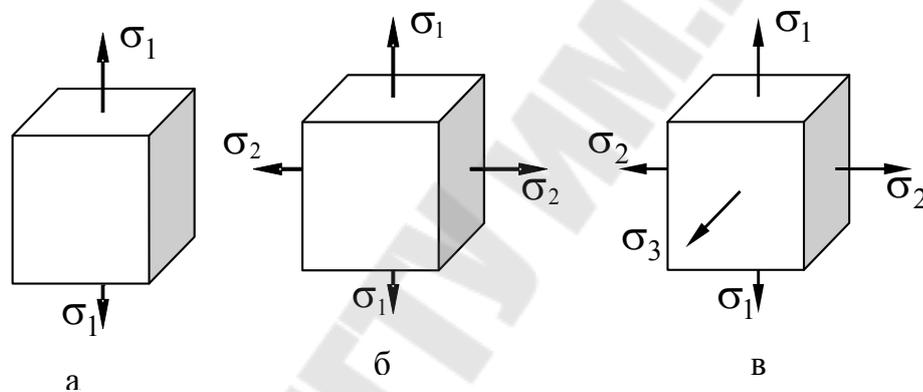


Рис. 4.4

Линейное напряженное состояние. Линейным или одноосным называется напряженное состояние, при котором два из трех главных напряжений равны нулю (рис. 4.4,а).

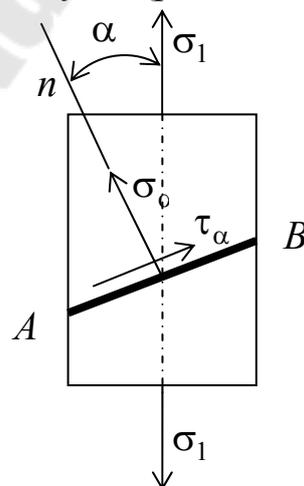


Рис. 4.5

Определим напряжения, возникающие в наклонном сечении AB , нормаль к которому повернута на угол α к направлению σ_1 .

За положительное направление отсчетов угла α примем направление против часовой стрелки (рис. 4.5).

В общем случае в наклонном сечении будут действовать как нормальные напряжения σ_α , так и касательные напряжения τ_α .

Их значения определим из условия равновесия нижней части.

Проектируя силы на направления σ_α , имеем:

$$\sigma_\alpha A_\alpha - \sigma_1 A \cos \alpha = 0,$$

учитывая, что $A_\alpha = \frac{A}{\cos \alpha}$, получаем $\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha$.

Из суммы проекций сил на направления τ_α имеем:

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha.$$

Плоское напряженное состояние. Плоским или двухосным называется напряженное состояние, при котором одно из трех главных напряжений равно нулю (рис. 4.4,б).

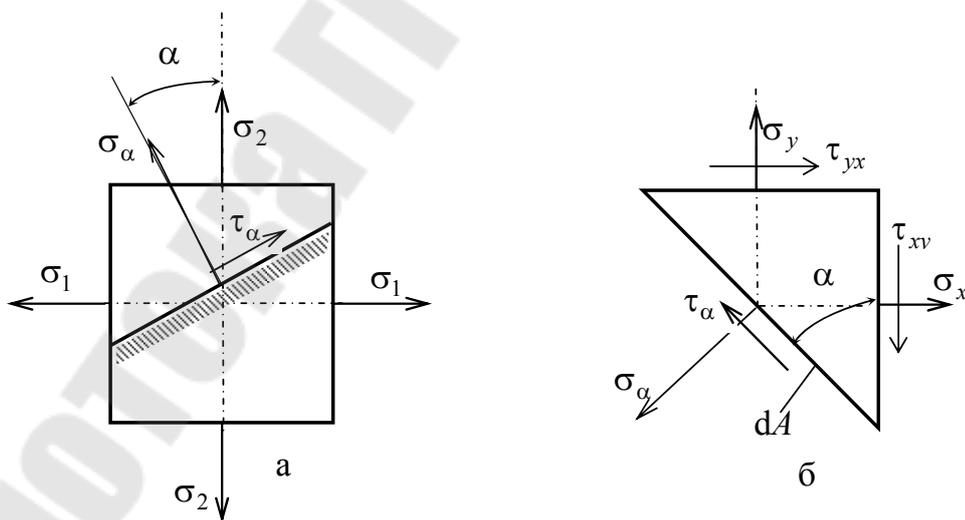


Рис. 4.6

Для плоского напряженного состояния различают две задачи – прямую и обратную. В прямой задаче гранями рассматриваемого элемента являются главные площадки (рис. 4.6,а). Известны $\sigma_1 \neq 0$, $\sigma_2 \neq 0$, $\sigma_3 = 0$ и требуется определить напряжения σ_α и τ_α и σ_β и τ_β на произвольных площадках. В обратной задаче известны напряжения на двух

взаимно произвольных перпендикулярных площадках $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{yx}$ и τ_{xy} и требуется определить положение главных площадок и величины главных напряжений.

Прямая задача. Для решения этой задачи воспользуемся принципом независимости действия сил. Представим плоское напряженное состояние в виде суммы двух независимых линейных напряженных состояний: первое – при действии только напряжений σ_1 , второе – при действии только напряжений σ_2 . От каждого из напряжений σ_1 и σ_2 напряжения σ_α и τ_α в произвольной площадке равны

$$\sigma_{\alpha 1} = \sigma_1 \cos^2 \alpha, \quad \sigma_{\alpha 2} = \sigma_2 \cos^2 \left(\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = \sigma_2 \sin^2 \alpha,$$

$$\tau_{\alpha 1} = \frac{\sigma_1}{2} \sin 2\alpha, \quad \tau_{\alpha 2} = \frac{\sigma_2}{2} \sin \left(2\alpha + \frac{\pi}{2} \right) = -\frac{\sigma_2}{2} \sin 2\alpha.$$

Таким образом, суммируя напряжения, возникшие при каждом линейном напряженном состоянии, получим

$$\sigma_\alpha = \sigma_1 \cos^2 \alpha + \sigma_2 \sin^2 \alpha; \quad \tau_\alpha = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha.$$

Определим напряжения, действующие на площадку с углом наклона $\beta = \alpha + \frac{\pi}{2}$, то есть перпендикулярную к площадке α .

$$\sigma_\beta = \sigma_1 \sin^2 \alpha + \sigma_2 \cos^2 \alpha, \quad \tau_\beta = -\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \sin 2\alpha.$$

Суммируя нормальные напряжения, действующие по произвольным взаимно перпендикулярным площадкам, получим

$$\sigma_\alpha + \sigma_\beta = \sigma_1 + \sigma_2 = \text{const.}$$

Сравнивая величины касательных напряжений, имеем $\tau_\alpha = -\tau_\beta$

Обратная задача. Определим сначала напряжения на наклонной площадке, наклоненной к исходной, при заданных напряжения на

двух взаимно произвольных перпендикулярных площадках σ_x , σ_y , τ_{yx} и τ_{xy} (рис. 4.6,б).

Разрежем параллелепипед плоскостью, наклоненной под углом α к вертикальной грани, отбросим левую часть и рассмотрим равновесие правой части.

Если обозначить через dA площадь наклонной грани, то площади вертикальной и горизонтальной граней будут соответственно равны $dA \cos \alpha$ и $dA \sin \alpha$.

Спроектируем силы на направления σ_α и τ_α

$$\sigma_\alpha dA - \tau_{yx} dA \sin \alpha \cos \alpha - \sigma_y dA \sin \alpha \sin \alpha + \tau_{xy} dA \cos \alpha \sin \alpha - \sigma_x dA \cos \alpha \cos \alpha = 0;$$

$$\tau_\alpha dA - \tau_{yx} dA \sin \alpha \sin \alpha + \sigma_y dA \sin \alpha \cos \alpha - \tau_{xy} dA \cos \alpha \cos \alpha - \sigma_x dA \cos \alpha \sin \alpha = 0.$$

Сокращая на dA и учитывая, что $\tau_{xy} = -\tau_{yx}$, получаем

$$\sigma_\alpha = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha;$$

$$\tau_\alpha = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{xy} \cos 2\alpha.$$

Для отыскания экстремального значения нормального напряжения продифференцируем σ_α по α .

$$\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = -2\sigma_x \cos \alpha \sin \alpha + 2\sigma_y \sin \alpha \cos \alpha - 2\tau_{xy} \cos 2\alpha =$$

$$-2 \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + 2\tau_{xy} \cos 2\alpha = -2\tau_\alpha.$$

Экстремум напряжения σ_α достигается при тех углах α , при кото-

рых $\frac{d\sigma_\alpha}{d\alpha} = -2\tau_\alpha = 0$. Отсюда следует, что нормальные напряжения

достигают экстремума на тех площадках, где касательные ускорения обращаются в нуль. Эти площадки называются главными, а напряжения, возникающие на них – главными напряжениями.

Предполагая, что главные площадки наклонены к исходным площадкам на угол α_0 , получаем

$$\operatorname{tg}2\alpha_0 = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_y - \sigma_x}.$$

Полученному равенству удовлетворяют два значения угла α_0 , отличающиеся на 90° . Таким образом, данная формула определяет две взаимно перпендикулярные площадки, на которых нормальные напряжения принимают экстремальные значения. Учитывая, что сумма нормальных напряжений по двум взаимно перпендикулярным площадкам постоянна, то на одной площадке будет действовать максимальное нормальное напряжения, а по другой – минимальное.

Модули главных напряжений определяют по зависимости:

$$\sigma_{\max}^{\min} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}.$$

Объемное напряженное состояние. Объемным или трехосным называется напряженное состояние, при котором все три главных напряжения отличны от нуля (рис. 4.4,в). Для объемного напряженного состояния справедливо равенство

$$\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z = \text{const}.$$

Обобщенный закон Гука. Обобщенный закон Гука представляет собой связь между напряжениями и деформациями в случае объемного. Он может быть получен на основании закона Гука для линейного напряженного состояния и принципа независимости действия сил.

Представляя объемное напряженное состояние в виде суммы трех линейных напряженных состояний, и учитывая, что при линейном напряженном состоянии $\varepsilon = \frac{\sigma}{E}$ и $\varepsilon' = \mu\varepsilon = \mu \frac{\sigma}{E}$, выражения для деформации в направлении действия главных напряжений будут иметь вид:

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)];$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E} [\sigma_2 - \mu(\sigma_3 + \sigma_1)];$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_1 + \sigma_2)].$$

Эти выражения носят название *обобщенного закона Гука*, записанного для главных площадок. Деформации ε_1 , ε_2 и ε_3 , в направлении главных напряжений называются *главными деформациями*.

Тема 5. Чистый сдвиг. Кручение

Напряжения при чистом сдвиге. Чистым сдвигом называют такой вид нагружения, при котором в его поперечных сечениях действует только поперечная сила. Сдвиг, как вид нагружения, встречается редко и имеет место в заклепочных и сварных соединениях.

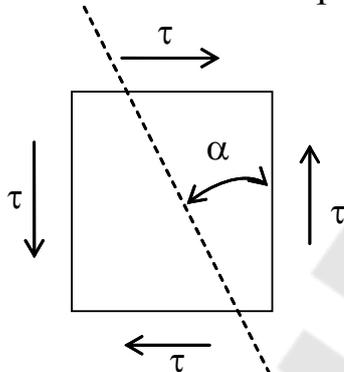


Рис. 5.1

При чистом сдвиге (рис. 5.1) в окрестности точки можно выделить элементарный параллелепипед с боковыми гранями, находящимися под действием одних лишь касательных напряжений.

Внутренняя поперечная сила при чистом сдвиге определяется методом сечений. Распределение касательных напряжений принимается равномерным и тогда связь между поперечной силой и касательным напряжением имеет вид:

$$Q = \int_A \tau dA; \tau = \text{const}; Q = \tau A, \text{ откуда } \tau = \frac{Q}{A}.$$

При чистом сдвиге возникает плоское напряженное состояние, тогда напряжения, действующие на площадке составляющей угол α с вертикальной исходной площадкой равны:

$$\sigma_\alpha = \tau \sin 2\alpha; \tau_\alpha = -\tau \cos 2\alpha.$$

Касательные напряжения, показанные на рис. 5.1, по абсолютной величине больше касательных напряжений по любым другим площадкам. Следовательно, они являются экстремальными, а площадки, по которым они действуют – площадками сдвига. Так как по этим площадкам не действуют нормальные напряжения, то их назы-

вают площадками чистого сдвига и образуют с главными площадками углы, равные 45^0 .

Подставляя угол $\alpha = 45^0$, получаем $\sigma_\alpha = \tau = \tau_{\max}$.

Следовательно, при чистом сдвиге главные напряжения и экстремальные касательные напряжения равны друг другу. Подставив в уравнения значения углов α_1 и $\alpha_2 = \alpha_1 + 90^0$, получаем

$$\sigma_{\alpha_1} = \tau \sin 2\alpha_1; \quad \sigma_{\alpha_2} = \tau \sin(2\alpha_1 + 180^0) = -\tau \sin 2\alpha_1; \quad \sigma_{\alpha_1} = -\sigma_{\alpha_2}.$$

При чистом сдвиге нормальные напряжения на любых двух взаимно перпендикулярных площадках равны друг другу по модулю и противоположны по направлению.

Деформации при чистом сдвиге. При чистом сдвиге длины ребер элементарного параллелепипеда не изменяются, а изменяются лишь углы между боковыми гранями. Первоначально прямые углы становятся равными $90^0 + \gamma$ и $90^0 - \gamma$ (рис. 5.2).

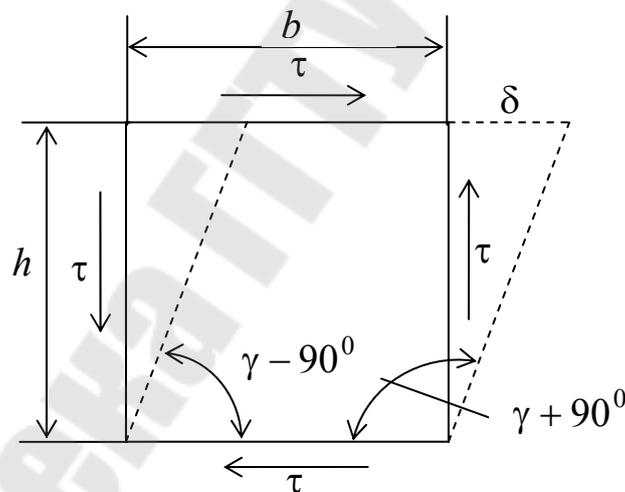


Рис. 5.2

Величина δ называется абсолютным сдвигом. Отношение абсолютного сдвига δ к расстоянию между противоположными гранями называется относительным сдвигом. При малых деформациях имеем

$$\operatorname{tg} \gamma \approx \gamma = \frac{\delta}{h},$$

т.е. относительный сдвиг равен углу сдвига.

Угол сдвига γ пропорционален касательным напряжениям. Математическая зависимость между углом сдвига и касательным напряжением называется законом Гука при сдвиге.

$$\tau = \gamma G,$$

где G – коэффициент пропорциональности или модуль упругости второго рода.

Объемная деформация и потенциальная энергия при сдвиге. Относительное изменение объема при сдвиге определяется из объемного закона Гука

$$\theta = \frac{1-\mu}{E}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z).$$

Величина θ не зависит от того, как в окрестности точки выделен элементарный параллелепипед. Так как при чистом сдвиге боковые грани выделенного элементарного параллелепипеда являются площадками чистого сдвига, то $\sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = 0$. Тогда относительное изменение объема при чистом сдвиге $\theta = 0$.

Полная удельная потенциальная энергия u равна сумме удельной потенциальной энергии изменения объема $u_{об}$ и удельной потенциальной энергии изменения формы u_{ϕ}

$$u = u_{об} + u_{\phi}.$$

Учитывая, что при чистом сдвиге $\sigma_1 = \tau_{\max}$; $\sigma_2 = 0$; $\sigma_3 = -\tau_{\max}$, получаем

$$u_{об} = \frac{1-2\mu}{6E}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 = \frac{1-2\mu}{6E}(\tau_{\max} + 0 - \tau_{\max})^2 = 0;$$

$$\begin{aligned} u_{\phi} &= \frac{1+\mu}{3E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_3\sigma_1) = \\ &= \frac{1+\mu}{3E}(\tau_{\max}^2 + 0 + \tau_{\max}^2 - 0 + 0 + \tau_{\max}^2) = \frac{1+\mu}{E}\tau_{\max}^2; \end{aligned}$$

$$u = 0 + \frac{1 + \mu}{E} \tau_{\max}^2 = \frac{1 + \mu}{E} \tau_{\max}^2 .$$

Работа при чистом сдвиге. В результате деформации выделенного параллелепипеда работа силы будет определяться по выражению

$$W = \frac{T}{2} \delta,$$

где T – сила, действующая на грань параллелепипеда.

Ее величина будет равна

$$T = \tau b l = \tau_{\max} b l,$$

где l – размер параллелепипеда в направлении, перпендикулярном чертежу (рис. 5.2)

Учитывая, что $\delta = \gamma h = \frac{\tau}{G} h = \frac{\tau_{\max}}{G} h$, получаем

$$W = \frac{\tau_{\max} b l}{2} \frac{\tau_{\max} h}{G} = \frac{\tau_{\max}^2 h b l}{2G} = \frac{\tau_{\max}^2 V}{2G} .$$

Так как работа силы при статическом действии числена равна потенциальной энергии, имеем

$$U = W = \frac{\tau_{\max}^2 V}{2G} .$$

Удельная потенциальная энергия в этом случае равна

$$u = \frac{U}{V} = \frac{\tau_{\max}^2 V}{2GV} = \frac{\tau_{\max}^2}{2G} .$$

Приравнивая полученные выражения для удельной потенциальной энергии, получаем соотношение

$$\frac{1 + \mu}{E} \tau_{\max}^2 = \frac{\tau_{\max}^2}{2G},$$

откуда получаем связь между модулем упругости первого рода E и модулем упругости второго рода G

$$G = \frac{E}{2(1 + \mu)}.$$

Кручение. Кручением называют такой вид нагружения, когда в поперечных сечениях бруса возникает только один силовой фактор – крутящий момент. Брус, работающей на кручение называется валом. При кручении вала его поперечные сечения поворачиваются друг относительно друга, вращаясь вокруг оси бруса.

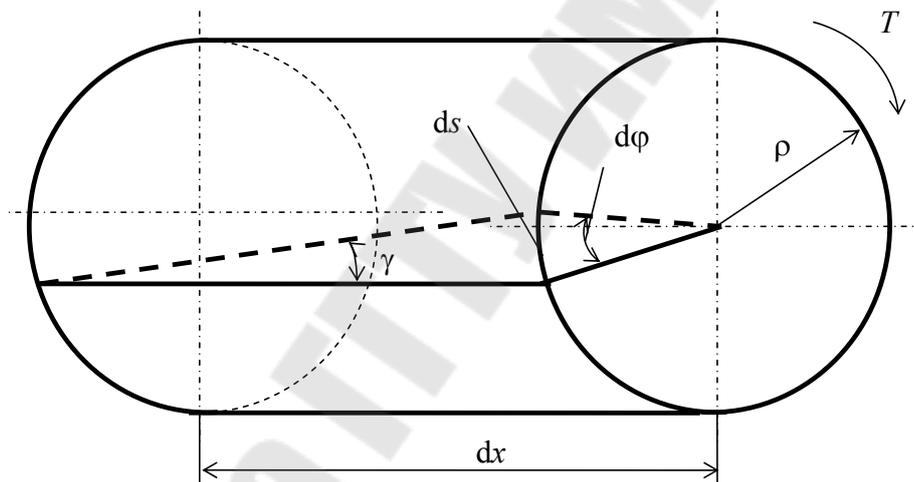


Рис. 5.3

Напряжения и деформации при кручении бруса. Под действием внешнего скручивающего момента, приложенного на правом конце бруса, левый конец которого жестко закреплен, брус будет закручиваться. Выделим из бруса элементарный цилиндр длиной dx (рис. 5.3). Будем считать, что левое сечение бруса жестко закреплено. Под действием крутящего момента T правое сечение повернется на некоторый угол $d\varphi$.

Из рис. 5.3 видно, что $ds = \gamma \cdot dx = \rho \cdot d\varphi$, откуда получаем

$$\gamma = \frac{d\varphi}{dx} \rho.$$

Из данной зависимости видно, что угол сдвига γ изменяется по радиусу вала по линейному закону.

Деформация бруса при кручении характеризуется относительным углом закручивания $\theta = \frac{d\varphi}{dx}$. Согласно закону Гука при сдвиге,

имеем $\gamma = \frac{\tau}{G}$. Откуда получаем:

$$\tau = \frac{d\varphi}{dx} G\rho = \theta G\rho.$$

Из данной зависимости видно, что касательные напряжения изменяются по радиусу по линейному закону.

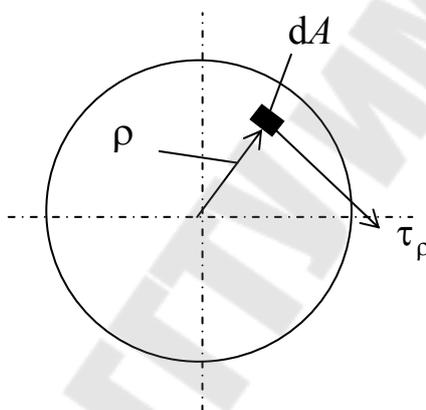


Рис. 5.4

При кручении все внутренние силы, распределенные по поперечному сечению, приводятся к одной составляющей - к крутящему моменту. Касательные напряжения перпендикулярны радиусам, проведенные через точки их действия (рис. 5.4). Крутящий момент T в сечении бруса определяется по уравнению

$$T = \int_A \rho \tau_\rho dA,$$

где ρ – плечо элементарной силы.

Подставляя значение касательного напряжения, получим

$$T = \int_A \theta G\rho^2 dA = \theta GI_\rho = \frac{d\varphi}{dx} GI_\rho.$$

Элементарный угол закручивания

$$d\varphi = \frac{T \cdot dx}{GI_\rho}, \text{ а полный угол закручивания бруса } \varphi = \frac{Tl}{GI_\rho}.$$

Максимальное касательное напряжение в поперечном сечении бруса будет определяться по зависимости:

$$\tau_{\max} = \theta G \rho_{\max} = \frac{T}{I_\rho} \rho_{\max} = \frac{T}{\frac{I_\rho}{\rho_{\max}}} = \frac{T}{W_\rho}.$$

Таким образом, максимальное касательное напряжение в поперечном сечении бруса равно частному от деления крутящего момента на полярный момент сопротивления.

Расчеты на прочность и жесткость при кручении. Условие прочности при кручении имеет вид

$$\tau = \frac{T}{W_\rho} \leq [\tau].$$

Условие жесткости при кручении

$$\varphi = \frac{Tl}{GI_\rho} \leq [\varphi].$$

Для бруса круглого сечения эти условия имеют вид

$$\tau = \frac{16T}{\pi d^3} \leq [\tau]; \quad \varphi = \frac{32Tl}{G\pi d^4} \leq [\varphi].$$

Построение эпюр крутящих моментов. Крутящий момент в сечении бруса определяется методом сечений. По модулю он численно сечения равен алгебраической сумме внешних моментов слева или справа от сечения.

Брус разбивается на участке и на каждом участке проводится сечение (рис. 5.5).

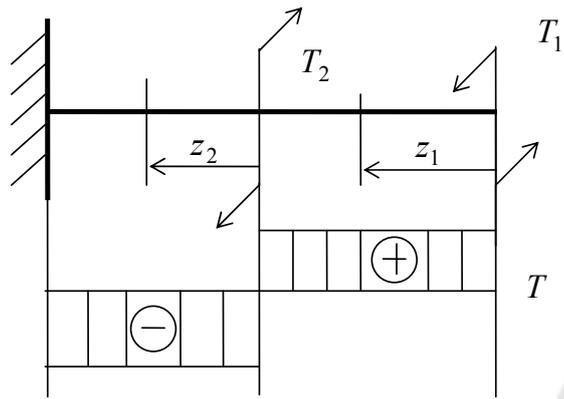


Рис. 5.5

В каждом сечении определяется крутящий момент, а затем строится эпюра крутящих моментов. Для случая, изображенного на рис. 20, крутящие моменты в сечениях 1 и 2 будут равны

$$T_{z_1} = T_1; \quad T_{z_2} = T_1 - T_2.$$

Тема 6. Плоский изгиб

Основные понятия и определения. В отличие от деформации растяжения-сжатия и кручения изгиб представляет такую деформацию, при которой происходит искривление оси прямого бруса. Осью бруса называется геометрическое место точек центров тяжести поперечных сечений бруса.

Если в сечении бруса действует только один изгибающий момент, то изгиб называется чистым. Если в поперечных сечениях кроме изгибающего момента действует и поперечная сила, то изгиб называется поперечным.

Брус, работающий на изгиб, называется балкой. Изгиб называется плоским, если ось балки после деформации остается плоской линией. В противном случае имеет место кривой изгиб.

В настоящем разделе рассматривается плоский прямой изгиб.

Нормальные напряжения при чистом прямом изгибе. Так как нормальные напряжения зависят только от изгибающих моментов, то вывод формулы для вычисления σ можно производить применительно к чистому изгибу.

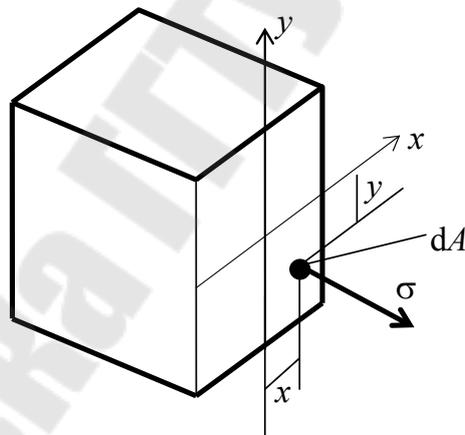


Рис. 6.1

Статическая задача о плоском изгибе. Изгибающий момент в сечении представляет собой сумму моментов всех элементарных внутренних нормальных сил $\sigma \cdot dA$, возникающих на элементарных площадках поперечного сечения балки (рис. 6.1), относительно нейтральной оси

$$M_x = \int_A \sigma y dA.$$

Данное выражение представляет собой статическую сторону задачи о плоском изгибе.

Однако его нельзя использовать для определения нормальных напряжений, так как неизвестен закон распределения напряжений по сечению.

Геометрическая сторона задачи о плоском изгибе. Выделим двумя поперечными сечениями элемент балки длиной dz (рис. 6.2). Под нагрузкой нейтральная ось искривляется (радиус кривизны ρ), а сечения поворачиваются относительно своих нейтральных линий на угол $d\theta$.

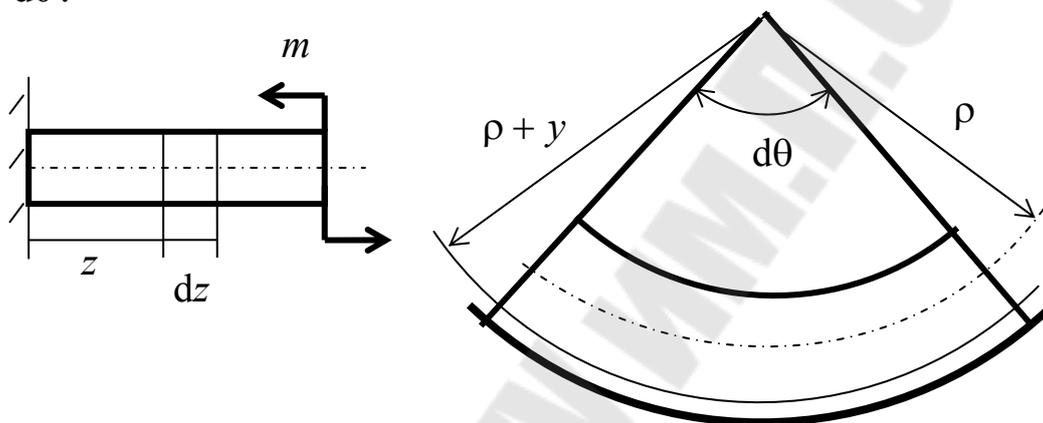


Рис.6.2

Длина отрезка волокон нейтрального слоя при этом остается неизменной

$$dz = \rho \cdot d\theta.$$

Определим длину отрезка волокон, отстоящего от нейтрального слоя на расстоянии y

$$dz_1 = (\rho + y)d\theta.$$

Относительное удлинение в этом случае будет

$$\varepsilon = \frac{dz_1 - dz}{dz} = \frac{(\rho + y)d\theta}{\rho \cdot dz} = \frac{y}{\rho}.$$

Зависимость $\varepsilon = \frac{y}{\rho}$ отражает геометрическую сторону задачи о плоском изгибе, из которой видно, что деформации продольных волокон изменяются по высоте сечения по линейному закону.

Физическая сторона задачи о плоском изгибе. Используя закон Гука при осевом растяжении, получаем

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{y}{\rho}.$$

Подставив в выражение, отражающее статическую сторону задачи о плоском изгибе, значение σ , получаем

$$M_x = \int_A \sigma y dA = \int_A E \frac{y}{\rho} y dA = \frac{E}{\rho} \int_A y^2 dA = \frac{E}{\rho} I_x,$$

откуда
$$\frac{1}{\rho} = \frac{M_x}{EI_x}.$$

Подставив значение $\frac{1}{\rho}$ в исходную формулу, получаем

$$\sigma = E \frac{M_x}{EI_x} y = \frac{M_x}{I_x} y.$$

Данное выражение отражает физическую сторону задачи о плоском изгибе, которое дает возможность рассчитать нормальные напряжения по высоте сечения.

Хотя это выражение получено для случая чистого изгиба, но как показывают теоретические и экспериментальные исследования, оно может быть использовано и для плоского поперечного изгиба.

Нейтральная линия. Положение нейтральной линии определим из условия равенства нулю нормальной силы в сечениях балки при чистом изгибе

$$N = \int_A \sigma dA = \int_A \frac{M_x}{I_x} y dA.$$

Так как $M_x \neq 0$ и $I_x \neq 0$, то необходимо, чтобы нулю был равен интеграл $\int_A y dA$. Данный интеграл представляет собой статический момент сечения относительно нейтральной оси. Так как статический момент сечения равен нулю только относительно центральной оси, следовательно, нейтральная линия при плоском изгибе совпадает с главной центральной осью инерции сечения.

Касательные напряжения. Касательные напряжения, которые возникают в сечениях балки при плоском поперечном изгибе, определяются по зависимости:

$$\tau = \frac{QS_{xo}}{bI_x},$$

где Q – поперечная сила в рассматриваемом сечении балки;

S_{xo} – статический момент площади отсеченной части сечения относительно нейтральной оси балки;

b – ширина сечения в рассматриваемом слое;

I_x – момент инерции сечения относительно нейтральной оси.

Касательные напряжения равны нулю в крайних волокнах сечения и максимальны в волокнах нейтрального слоя.

Расчет балок на прочность при изгибе. Прочность балки будет обеспечена, если будут выполняться условия:

$$\sigma_{\max} \leq [\sigma]; \quad \tau_{\max} \leq [\tau].$$

Максимальные нормальные напряжения при изгибе возникают в сечениях, где действует максимальный изгибающий момент, в точках сечения наиболее удаленных от нейтральной оси

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{x \max}}{I_x} y_{\max} = \frac{M_{x \max}}{W_x}.$$

Максимальные касательные напряжения возникают в сечениях балки, где действует максимальная поперечная сила

$$\tau_{\max} = \frac{Q_{\max} S_{xo}}{bI_x}.$$

Касательные напряжения τ_{\max} обычно малы по сравнению с σ_{\max} и в расчетах, как правило, не учитываются. Проверка по касательным напряжениям производится только для коротких балок.

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов. При расчете балок на прочность необходимо знать характер изменения изгибающего момента и поперечной силы вдоль оси балки и знать положение опасного сечения. С этой целью строят эпюры поперечных сил и изгибающих моментов.

Поперечная сила Q_y в сечении численно равна алгебраической сумме всех внешних сил справа или слева от сечения.

Изгибающий момент M_x в сечении численно равен алгебраической сумме моментов внешних сил справа или слева от сечения.

Если внешняя сила стремится повернуть отсеченную часть по часовой стрелке относительно рассматриваемого сечения, то поперечная сила положительна (рис. 6.3).

Изгибающий момент будет положительным, если при действии момента внешних сил балка искривляется выпуклостью вниз (рис. 6.4).



Рис. 6.3

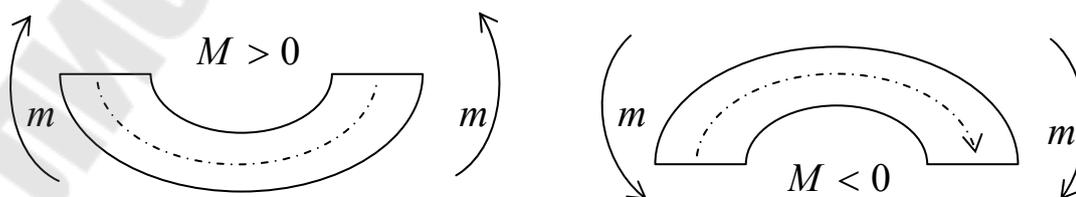


Рис. 6.4

Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов рассмотрим на конкретном примере.

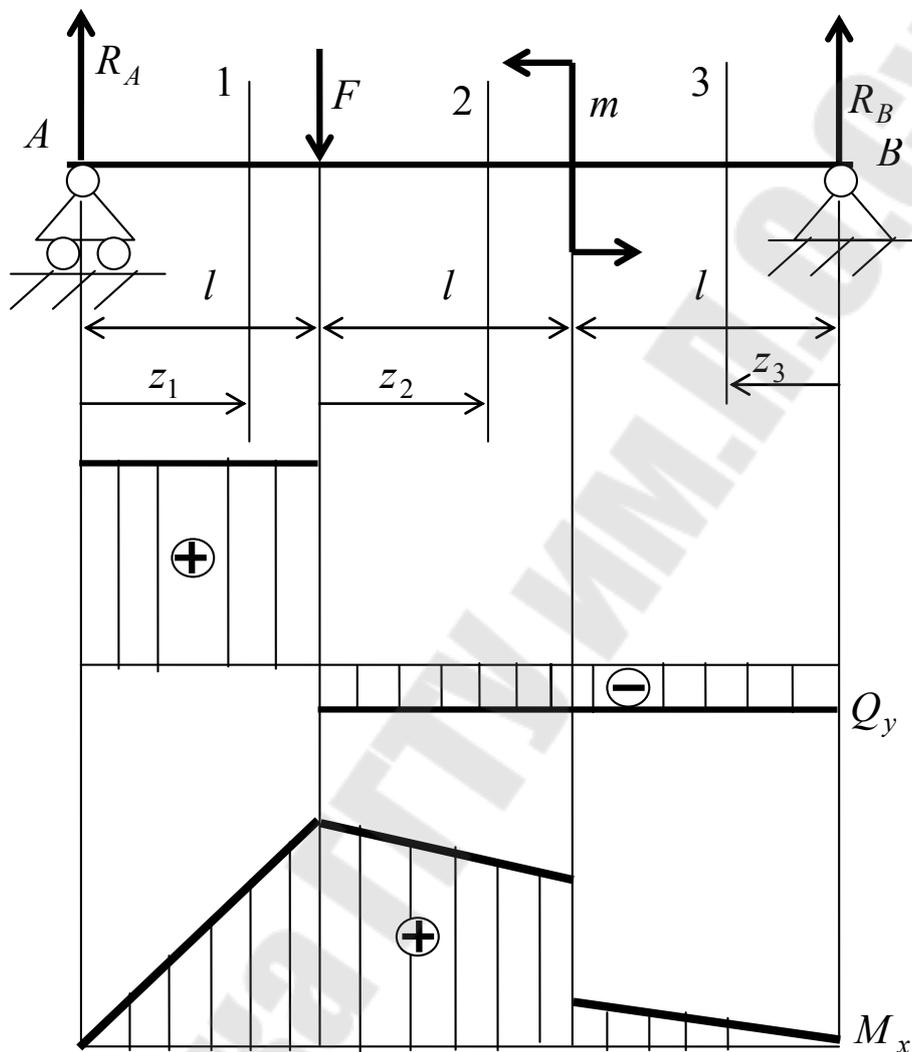


Рис. 6.5

Пусть на балку (рис. 6.5) действует внешний изгибающий момент $m = 6 \text{ кН} \cdot \text{м}$ и внешняя сила $F = 12 \text{ кН}$, $l = 1 \text{ м}$. Определим реакции в опорах A и B . Составим уравнения равновесия моментов всех внешних сил относительно опор A и B

$$\sum M_A = 0; \quad -F \cdot l + m + R_B \cdot 3l = 0;$$

$$\sum M_B = 0; \quad -R_A \cdot 3l + F \cdot 2l + m = 0,$$

откуда

$$R_B = \frac{F \cdot l - m}{3l} = \frac{12 \cdot 1 - 6}{3 \cdot 1} = 2 \text{ кН}; \quad R_A = \frac{F \cdot 2l + m}{3l} = \frac{12 \cdot 2 \cdot 1 + 6}{3 \cdot 1} = 10 \text{ кН}.$$

Проведем сечения на каждом характерном участке и определим значения поперечной силы Q_y и изгибающего момента M_x .

В сечении 1

$$Q_{y1} = R_A; \quad M_{x1} = R_A z_1, \quad \text{где } 0 \leq z_1 \leq l.$$

$$\text{При } z_1 = 0 \text{ м}; \quad Q_{y1} = 10 \text{ кН}; \quad M_{x1} = 10 \cdot 0 = 0 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } z_1 = l = 1 \text{ м}; \quad Q_{y1} = 10 \text{ кН}; \quad M_{x1} = 10 \cdot 1 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В сечении 2

$$Q_{y2} = R_A - F; \quad M_{x2} = R_A(l + z_2) - Fz_2, \quad \text{где } 0 \leq z_2 \leq l.$$

$$\text{При } z_2 = 0 \text{ м}, \quad Q_{y2} = 10 - 12 = -2 \text{ кН}; \quad M_{x2} = 10 \cdot 1 = 10 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } z_2 = l = 1 \text{ м}; \quad Q_{y2} = -2 \text{ кН}; \quad M_{x2} = 10(1 + 1) - 12 \cdot 1 = 8 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

В сечении 3

$$Q_{y3} = -R_B; \quad M_{x3} = R_B z_3; \quad 0 \leq z_3 \leq l.$$

$$\text{При } z_3 = 0; \quad Q_{y3} = -R_B = -2 \text{ кН}; \quad M_{x3} = 2 \cdot 0 = 0 \text{ кН} \cdot \text{м};$$

$$\text{при } z_3 = l = 1 \text{ м}; \quad Q_{y3} = -2 \text{ кН}; \quad M_{x3} = 2 \cdot 1 = 2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

По полученным значениям строим эпюры поперечных сил и изгибающих моментов (рис. 6.5).

Деформации при поперечном изгибе. Под действием внешней нагрузки F (рис. 6.6) ось балки искривляется, а ее поперечные сечения поворачиваются и смещаются на некоторую величину.

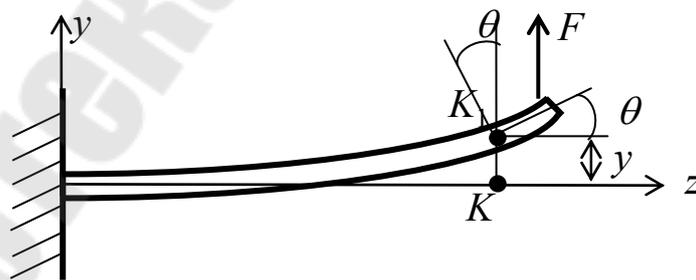


Рис. 6.6

Деформация балок рассматривается в виде двух параметров:

- 1) прогиб y - смещение центра тяжести сечения балки в направлении, перпендикулярном к ее оси;

2) угол поворота сечения θ - угол поворота сечения относительно своего первоначального положения.

Немецкий ученый О. Мор предложил универсальный метод для определения перемещений, пригодный для любой, линейно деформируемой системы при любой нагрузке.

Любое перемещение Δ (линейное или угловое) определяется с помощью интеграла Мора, который имеет вид:

$$\Delta = \int_0^l \frac{M \cdot \bar{M}}{EI} dz,$$

где M – момент от внешней нагрузки;

\bar{M} – момент от единичной нагрузки;

I – момент инерции поперечного сечения балки;

E – модуль упругости первого рода материала балки;

l – длина балки.

В общем случае аналитические выражения для M и \bar{M} могут быть различными на разных участках балки. В этом случае перемещение можно определить по следующей зависимости:

$$\Delta = \sum \int_0^l \frac{M \cdot \bar{M}}{EI} dz.$$

Вместо непосредственного вычисления интеграла Мора для прямолинейной балки можно применять графоаналитический способ, предложенный Верещагиным. Данный способ основан на перемножении площади эпюры от внешней нагрузки и на ординату эпюры от единичной нагрузки, находящейся под центром тяжести грузовой эпюры.

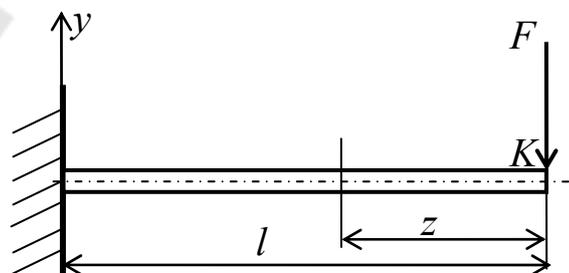


Рис. 6.7

Определения перемещения с помощью интеграла Мора и по правилу Верещагина рассмотрим на конкретном примере.

Пусть на консольную балку (рис. 6.7) длиной l в точке K действует сила F . Уравнение изгибающего момента от внешней силы

$$M = -F \cdot z.$$

Приложим в точке K единичную нагрузку (рис. 6.8). Уравнение изгибающего момента от единичной нагрузки

$$\bar{M} = -1 \cdot z.$$

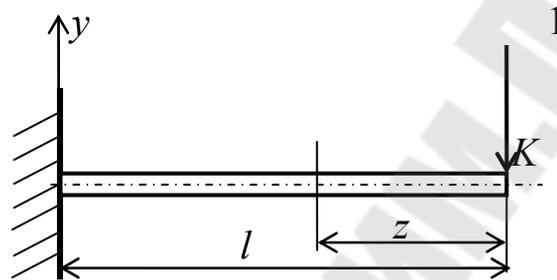


Рис. 6.8

Используя интеграл Мора, определим перемещение точки K .

$$y_K = \int_0^l \frac{M \cdot \bar{M}}{EI} dz = \frac{1}{EI} \int_0^l F \cdot z \cdot 1 \cdot z \cdot dz = \frac{Fl^3}{3EI}.$$

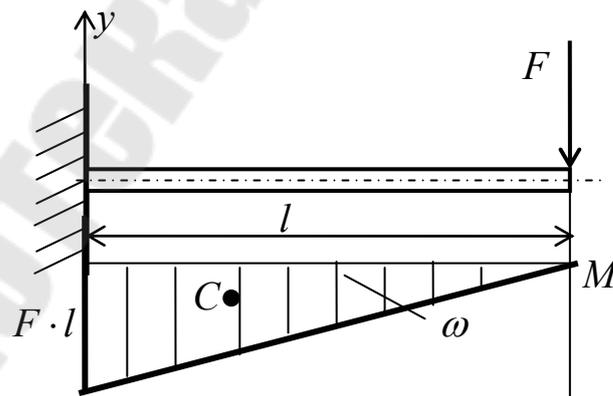


Рис. 6.9

Для определения перемещения по правилу Верещагина построим эпюры изгибающих моментов от силы F (рис. 6.9) и единичной силы (рис. 6.10).

Строим эпюру изгибающих сил от силы F

$$M = -F \cdot l.$$

Площадь грузовой эпюры

$$\omega = \frac{1}{2} F \cdot l \cdot l = \frac{1}{2} F \cdot l^2.$$

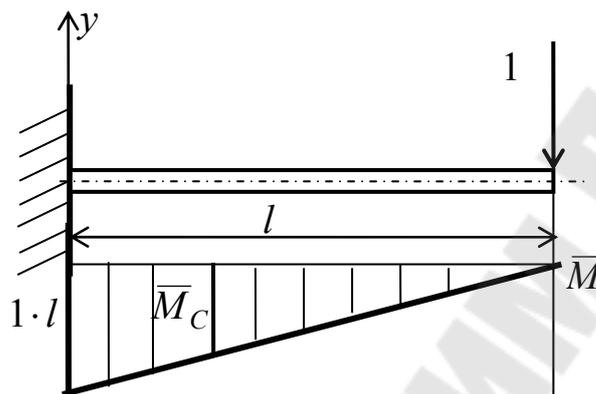


Рис. 6.10

Строим эпюру изгибающих моментов от единичной силы

$$M_1 = -1 \cdot l.$$

Значение единичного момента под центром тяжести грузовой эпюры

$$\bar{M}_C = \frac{2}{3} l.$$

Перемещение точки K определяем по следующей формуле:

$$y_K = \frac{1}{EI} \omega \cdot \bar{M}_C = \frac{1}{EI} \frac{1}{2} F \cdot l^2 \frac{2}{3} l = \frac{F \cdot l^3}{3EI}.$$

Если необходимо определить угол поворота сечения θ , то необходимо приложить единичный момент $m = 1$.

Тема 7. Гипотезы предельного состояния

Основные положения. Для определения напряженного состояния в какой-либо точке тела нужно вокруг этой точки выделить элементарный параллелепипед. В общем случае по граням этого параллелепипеда будут действовать нормальные и касательные напряжения. Зная эти напряжения можно определить главные площадки, по которым будут действовать только нормальные напряжения σ_1 , σ_2 и σ_3 , которые называются главными напряжениями.

Опыты показывают, что начало стадии пластических деформаций, и характер разрушения зависит от модуля, знака и соотношения главных напряжений. Поэтому, чтобы судить о прочности материала при сложном напряженном состоянии, нужно знать в какой момент при той или иной комбинации главных напряжений наступает опасное состояние материала.

В связи с этим возникает задача, что, зная максимально допустимое напряжение при простом растяжении, найти равное эквивалентное ему напряжение из комбинации главных напряжений при сложном напряженном состоянии.

Единственным практическим путем решения этой задачи является установление общих критериев разрушения, которые позволили бы оценить опасность перехода материала в предельное состояние при сложном напряженном состоянии, используя лишь данные опытов на растяжение. Так как универсального критерия, позволяющего рассчитать предельное состояние для любого материала, нет, то было разработано несколько различных теорий прочности.

Гипотезы прочности представляют собой предположения о преимущественном влиянии на прочность материала того или иного фактора.

Наиболее важными факторами, связанными с возникновением опасного состояния материала являются: нормальные и касательные напряжения, линейные деформации и потенциальная энергия деформации. Универсального критерия

Эквивалентным напряжением называется напряжение, которое следует создать в растянутом образце, чтобы его напряженное состояние стало равноопасным заданному напряженному состоянию.

Заменяя сложное напряженное состояние эквивалентным растяжением, получаем возможность использовать при сложном напряженном состоянии условие прочности при простом растяжении:

$$\sigma_{\text{экв}} \leq [\sigma_p].$$

Гипотеза наибольших нормальных напряжений. Эта гипотеза была выдвинута Галилеем 1638 году и носит название первой теорией прочности.

В основу теории наибольших напряжений положена гипотеза о преимущественном влиянии наибольших по абсолютной величине нормальных напряжений.

Согласно этой теории прочности опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда наибольшее по модулю главное напряжений достигает предельного значения для заданного материала при простом растяжении (сжатии).

Условия прочности при растяжении и сжатии имеют вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 \leq [\sigma_p] \quad \text{или} \quad \sigma_{\text{экв}} = \sigma_3 \leq [\sigma_{\text{сж}}].$$

Эта теория прочности дает положительные результаты лишь только тогда, когда главное напряжение σ_1 по абсолютной величине значительно больше напряжений σ_2 и σ_3 . Она применяется лишь для некоторых хрупких материалов.

Гипотеза наибольших линейных деформаций. Эта гипотеза была выдвинута Мариоттом в 1682 году и носит название второй теории прочности.

Согласно данной теории прочности опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда наибольшее по модулю относительная линейная деформация достигает предельного значения при простом растяжении или сжатии.

Максимальные относительные деформации согласно обобщенному закону Гука определяются при растяжении и сжатии соответственно по зависимостям:

$$\varepsilon_{\text{max}} = \varepsilon_1 = \frac{1}{E} [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)]; \quad \varepsilon_{\text{max}} = |\varepsilon_3| = \frac{1}{E} [\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)].$$

Предельное значение относительной деформации при растяжении

$$\varepsilon_{\text{пред}} = \frac{\sigma_{\text{в}}}{E}.$$

Откуда получаем

$$[\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] = \sigma_v.$$

Тогда условия прочности при растяжении и сжатии имеют вид:

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = [\sigma_1 - \mu(\sigma_2 + \sigma_3)] \leq [\sigma_p] \quad \sigma_{\text{ЭКВ}} = [\sigma_3 - \mu(\sigma_2 + \sigma_1)] \leq [\sigma_{\text{сж}}]$$

Экспериментальная проверка данной гипотезы выявила ряд существенных недостатков, поэтому она не применяется для расчетов.

Следует отметить, что первая и вторая теории прочности не могут объяснить причин разрушения образца при одноосном сжатии.

Гипотеза наибольших касательных напряжений. Эта гипотеза была выдвинута Кулоном в 1773 году и носит название третьей теории прочности.

Согласно данной теории прочности опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда наибольшее касательное напряжение достигает значения, предельного для данного материала.

При объемном напряженном состоянии

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}.$$

Условие прочности по третьей теории прочности имеет вид

$$\tau_{\text{max}} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \leq [\tau] = \frac{[\sigma_p]}{2},$$

или

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \sigma_1 - \sigma_3 \leq [\sigma_p].$$

Во многих практических случаях для расчета пластичных материалов третья теория прочности дает удовлетворительные результаты. Для хрупких материалов она не применима.

Подставляя значения главных нормальных напряжений, выраженных через нормальные и касательные напряжения, получаем

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p].$$

Гипотеза энергии формоизменения. Эта гипотеза была выдвинута Бельтрами в 1885 году и Губером в 1904 году и носит название четвертой теории прочности.

Согласно данной теории прочности опасное состояние материала при сложном напряженном состоянии наступает тогда, когда удельная потенциальная энергия изменения формы достигает предельного для данного материала значения.

При объемном напряженном состоянии удельная потенциальная энергия изменения формы, выраженная через главные напряжения, определяется следующим уравнением:

$$u_{\phi} = \frac{1 + \mu}{6E} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2].$$

Предельное значение при простом растяжении

$$u_{\phi \text{ пред}}^p = \frac{1 + \mu}{3E} \sigma_T^2.$$

Условие прочности в этом случае имеет вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]} \leq [\sigma_p]$$

Подставляя значения главных нормальных напряжений, выраженных через нормальные и касательные напряжения, получаем

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2}.$$

Как и третья теория прочности дает удовлетворительные результаты для пластичных материалов. Для хрупких материалов она также не применима.

Гипотеза прочности Мора (пятая теория прочности). Гипотеза прочности Мора позволяет учесть различие в свойствах материала при растяжении и сжатии. Ее можно получить путем модификации гипотезы наибольших касательных напряжений.

Условие прочности по гипотезе Мора имеет следующий вид:

$$\sigma_{\text{экв}} = \sigma_1 - k\sigma_3 \leq [\sigma_p] \quad k \approx \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_{\text{сж}}]}$$

Достаточно точные результаты гипотеза Мора дает для напряженных состояний, когда σ_1 и σ_3 имеют разные знаки.

Кроме рассмотренных теорий прочности в течение первой половины XX в. и до настоящего времени был предложен ряд новых теорий, однако как правило они базируются на одной из классических, но с введением дополнительных условий.

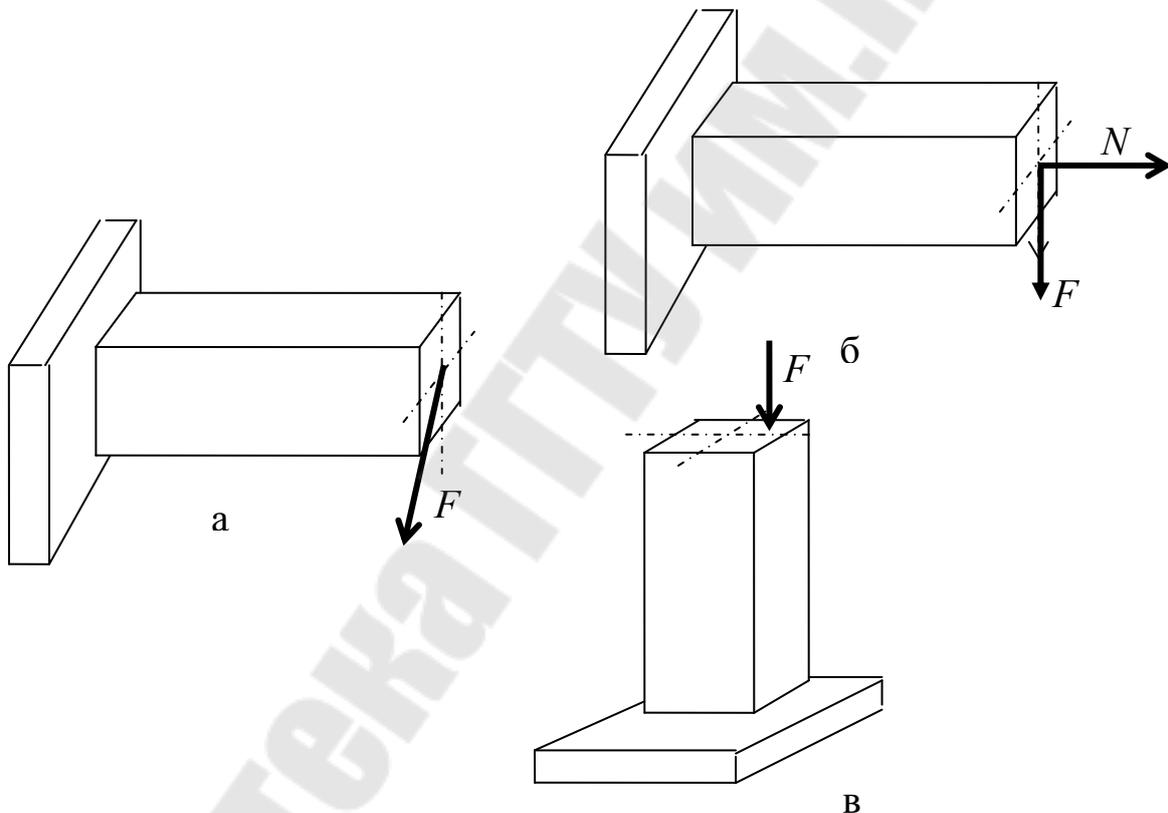


Рис. 7.1

Понятие о сложном сопротивлении. К сложному сопротивлению относятся такие виды нагружения бруса, при которых в поперечных сечениях возникают одновременно не менее двух внутренних силовых факторов. Исключением является поперечный изгиб, который не принято рассматривать как случай сложного сопротивления, хотя в сечениях возникает изгибающий момент и поперечная сила. Это связано с тем, что в большинстве случаев расчеты на прочность и жесткость проводятся без учета влияния поперечной силы.

Случаи сложного сопротивления можно словно разделить на две группы.

К первой группе относятся такие случаи сложного сопротивления, когда в опасных точках бруса напряженное состояние является одноосным. В эту группу относят кривой изгиб (рис. 7.1,а), изгиб с растяжением (рис. 7.2,б), внецентренное растяжение-сжатие (рис. 7.3,в) и др.

При кривой изгибе условие прочности имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max} + \frac{M_y}{I_y} x_{\max} \leq [\sigma_p]$$

Условие прочности при изгибе с растяжением, пренебрегая действием поперечных сил, имеет вид:

$$\sigma_{\max} = \frac{M_x}{I_x} y_{\max} + \frac{N}{A} \leq [\sigma_p].$$

Ко второй группе относятся такие случаи сложного сопротивления, когда напряженное состояние является плоским. Например, изгиб с кручением (рис. 7.2).

Для случая нагружения, относящейся к первой группе, в отличие от второй группы, нет необходимости в применении гипотез прочности.

Изгиб с кручением. На практике часто встречаются стержни круглого и некруглого сечения, подверженные одновременному действию крутящих и изгибающих моментов.

Такому нагружению подвержены валы машин и механизмов и многих других конструкций.

Для расчета бруса необходимо в первую очередь установить опасные сечения. Для этого необходимо построить эпюры изгибающих и крутящих моментов (рис. 7.2). Начнем с того, что, пользуясь принципом независимости действия сил, определим отдельно напряжения, возникающие в брус при кручении, и отдельно при изгибе.

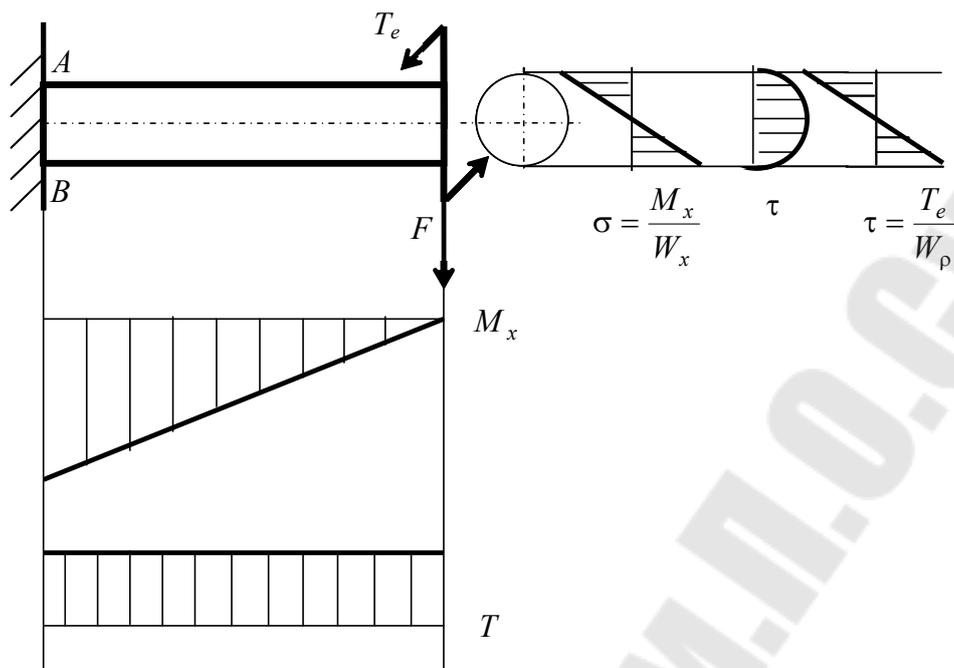


Рис. 7.2

От кручения в поперечных сечениях бруса возникают касательные напряжения, достигающие наибольшего значения в точках контура сечения

$$\tau = \frac{T_e}{W_p}.$$

При изгибе в поперечных сечениях бруса возникают нормальные напряжения, достигающие наибольшего значения в крайних волокнах бруса

$$\sigma = \frac{M_x}{W_x}$$

и касательные напряжения, достигающие наибольшего значения у нейтральной оси, и определяемые по формуле Журавского

$$\tau = \frac{Q_y S_{x0}}{I_x b}.$$

Эти напряжения значительно меньше напряжений от крутящего момента, поэтому ими пренебрегают.

Опасное сечение бруса будет у заделки, где действуют максимальные напряжения от изгиба и кручения. Опасными точками будут точки A и B .

Рассмотрим напряженное состояние в наиболее опасной точке A (рис. 7.3). Так как напряженное состояние двухосное, то для проверки прочности применяет одну из гипотез.

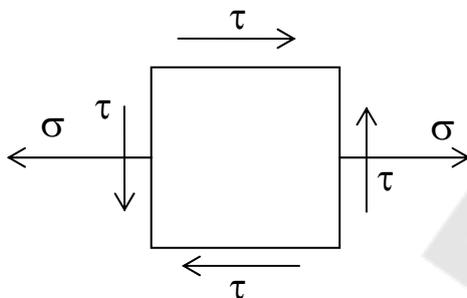


Рис. 7.3

Применим третью теорию прочности

$$\sigma_{\text{экв}} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p].$$

Учитывая, что $\sigma = \frac{M_x}{W_x}$ и $\tau = \frac{T_e}{2W_x}$, получаем

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{\sqrt{M_x^2 + T_e^2}}{W_x} \leq [\sigma_p].$$

Отсюда для подбора сечения находим требуемый момент сопротивления

$$W_x \geq \frac{\sqrt{M_x^2 + T_e^2}}{[\sigma_p]}.$$

При проверочных расчетах, когда диаметр вала известен, коэффициент запаса прочности s вычисляется по формуле

$$s = \frac{\sigma_T}{\sigma_{\text{экв}}}.$$

Тема 8. Устойчивость сжатых стержней

Устойчивые и неустойчивые формы равновесия. Соблюдение условий прочности и жесткости еще не гарантирует способности конструкций выполнять, предназначенные им функции в эксплуатационных режимах. Наряду с выполнением условий прочности и жесткости, необходимо обеспечить и *устойчивость конструкций*.

При неизменной схеме нагружения, под устойчивостью понимается свойство способности системы сохранять свое первоначальное равновесное состояние. Значения внешних сил, при которых происходит потеря устойчивости, называются *критическими*.

Рассмотрим длинный тонкий стержень (рис. 8.1,а) нагруженный осевой сжимающей силой F . В этом случае возможны две формы равновесия стержня: прямолинейная и криволинейная. При малых значениях силы F стержень сжимается, оставаясь прямолинейным. Если его вывести из положения равновесия, то под действием упругих сил стержень, поколебавшись около положения равновесия, примет начальную форму. В этом случае устойчивой является прямолинейная форма (рис. 8,а).

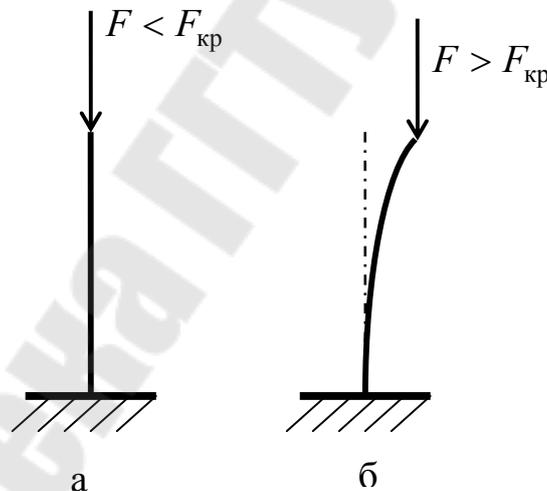


Рис. 8.1

Если увеличить сжимающую силу F , то при некотором ее значении отклоненный от вертикального положения стержень не возвратится к первоначальному положению по устранению причины, отклонившей его. В этом случае устойчивой является криволинейная форма равновесия (рис. 8.1,б).

Значение силы, при которой первоначальная форма равновесия упругого тела становится неустойчивой, называется критической силой. Наименьшее значение сжимающей силы, при котором сжатый

стержень теряет способность сохранять прямолинейную форму устойчивого равновесия, так же называют критической силой и обозначают $F_{кр}$.

Определение критической силы. Формула Эйлера. Рассмотрим решение задачи об устойчивости сжатого стержня силой $F_{кр}$, у которого оба конца закреплены шарнирно (рис. 8.2). Стержень искривился так, что в сечении z прогиб составил y .

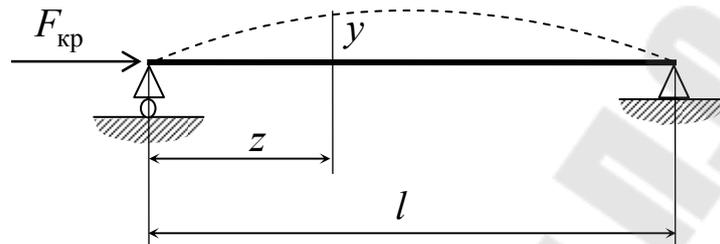


Рис. 8.2

Записывая дифференциальное уравнение упругой линии балки, и ограничиваясь рассмотрением только малых перемещений, имеем:

$$EI_x y''(z) = M_x(z),$$

где $I_x = I_{\min}$ – минимальный момент инерции сечения.

Изгибающий момент $M_x(z)$, действующий в поперечном сечении стержня, расположенного на расстоянии z от начала системы координат, будет равен

$$M_x = -F_{кр} y.$$

При положительном прогибе в выбранной системе координат знак “минус” означает, что момент является отрицательным. Дифференциальное уравнение изогнутой оси балки в направлении минимальной жесткости в этом случае будет иметь вид:

$$EI_{\min} y'' + F_{кр} y = 0.$$

Обозначая $\frac{F_{кр}}{EI_x} = k^2$, получим линейное дифференциальное уравнение второго порядка относительно прогиба y

$$y'' + k^2 y = 0$$

Общее решение данного уравнения имеет вид

$$y = A \cos kz + B \sin kz$$

где A и B – постоянные интегрирования.

Постоянные интегрирования определяем из условий равенства нулю прогибов стержня на опорах. В этом случае имеем: при $z=0$, $y=0$, $A=0$; $z=l$, $y=0$, $B \sin kl = 0$. Последнее соотношение справедливо при $kl = \pi n$ (n – любое целое число).

Откуда $k = \frac{\pi n}{l}$, с учетом принятого ранее обозначения, получим

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 I_{\min} E n^2}{l^2}.$$

Минимальное действительное значение критической силы получится при $n=1$.

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 I_{\min} E}{l^2},$$

Это и есть *формула Эйлера* для определения критической силы.

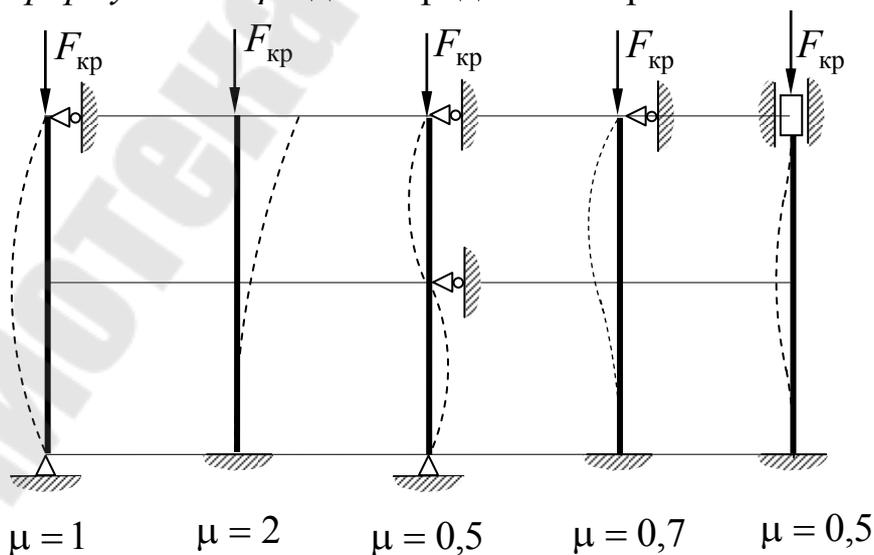


Рис. 8.3

Влияние способов закрепления концов стержня на критическую силу. Формула Эйлера получена для случая шарнирного закрепления концов стержня, когда потеря устойчивости происходит по одной полуволне. Для других случаев закрепления формула Эйлера принимает вид

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 I_{\text{min}} E}{(\mu l)^2},$$

где μ – коэффициент приведения длины, зависящий от способа закрепления концов стержня (рис. 8.3).

Критическое напряжение равно

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{F_{\text{кр}}}{A} = \frac{\pi^2 E I_{\text{min}}}{(\mu l)^2 A} = \frac{\pi^2 E i_{\text{min}}^2}{(\mu l)^2} = \frac{\pi^2 E}{\left(\frac{\mu l}{i_{\text{min}}}\right)^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2},$$

где $i_{\text{min}} = \sqrt{\frac{I_{\text{min}}}{A}}$ – минимальный радиус инерции;

$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\text{min}}}$ – гибкость стержня.

Пределы применимости формулы Эйлера. При выводе формулы для критических сил и напряжений, использовалось приближенное дифференциальное уравнение изогнутой оси балки, которое было получено в предположении, что материал стержня подчиняется закону Гука. Таким образом, формулу Эйлера можно применять только для значений напряжений, меньших или равных пределу пропорциональности

$$\sigma_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \leq \sigma_{\text{пц}},$$

откуда $\lambda \geq \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пр}}}}$. Таким образом, формула Эйлера может приме-

няться при условии, что $\lambda \geq \lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пр}}}}$.

В случаях, когда гибкость стержня $\lambda < \lambda_{\text{пред}}$ критическое напряжение определяется по эмпирическим зависимостям. В частности, Ф.С. Ясинский предложил следующую формулу для критических по устойчивости напряжений:

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda,$$

где a, b – постоянные величины, зависящие от материала стержня.

Тема 9. Прочность при переменных напряжениях

Механизм усталостного разрушения. В процессе эксплуатации большинство деталей машин и механизмов подвергаются циклически изменяющимся во времени воздействиям. Несмотря на то, что значение возникающих в деталях машин максимальных напряжений меньше предела прочности, спустя некоторое время при действии переменного напряжения в них возникают трещины, и они разрушаются.

Начало разрушения носит чисто местный характер. Микротрещина образуется в зоне повышенных напряжений, обусловленных конструктивными, технологическими или структурными факторами. При многократном изменении напряжений кристаллы, расположенные в зоне микротрещины, начинают разрушаться, и она проникает в глубь тела.

Контактируемые поверхности в зоне образовавшейся трещины испытывают контактное взаимодействие, в результате чего происходит истирание кристаллов, а поверхности приобретают внешний вид мелкозернистой структуры.

Поперечное сечение в результате развития трещины ослабляется и на последнем этапе происходит внезапное разрушение. Излом при этом имеет характерную поверхность с чистыми неповрежденными кристаллами.

Процесс постепенного накопления повреждений в материале под действием переменных напряжений, приводящих к разрушению, называется *усталостью*. Свойство материала противостоять усталости называется *выносливостью*.

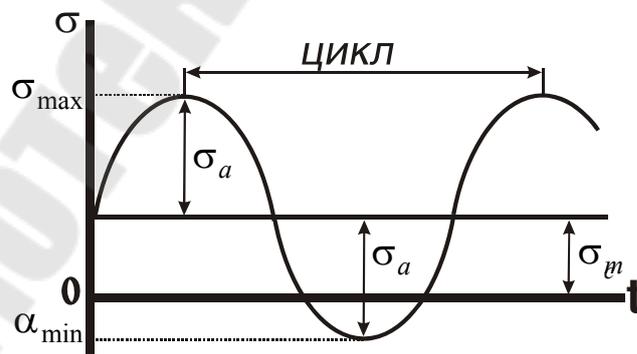


Рис. 9.1

Основные характеристики цикла и предел усталости. При рассмотрении периодической циклической нагрузки обычно ог-

раничиваются синусоидальным законом изменения напряжений (рис. 9.1) время цикла которого $T_{\text{цикл}}$.

Среднее напряжение и амплитуда переменного напряжения цикла определяются по зависимостям

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}, \quad \sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}.$$

Максимальное и минимальное напряжения цикла равны:

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a, \quad \sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a.$$

Для характеристики циклов нагружения используются коэффициент асимметрии цикла $r = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$.

Если $r = -1$, то цикл называется симметричным.

Если $r \neq -1$, то цикл называется асимметричным.

Если $r = 0$, то цикл называется пульсационным.

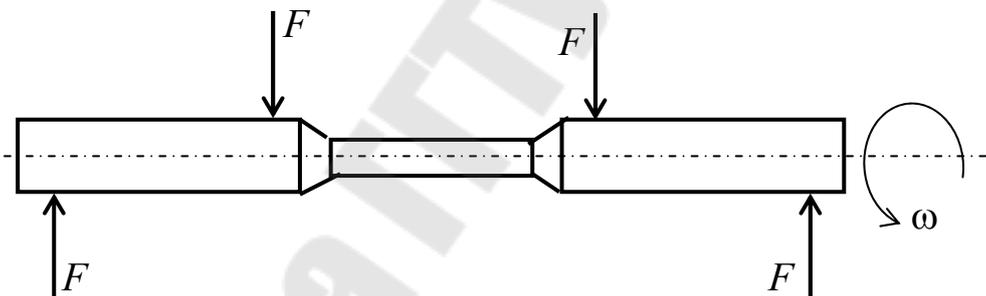


Рис. 9.2

Наиболее распространенными являются испытания в условиях симметричного цикла. При этом обычно используется принцип чистого изгиба вращающегося образца (рис. 9.2). Для испытаний в условиях несимметричных циклов используются либо специальные машины, либо же вводятся дополнительные приспособления. Так, например, можно на испытуемом образце установить пружину, создающую постоянное растяжение образца с напряжением σ_m . Во время испытания на это напряжение накладывается напряжение от изгиба, меняющееся по симметричному циклу. Путем многократных испытаний определяется число циклов, которое выдерживает образец до разрушения, в зависимости от величины напряжения σ в поперечном

сечении образца. Эта зависимость имеет вид кривой, показанной на рис. 9.3.

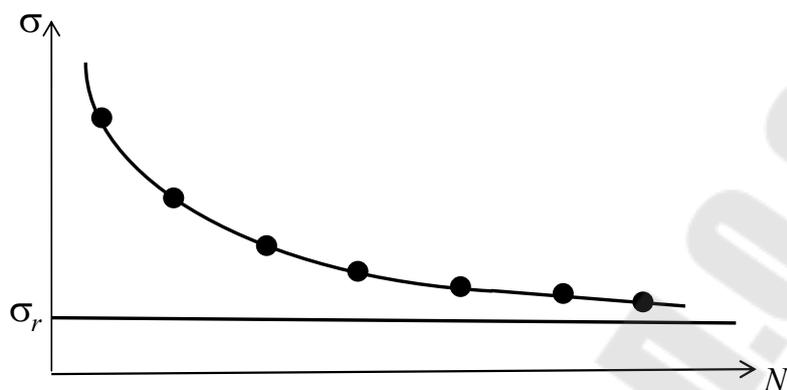


Рис. 9.3

Как показывают опыты, что для большинства черных металлов можно определить такое наибольшее максимальное напряжение, при котором материал не разрушается при любом числе циклов. Такое напряжение называется *пределом усталости*, или *пределом выносливости*. Предел выносливости обозначается через σ_r , где индекс r соответствует коэффициенту цикла. Предел выносливости для симметричного цикла имеет обозначение σ_{-1} , а для пульсирующего — σ_0 .

Для цветных металлов и для закаленных до высокой твердости сталей не удастся установить такое число циклов, выдержав которое, образец не разрушился бы в дальнейшем. Поэтому в подобных случаях вводится понятие условного предела выносливости. За *условный предел выносливости* принимается напряжение, при котором образец способен выдержать 10^6 циклов.

Так как определение предела выносливости является трудоемкой операцией, поэтому его определяют по эмпирическим формулам через известные механические характеристики материала. Обычно считается, что для сталей предел выносливости при изгибе составляет половину от предела прочности:

$$\sigma_{-1} \approx (0,4 \dots 0,5) \sigma_B.$$

Для высокопрочных сталей можно принять:

$$\sigma_{-1} \approx 400 + \frac{1}{6} \sigma_B.$$

Для цветных металлов предел выносливости изменяется в более широких пределах:

$$\sigma_{-1} \approx (0,25 \dots 0,5)\sigma_B$$

Аналогично испытанию на чистый изгиб можно вести испытание на кручение в условиях циклически изменяющихся напряжений. В этом случае:

$$\tau_{-1} \approx (0,2 \dots 0,3)\sigma_B$$

Факторы, влияющие на сопротивление усталостному разрешению. На величину предела выносливости влияют: форма детали, качество обработки поверхности, абсолютные размеры детали, вид цикла изменения напряжений, частота циклов, эксплуатационные и другие факторы.

Влияние формы детали (концентрации напряжений) учитывается эффективным коэффициентом концентрации

$$k_\sigma = \frac{\sigma_{-1}}{\sigma_{-1k}}; \quad k_\tau = \frac{\tau_{-1}}{\tau_{-1k}},$$

где σ_{-1} - предел выносливости стандартного образца при испытании на изгиб;

σ_{-1k} - предел выносливости образца при испытании на изгиб с концентратором;

τ_{-1} - предел выносливости стандартного образца при испытании на кручение;

τ_{-1k} - предел выносливости образца при испытании на кручение с концентратором.

Влияние абсолютных размеров учитывается масштабным фактором

$$\varepsilon_\sigma = \frac{\sigma_{-1д}}{\sigma_{-1}}; \quad \varepsilon_\tau = \frac{\tau_{-1д}}{\tau_{-1}},$$

где $\sigma_{-1д}$ – предел выносливости образца заданного размера при испытании на изгиб;

$\tau_{-1д}$ – предел выносливости образца заданного размера при испытании на кручение;

Чем больше размер образца, тем предел выносливости ниже.

Влияние качества обработанной поверхности учитывается коэффициентом качества поверхности

$$\beta_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1п}}{\sigma_{-1}}; \beta_{\tau} = \frac{\tau_{-1п}}{\tau_{-1}},$$

где $\sigma_{-1п}$ - предел выносливости образца с заданной обработкой поверхности при испытании на изгиб;

$\tau_{-1п}$ - предел выносливости образца с заданной обработкой поверхности при испытании на кручение.

При этом учитывается влияние механической (точение, шлифование, полировка, накатывание, дробеструйная обработка), термической (закалка, отпуск), химической (азотирование) и других видов обработки поверхности.

Определение коэффициента запаса прочности. При симметричном цикле напряжений коэффициенты запаса прочности по нормальным и касательным напряжениям вычисляются по зависимостям:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}\beta_{\sigma}}\sigma_{\max}}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}\beta_{\tau}}\tau_{\max}}.$$

При сложном напряженном состоянии коэффициент запаса прочности вычисляется по формуле:

$$n = \frac{n_{\sigma}n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}}.$$

При несимметричном цикле напряжений коэффициенты запаса прочности определяются по зависимостям:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma}\beta_{\sigma}}\sigma_{\max} + \psi_{\sigma}\sigma_m}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau}\beta_{\tau}}\tau_{\max} + \psi_{\tau}\tau_m},$$

где ψ_σ, ψ_τ – эмпирические величины, определяемые на основе обработки экспериментальных данных.

При сложном напряженном состоянии, возникающем, например, при кручении с изгибом, коэффициент запаса прочности определяется по эмпирической формуле Гафа и Полларда

$$n = \frac{n_\sigma n_\tau}{\sqrt{n_\sigma^2 + n_\tau^2}}.$$

Тема 10. Расчет тонкостенных симметричных оболочек и толстостенных цилиндров

Тонкостенные оболочки. В различных областях техники применяются цистерны, резервуары, баллоны и т.д., у которых толщина весьма мала по сравнению с радиусами кривизны их поверхностей. С точки зрения их расчета они могут быть отнесены к тонкостенным оболочкам.

Тонкостенной осесимметричной оболочкой называется оболочка, имеющая форму тела вращения, т.е. оболочка полярно симметричная относительно некоторой оси.

Геометрическое место точек, равноотстоящих от наружной и внутренней поверхностей оболочки, называется срединной поверхностью. Если срединная поверхность образует сферу, конус, цилиндр или его части, то оболочку соответственно называют сферической, конусной и цилиндрической.

Важной особенностью таких оболочек является то, что действующие на их внутреннюю поверхность силовые факторы перпендикулярны этой поверхности и симметричны относительно оболочки поверхности.

В общем случае в сечении оболочки действуют нормальные усилия N_1 и N_2 , касательные усилия S_1 и S_2 , поперечные силы Q_1 и Q_2 , изгибающие моменты M_1 и M_2 и крутящие моменты M_{1kp} и M_{2kp} (рис. 10.1).

Если оболочка представляет собой тело вращения и нагрузка симметрична относительно оси вращения, то задача называется осесимметричной. В этом случае $M_{1kp} = M_{2kp} = S_1 = S_2 = 0$, $Q_1 = 0$ или $Q_2 = 0$

В случае, когда напряжения, возникающие в оболочке, постоянны по толщине и изгиб отсутствует, т.е. $M_{1kp} = M_{2kp} = 0$, $Q_1 = Q_2 = 0$, $M_1 = M_2 = 0$, то получаем уравнения безмоментной теории оболочек. По безмоментной теории рассчитывают многие машиностроительные и строительные конструкции.

Наиболее простыми являются уравнения осесимметричной безмоментной теории оболочек, когда отличными от нуля только нормальные усилия N_1 и N_2 .

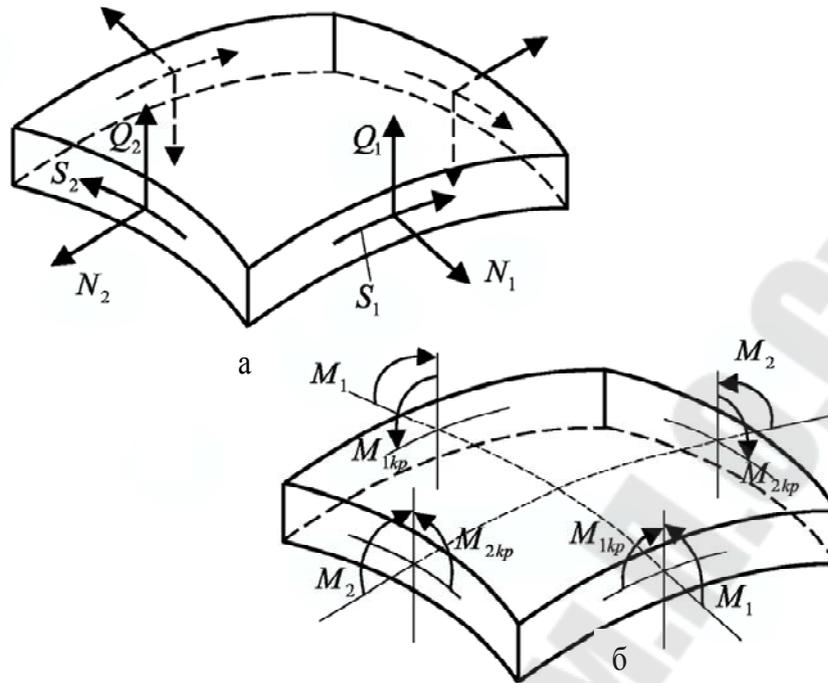


Рис. 10.1

Определение напряжений в осесимметричных оболочках по безмоментной теории. Рассмотрим сосуд, имеющий форму тела вращения и подверженный внутреннему давлению p , симметрично распределенному относительно оси вращения (рис. 10.2).

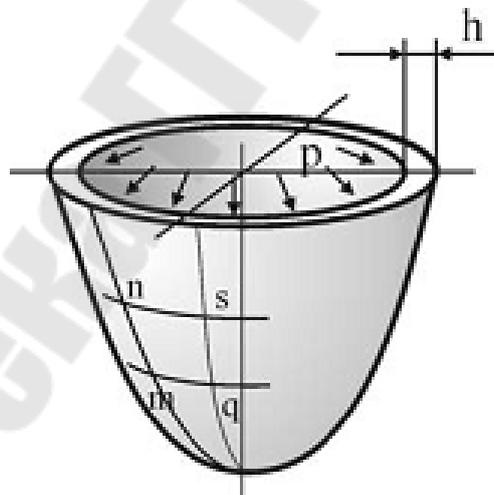


Рис. 10.2

Выделим элемент $mnsq$, вырезанный из стенки сосуда двумя меридиональными сечениями mn и sq и двумя сечениями mq и ns , нормальными к меридиану.

Из-за симметрии по граням элемента $mnsq$ будут действовать только нормальные напряжения: меридиональные σ_m и окружные σ_t ,

равнодействующая которых и будет уравновешивать внутреннее давление в сосуде (рис. 10.3)

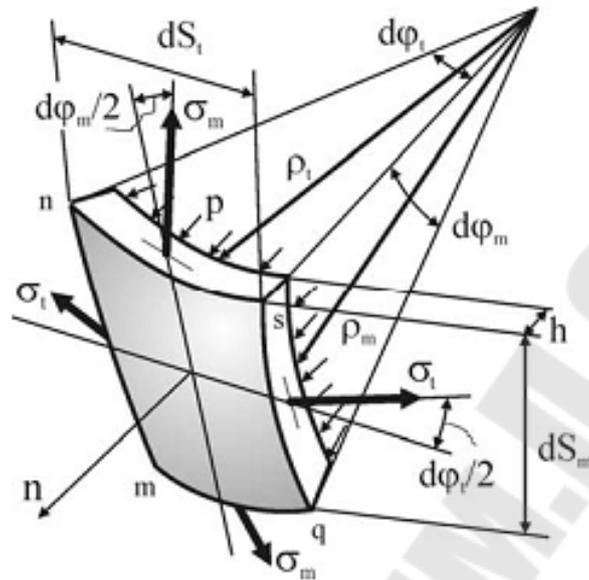


Рис. 10.3

Уравнение равновесия элемента $mnsq$ в проекциях всех сил на нормаль n к его поверхности

$$2\sigma_m \cdot h \cdot ds_t \sin \frac{d\varphi_m}{2} + 2\sigma_t \cdot h \cdot ds_m \sin \frac{d\varphi_t}{2} - p \cdot ds_t ds_m = 0,$$

где h – толщина стенки оболочки;

ds_t, ds_m – размеры элемента в окружном и меридиональном направлениях;

$d\varphi_t, d\varphi_m$ – центральные углы в окружном и меридиональном направлениях, соответствующие граням элемента.

Учитывая, что $\sin(d\varphi/2) \approx d\varphi/2$, а также $d\varphi_t = ds_t/\rho_t$ и $d\varphi_m = ds_m/\rho_m$, перепишем уравнение в следующем виде

$$\sigma_m \cdot h \cdot ds_t \cdot \frac{ds_m}{\rho_m} + 2\sigma_t \cdot h \cdot ds_m \cdot \frac{ds_t}{\rho_t} - p \cdot ds_t \cdot ds_m = 0, \text{ откуда}$$

$$\frac{\sigma_m}{\rho_m} + \frac{\sigma_t}{\rho_t} = \frac{p}{h}.$$

Данное уравнение впервые получено Лапласом и называется *уравнением Лапласа* для тонкостенных сосудов вращения.

Рассмотрим уравнение равновесия нижней части резервуара с сечением радиуса r (рис. 10.4)

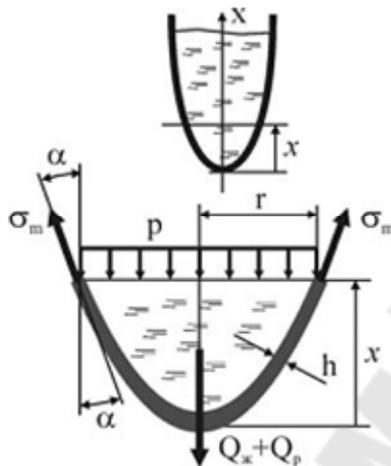


Рис. 10.4

В этом случае давление p жидкости в отрезанной части сосуда, ее собственный вес $Q_{ж}$ и вес самого отсеченного резервуара $Q_{р}$ будут уравниваться равнодействующей меридиональных напряжений, действующих на грани отсеченной части

$$\sigma_m \cdot 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \cos \alpha - p \cdot \pi \cdot r^2 - Q_{ж} - Q_{р} = 0, \text{ откуда}$$

$$\sigma_m = \frac{pr}{2h \cos \alpha} + \frac{Q_{ж} + Q_{р}}{2\pi r h \cos \alpha}$$

Данная зависимость называется *уравнением зоны*. Зная уравнение меридиональной кривой можно определить $\alpha, r, Q_{ж}$ и $Q_{р}$, а, следовательно, и σ_m .

Расчет на прочность толстостенных цилиндров. Рассмотрим полый круглый цилиндр (рис. 10.5) со стенкой постоянной величины t подверженный действию внутреннего давления p_v и наружного давления p_n . Вследствие симметрии цилиндра и нагрузок. Возникающие деформации и напряжения будут также симметричны относительно оси.

Под толстостенным цилиндром понимается такой цилиндр, для которого $t \geq 0,1D$

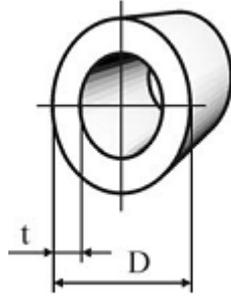


Рис. 10.5

Решение таких задач было предложено Ляме.

Статическая сторона задачи. Рассмотрим равновесие элементарной трапеции $ABCD$, выделенной в сечении цилиндра и соответствующей центральному углу $d\theta$ (рис. 10.6)

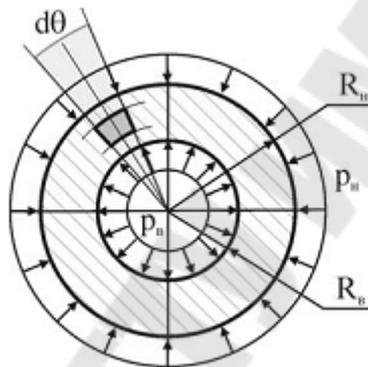


Рис. 10.6

На боковых гранях трапеции AB и CD действуют окружные напряжения σ_θ на внутренней поверхности, выделенного элемента, AD действуют радиальные напряжения σ_r , а на внешней BC – радиальные напряжения $\sigma_r + d\sigma_r$ (рис. 10.7)

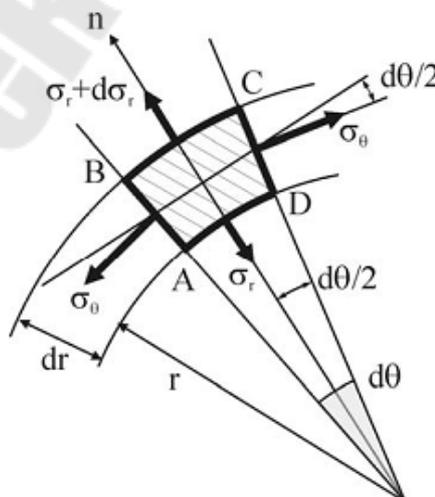


Рис. 10.7

Вследствие осевой симметрии цилиндра и нагрузки на гранях выделенного элемента не будут возникать касательные напряжения, а это означает, что напряжения σ_θ и σ_r будут главными.

Составим уравнение равновесия в виде проекций всех сил на нормаль к цилиндрической поверхности

$$-\sigma_r \cdot r \cdot d\theta + (\sigma_r + d\sigma_r)(r + dr) \cdot d\theta - 2\sigma_\theta \cdot dr \cdot \sin \frac{d\theta}{2} = 0.$$

Пренебрегая величинами второго порядка малости и учитывая что, $\sin(d\theta/2) \approx d\theta/2$, получим

$$\frac{d\sigma_r}{dr} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0. \quad (10.1)$$

Задача один раз внутренне статически неопределима.

Геометрическая сторона задачи. Рассмотрим деформацию элемента $ABCD$ (рис. 10.8).

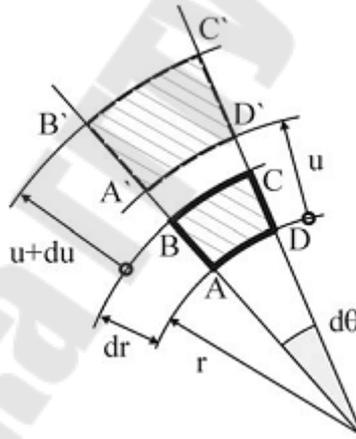


Рис. 10.8

Так как деформация симметрична относительно оси, то точки A и D сместятся в радиальном направлении на величину u в положения A' и D' , а точки C и B – на величину $u + du$ в положение B' и C' .

Определим относительную радиальную деформацию грани AB и относительную окружную деформацию грани AD

$$\varepsilon_r = \frac{A'B' - AB}{AB} = \frac{BB' - AA'}{AB} = \frac{(u + du) - u}{dr} = \frac{du}{dr}; \quad (10.2)$$

$$\varepsilon_{\theta} = \frac{AD - AD}{AD} = \frac{(r+u) \cdot d\theta - r \cdot d\theta}{r \cdot d\theta} = \frac{u}{r}. \quad (10.3)$$

Физическая сторона задачи. Закон Гука для плоского напряженного состояния в данном случае будет иметь вид:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_r + \mu \cdot \varepsilon_{\theta}) \\ \sigma_{\theta} &= \frac{E}{1-\mu^2} (\varepsilon_{\theta} + \mu \cdot \varepsilon_r) \end{aligned} \right\}. \quad (10.4)$$

Математическая сторона задачи. Подставляя значения ε_r и ε_{θ} , получим

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{du}{dr} + \mu \frac{u}{r} \right) \\ \sigma_{\theta} &= \frac{E}{1-\mu^2} \left(\frac{u}{r} + \mu \frac{du}{dr} \right) \end{aligned} \right\}. \quad (10.5)$$

После подстановки значений (10.5) в уравнения равновесия (10.1) получаем дифференциальное уравнение второго порядка с переменными коэффициентами относительно u :

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0.$$

Общее решение полученного уравнения имеет вид:

$$u = C_1 \cdot r + \frac{C_2}{r}. \quad (10.6)$$

Подставляя (10.6) в формулы (10.5), получим зависимости для определения напряжений в точках на расстоянии r от оси цилиндра

$$\sigma_r = \frac{E}{1-\mu^2} \left[C_1(1+\mu) - C_2 \left(\frac{1-\mu}{r^2} \right) \right];$$

$$\sigma_\theta = \frac{E}{1-\mu^2} \left[C_1(1+\mu) + C_2 \left(\frac{1-\mu}{r^2} \right) \right].$$

Для определения постоянных интегрирования C_1 и C_2 воспользуемся граничными условиями:

$$\text{при } r = R_H \quad \sigma_r = -p_H = \frac{E}{1-\mu^2} \left[C_1(1+\mu) - C_2 \left(\frac{1-\mu}{R_H^2} \right) \right]$$

$$\text{при } r = R_B \quad \sigma_\theta = -p_B = \frac{E}{1-\mu^2} \left[C_1(1+\mu) - C_2 \left(\frac{1-\mu}{R_B^2} \right) \right],$$

откуда

$$C_1 = \frac{1-\mu}{E} \cdot \frac{R_B^2 p_B - R_H^2 p_H}{R_H^2 - R_B^2}, \quad C_2 = \frac{1+\mu}{E} \cdot \frac{R_B^2 R_H^2 (p_B - p_H)}{R_H^2 - R_B^2}.$$

Окончательно получим

$$\sigma_r = \frac{R_B^2 p_B - R_H^2 p_H}{R_H^2 - R_B^2} - \frac{R_B^2 R_H^2 (p_B - p_H)}{R_H^2 - R_B^2} \cdot \frac{1}{r^2};$$

$$\sigma_\theta = \frac{R_B^2 p_B - R_H^2 p_H}{R_H^2 - R_B^2} + \frac{R_B^2 R_H^2 (p_B - p_H)}{R_H^2 - R_B^2} \cdot \frac{1}{r^2};$$

Тема 11. Неразъемные соединения деталей машин

Общие сведения о соединениях. Узлы механизмов и машин образуют путем соединения деталей. Детали машин могут соединяться подвижным или неподвижным образом.

Подвижные соединения обусловлены кинематической схемой механизма. К подвижным соединениям можно отнести упругие соединения.

Неподвижные соединения позволяют упростить производство машины, позволяя разбивать ее на отдельные детали и узлы. Они разделяются на две группы: разъемные и неразъемные. К разъемным соединениям относятся такие, которые позволяют собирать и разбирать узлы без повреждения деталей. К этой группе относятся резьбовые, шпоночные, шлицевые, штифтовые, клиновые и профильные соединения.

Неразъемные соединения не позволяют разборку узла без повреждения детали. К основным неразъемным соединениям относятся сварные и заклепочные. К этой группе можно отнести также и соединения с натягом, так как при разборке может происходить частичное повреждение сопрягаемых поверхностей.

Применение неразъемных соединений в основном обусловлено технологическими и экономическими требованиями.

Основным критерием работоспособности соединения является статическая и усталостная прочность.

Сварные соединения. Сварные соединения являются наиболее совершенной и распространенной разновидностью неразъемных соединений. По конструктивным признакам электросварные соединения делятся на следующие разновидности: соединения стыковые (рис. 11.1,а), соединения внахлестку (рис. 11.1,б), соединения тавровые (рис. 11.1,в) и соединения прорезные.

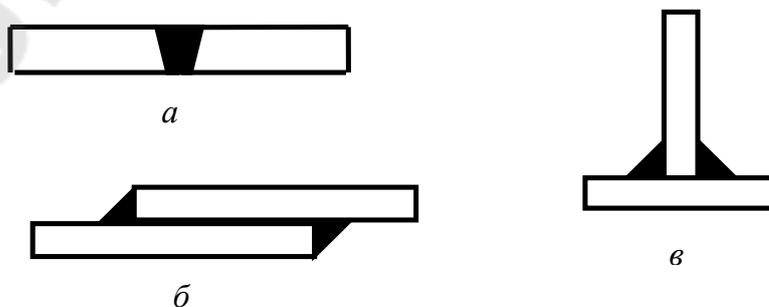


Рис. 11.1

Соединения стыковые. При действии на стыковое соединение растягивающей силы F (рис. 11.2) условие прочности имеет вид:

$$\sigma'_p = \frac{F}{bs} \leq [\sigma'_p],$$

где σ'_p – растягивающее напряжение в сварном шве;
 F – сила, действующая на сварное соединение;
 b – ширина свариваемых деталей;
 s – толщина свариваемых деталей.

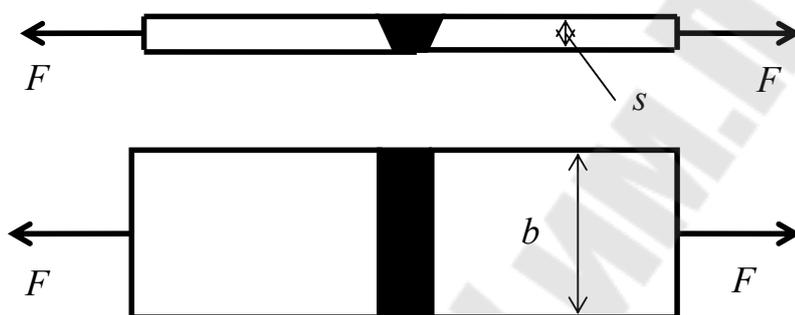


Рис. 11.2

Соединения внахлестку. Эти соединения выполняются с помощью угловых швов, которые делятся на: *лобовые, фланговые, косые, комбинированные.*

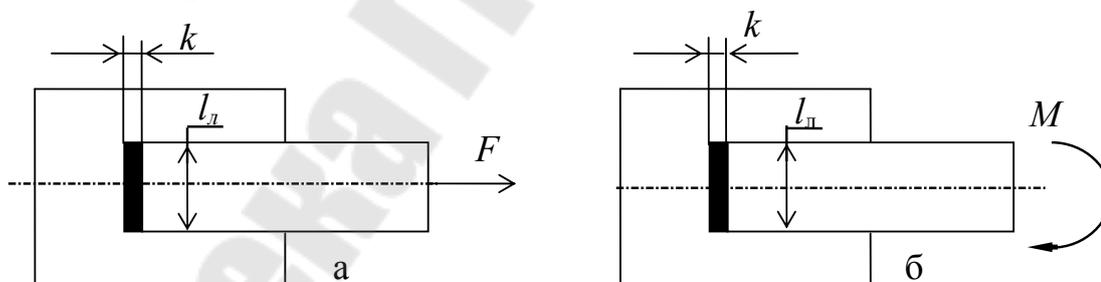


Рис. 11.3

Лобовой шов накладывается перпендикулярно к линии действия нагрузки F . Условие прочности для лобового шва при действии силы F (рис. 11.3,а)

$$\tau' = \frac{F}{0,7kl_{\text{л}}} \leq [\tau'],$$

где k – катет шва,
 $l_{\text{л}}$ – длина лобового шва,

$[\tau']$ - допускаемое напряжение на срез.

В случае действия изгибающего момента M (рис. 11.3,б) условие прочности записывается в следующем виде:

$$\tau' = \frac{M}{W} = \frac{6M}{0,7kl^2} \leq [\tau']$$

Если сварной шов расположен параллельно направлению усилия, то он называется фланговым. На практике длину фланговых швов ограничивают условием $l_{\phi} \leq 50 k$, а условие прочности при действии на сварное соединение силы F (рис. 11.4,а) имеет вид:

$$\tau' = \frac{F}{0,7kl_{\phi}i},$$

где i – количество швов.

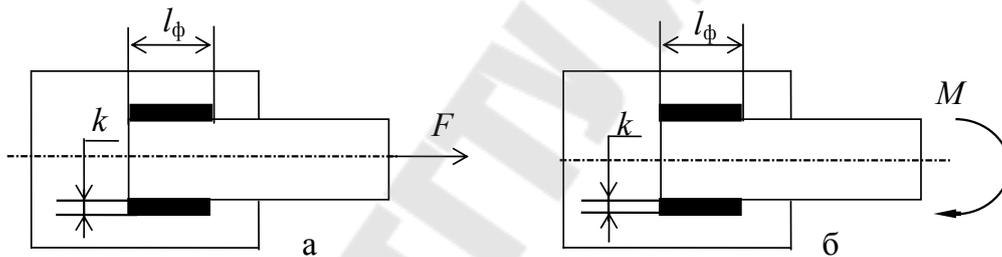


Рис. 11.4

В тех случаях, когда на фланговые швы сварного соединения действует момент M в плоскости стыка (рис. 11.4,б), условие прочности записывается в следующем виде:

$$\tau' = \frac{M}{W_{\rho}} \leq [\tau'],$$

где $W_{\rho} = \frac{I_{\rho}}{y_{\max}}$ - полярный момент сопротивления, который подсчи-

тывается для сечения швов в плоскости разрушения;

I_{ρ} – полярный момент инерции сечения сварного шва;

y_{\max} – максимальное расстояние от центра тяжести сечения швов до наиболее удаленной точки сварного шва.

При совместном воздействии силы F и момента M , действующего в плоскости стыка, расчетное напряжение среза τ'_p определяется геометрическим суммированием с использованием теоремы косинусов

$$\tau'_p = \sqrt{(\tau'_F)^2 + (\tau'_M)^2 + 2\tau'_F\tau'_M \cos\beta},$$

где β – угол между направлениями векторов напряжений τ'_F и τ'_M .

Условие прочности для косо́го шва при действии силы F в плоскости стыка будет иметь вид:

$$\tau' = \frac{F}{0,7kl_k} \leq [\tau'],$$

где l_k – длина косо́го шва.

Соединения тавровые. При данном виде соединения соединяемые элементы расположены во взаимно перпендикулярно расположенных плоскостях. Тавровые соединения могут выполняться как стыковым (рис. 11.5,а), так и угловым (рис. 11.5,б) швом.

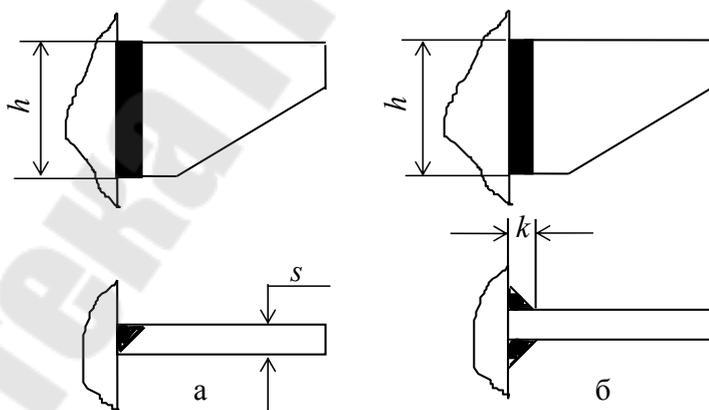


Рис. 11.5

Если на тавровое соединение действуют (рис. 11.6) перпендикулярно стыку сила F и момент M , то условие прочности соединения определяют по выражениям:

для стыкового шва

$$\sigma' = \frac{F}{sh} + \frac{6M}{sh^2} \leq [\sigma'],$$

для углового шва

$$\tau = \frac{F}{0,7zkh} + \frac{6M}{0,7zkh^2} \leq [\tau'],$$

где s - толщина соединяемой детали;

z - число сварных швов;

k - катет сварного шва;

h - высота соединяемой детали.

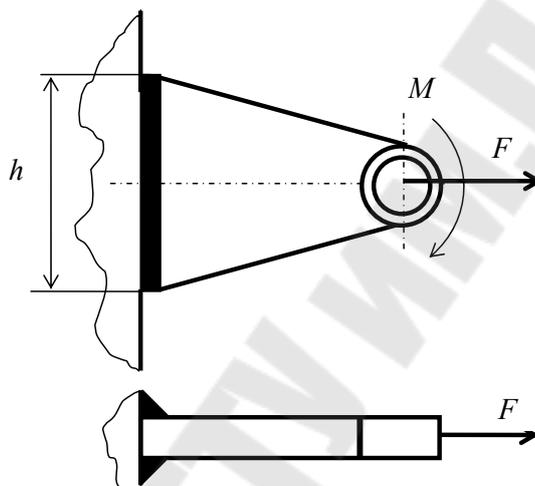


Рис. 11.6

Определение допускаемых напряжений. В случае действия статической нагрузки, допускаемые напряжения в сварных швах задаются в долях допускаемого напряжения для основного материала $[\sigma_p]$, которые определяются по зависимости:

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_T \varepsilon}{[s] k_\sigma},$$

где σ_T – предел текучести основного материала;

$\varepsilon = 0,9$ – коэффициент масштабного фактора;

$[s]$ – коэффициент безопасности ($[s] = 1,2 \dots 1,3$ – для углеродистых сталей и $[s] = 1,3 \dots 1,5$ – для низколегированных сталей);

$k_\sigma = 1 \dots 1,2$ – коэффициент концентрации напряжений при статических нагрузках (большее значение для лобовых швов).

При действии нагрузки переменной по величине и направлению допускаемое напряжение понижают путем умножения на коэффициент γ :

$$\text{для стыковых швов } \gamma = \frac{1}{1 - \frac{1}{3} \frac{P_{\min}}{P_{\max}}}, \text{ для угловых швов } \gamma = \frac{1}{\frac{4}{3} - \frac{1}{3} \frac{P_{\min}}{P_{\max}}}.$$

Заклепочные соединения. Заклепочное соединение - неразъемное соединение деталей при помощи *заклепок*.

Заклепка - крепежная деталь, состоящая из стержня цилиндрической формы и закладной головки. Основные типы заклепок показаны на (рис. 11.7).

В соответствии с назначением заклепочные соединения подразделяются на прочные, плотные и прочноплотные соединения.

Прочные заклепочные соединения применяются в стальных конструкциях подъемно-транспортных сооружений, фермах, узлах машин общего назначения.

Плотные заклепочные соединения применяются в конструкциях, требующих герметичность соединения.

Прочноплотные заклепочные соединения применяются в тех случаях, когда они должны обеспечивать кроме прочности еще и герметичность.

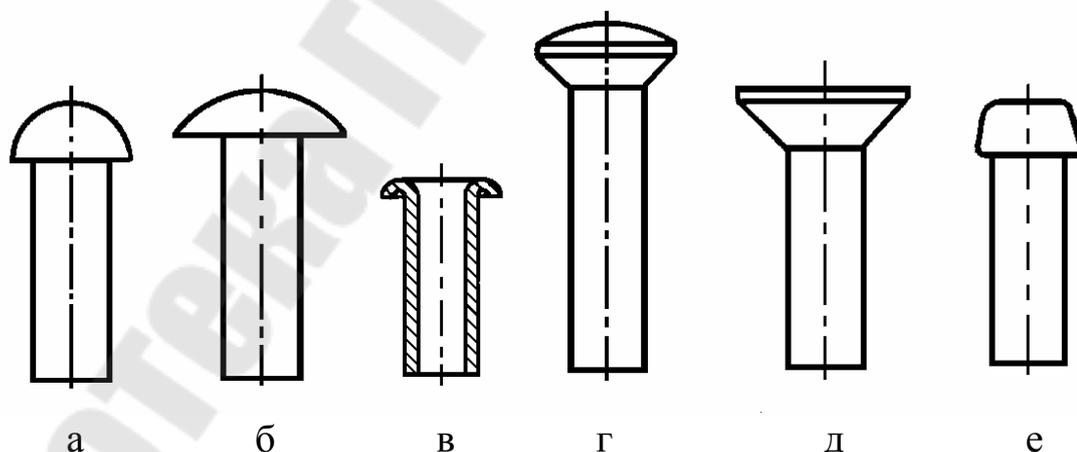


Рис. 11.7

В прочных заклепочных соединениях применяют заклепки с полукруглой головкой (рис. 11.7,а); с плоской головкой (рис. 11.7,е), предназначенных для работы в коррозионных средах; с потайной головкой (рис. 11.7,д), применяемых при недопустимости выступающих частей; с полупотайной головкой (рис. 11.7,г) для соединения тонких

листов; пустотелые со скругленной головкой (рис. 11.7,в) для соединения тонких листов и неметаллических деталей, не допускающих больших нагрузок.

В плотных и прочноплотных заклепочных соединениях применяют заклепки с полукруглой низкой головкой (рис. 11.7,б). Формирование замыкающей головки происходит в результате расклепывания стержня заклепки, вставленной в отверстия, соединяемых деталей.

Для облегчения ввода заклепки отверстия в деталях делают несколько больше, чем диаметр заклепки. Изготовление отверстий осуществляют путем сверления (точный способ) или путем продавливания (грубый способ). Диаметр отверстия d_0 в деталях зависит от диаметра заклепки d и способа изготовления отверстия.

В процессе клепки за счет протекания поперечной упругопластической деформации стержня заклепки происходит заполнения технологического зазора между стержнем и стенками отверстия. Клепку производят без нагрева заклепок, если их диаметр не превышает 12 мм, и с нагревом до температуры 1000 ... 1100⁰С, если диаметр больше 12 мм. Формирование замыкающей головки у заклепок из цветных металлов и сплавов проводят без нагрева.

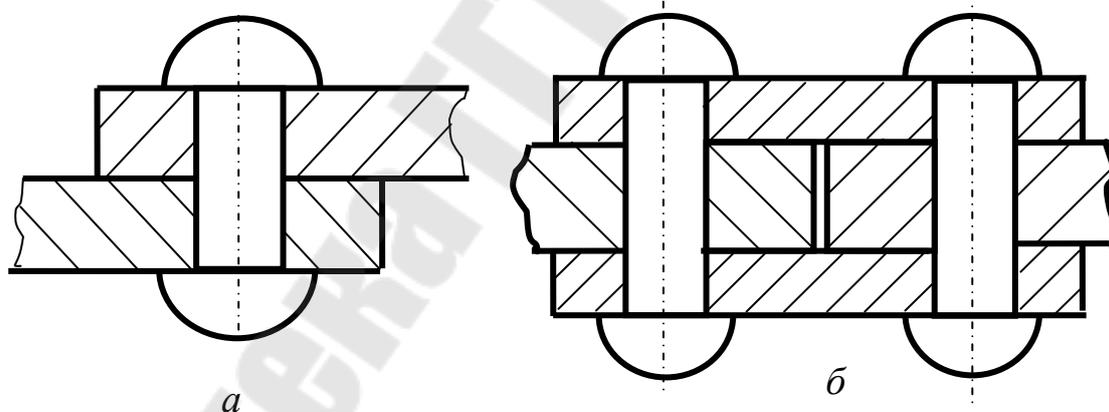


Рис. 11.8

Виды и параметры заклепочных швов. В зависимости от расположения соединяемых деталей различают заклепочные швы внахлестку (рис. 11.8,а) и встык с одной накладкой и двумя накладками (рис. 11.8,б).

Геометрические параметры заклепочного шва определяют по эмпирическим зависимостям.

Диаметр заклепок в односрезном силовом соединении определяют по зависимости:

$$d = 2s,$$

где s - толщина соединяемых элементов.

Для двухсрезных заклепочных соединений диаметр заклепки определяют из соотношения

$$d = 1,5s.$$

В конструкциях из легких сплавов формирование замыкающей головки происходит в холодном состоянии, поэтому силы сжатия соединяемых деталей и силы трения в заклепочном соединении небольшие. В связи с этим заклепки в основном работают на срез. Поэтому рекомендуется рассчитывать диаметр заклепки по зависимости:

$$d = 1,5s + 2 \text{ мм.}$$

Минимальный шаг t размещения заклепок определяется из условия удобства формирования замыкающей головки. Максимальный шаг заклепочного соединения определяется условием плотного соприкосновения листов и зависит от жесткости соединяемых элементов. Обычно он изменяется в пределах $t = (3 \dots 6)d$.

Расстояние e от центра заклепки до края листа в направлении действующей силы принимают в зависимости от способа изготовления отверстия:

$$e = 1,5d \text{ (отверстия сверленные)} \text{ и } e = 2d \text{ (отверстия продавленные).}$$

В конструкциях из легких сплавов - $e = 2d$.

Расстояние e_1 от центра заклепки до края листа в направлении, перпендикулярном линии действия силы $e_1 = 1,5d$.

При расчете заклепочного соединения, нагруженного силой в плоскости стыка, необходимо обеспечить:

- прочность заклепок *на срез*;
- прочность заклепок и стенок отверстий в соединяемых элементах *на смятие*;
- прочность соединяемых элементов по сечениям, ослабленным отверстиями под заклепки, *на растяжение*;
- прочность краев соединяемых элементов *на срез* заклепками.

При получении расчетных формул делаются следующие допущения:

- 1) усилие, передаваемое соединением, распределяется между заклепками равномерно, т.е. все заклепки нагружены одинаково;
- 2) касательные напряжения среза распределены по поперечным сечениям заклепок равномерно;
- 3) напряжения смятия в каждой точке поверхности контакта заклепки и стенки отверстия нормальны к этой поверхности и по модулю одинаковы;
- 4) разгружающее влияние сил трения, действующих на поверхности контакта, не учитывается и считается, что усилие полностью передается заклепками.

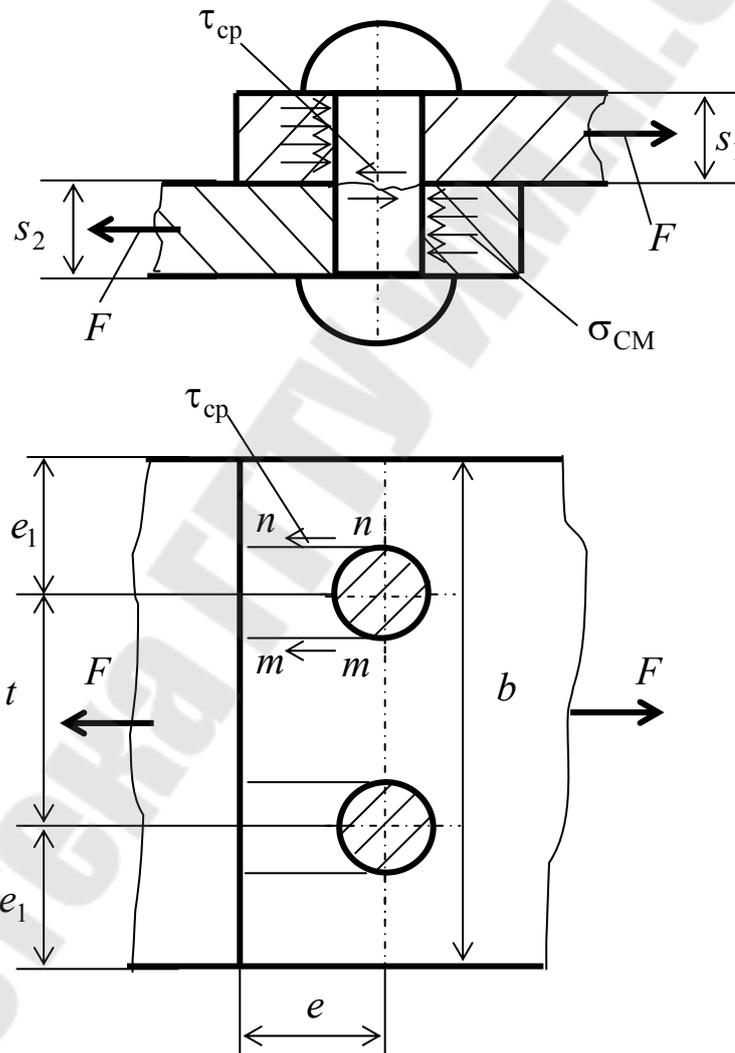


Рис. 11.9

Рассмотрим расчетные зависимости на примере однорядного шва внахлестку (рис. 11.9).

При действии внешней силы разрушение стержня заклепки в результате среза происходит по сечению, лежащему в плоскости стыка

соединяемых деталей (на рис. 11.9 сечение условно показано волнистой линией).

Условие прочности заклепки по допускаемым напряжениям среза имеет вид:

$$\tau_{\text{ср}} = \frac{F}{A_{\text{ср}}} = \frac{4F}{\pi d_0^2 z i} \leq [\tau_{\text{ср}}]$$

где F – внешняя сила, действующая на заклепочное соединение;

d_0 – диаметр отверстия;

i – число плоскостей среза стержня заклепки;

$[\tau_{\text{ср}}]$ – допускаемое напряжение на срез для материала заклепки.

При изготовлении заклепки из менее прочного материала, чем материал соединяемых деталей, то при нагружении соединения внешней силой возможно смятие стержня заклепки. Условие прочности по допускаемым напряжениям смятия имеет вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{s_{\text{min}} d_0 z} \leq [\sigma_{\text{см}}]$$

где s_{min} – меньшая толщина соединяемых деталей;

$[\sigma_{\text{см}}]$ – допускаемое напряжение на смятие материала заклепки.

Разрушение деталей по нормальному сечению, ослабленному отверстиями под заклепки, может произойти под действием большой внешней нагрузки. Для обеспечения прочности соединяемых деталей нормальное растягивающее напряжение в этом сечении должно удовлетворять условию:

$$\sigma_{\text{р}} = \frac{F}{s_{\text{min}} (b - d_0 z_{\text{р}})} \leq [\sigma_{\text{р}}];$$

где b – ширина соединяемых деталей;

$z_{\text{р}}$ – число заклепок в рассматриваемом сечении;

$[\sigma_p]$ - допускаемое напряжение на разрыв для материала листа.

Условие прочности на срез края соединяемых деталей

$$\tau_{cp} = \frac{F}{2s_{\min}(e - 0,5d_o)z} \leq [\tau_{cp}]$$

При действии знакопеременной нагрузки на заклепочное соединение, допускаемые напряжения понижаются путем умножения на коэффициент γ

$$\gamma = \frac{1}{a + b \frac{F_{\min}}{F_{\max}}},$$

где a, b - коэффициенты, зависящие от материала заклепок.

F_{\min} , F_{\max} - минимальное и максимальное значение действующей силы.

Расчет плотных заклепочных швов. Плотные заклепочные швы должны не только прочными, но и обеспечивать герметичность. Герметичность может быть обеспечена при условии отсутствия взаимного смещения соединяемых деталей.

Величину, характеризующую герметичность, невозможно определить теоретически. Для оценки герметичности вводится понятие *коэффициента скольжения*.

Коэффициент скольжения - это сила сопротивления проскальзыванию соединяемых деталей, условно отнесенная к единице площади поперечного сопротивления заклепок

$$\xi = \frac{4F_t}{\pi d_o z_o i} \leq [\xi],$$

где F_t - усилие, приложенное к листу на участке шага;

z_o - число заклепок, приходящееся на полосу шириной, равной одному шагу;

$[\xi]$ - допустимый коэффициент скольжения, зависящий от типа шва.

Усилие, приложенное к листу на участке шага, для продольного шва рассчитывают по зависимости: $F_t = \frac{Dpt}{2}$, а для поперечного заклепочного шва – $F_t = \frac{Dpt}{4}$.

Расчет плотных заклепочных соединений начинают с определения толщины стенки сосуда.

$$s = \frac{Dp}{2\varphi[\sigma_p]} + \Delta,$$

где D - внутренний диаметр сосуда;

p - давление на поверхность стенки сосуда;

φ - коэффициент прочности продольного шва;

$[\sigma_p]$ - допускаемое напряжение при растяжении материала стенки сосуда;

$\Delta = 1 \dots 3$ мм - припуск на коррозию металла.

Допускаемое напряжение $[\sigma_p]$ при растяжении при нагреве стенки сосуда до 250⁰С определяют по зависимости:

$$[\sigma_p] = \frac{\sigma_b}{[s_b]},$$

где σ_b - предел прочности материала стенки сосуда при растяжении;

$[s_b]$ - коэффициент запаса прочности.

Для заклепочного шва внахлестку $[s_b] = 4,75$, а для заклепочного шва двухрядного и трехрядного встык с двухсторонними накладками $[s_b] = 4,00$.

Тема 12. Резьбовые соединения

Основные понятия. Резьбовыми называют разъемные соединения, выполняемые с помощью резьбовых крепежных деталей - винтов, гаек, шпилек или резьбы, непосредственно нанесенной на соединяемые детали.

Резьбовые соединения являются наиболее распространенным видом разъемных соединений. Они в основном применяются в следующих случаях:

- для устранения возможности перемещения соединяемых деталей;
- для удержания деталей на определенном расстоянии друг от друга;
- для обеспечения плотности стыка соединяемых деталей;
- для осуществления поступательного движения (пресса, домкраты, ходовые винты);
- для получения точных относительных перемещений (регулирующие винты).

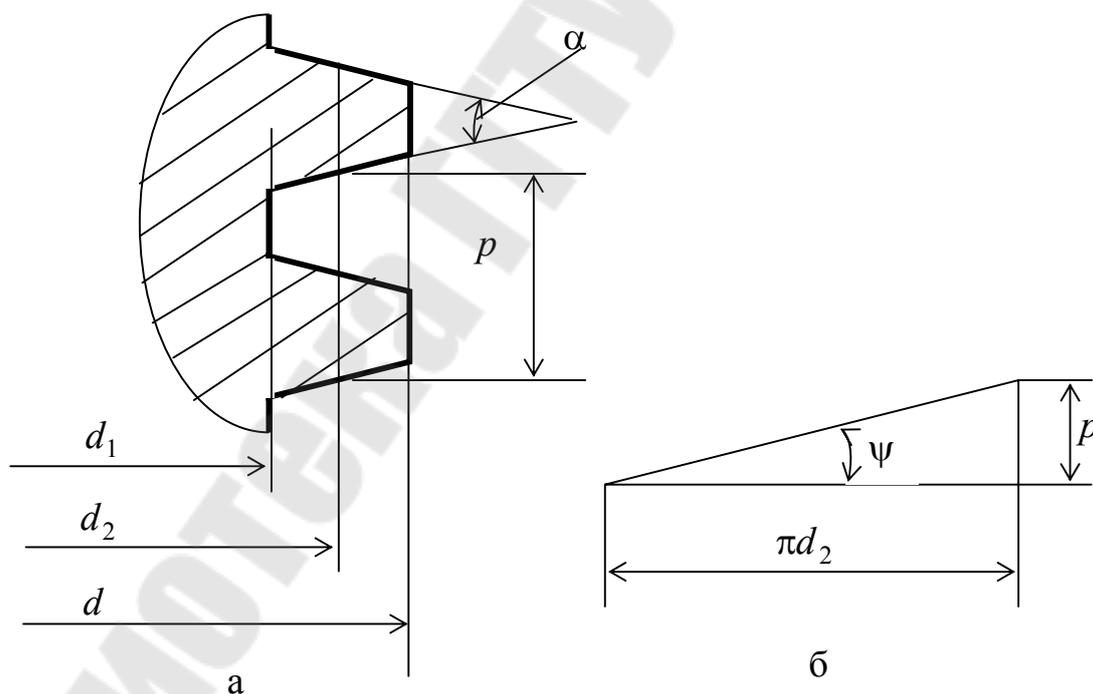


Рис. 12.1

По форме основной поверхности резьбы подразделяют на цилиндрические и конические. Широкое применение имеют детали с цилиндрической резьбой.

Параметры резьбы показаны на рис. 12.1.

Любая резьба имеет три диаметра (рис. 12.1,а) внутренний d_1 , средний d_2 и наружный d .

Профиль резьбы характеризуют углом профиля α , т.е. углом между прямолинейными боковыми сторонами профиля резьбы.

Расстояние между одноименными сторонами двух соседних профилей, измеренное в направлении оси резьбы, называется шагом резьбы и обозначается p . Для многозаходных резьб используют термин ход резьбы, который обозначается p_h , и равен произведению шага на число заходов. При повороте гайки на один оборот она перемещается вдоль оси винта на шаг или на ход.

Угол подъема ψ (рис. 12.1,б) развертки винтовой линии по среднему диаметру резьбы определяется соотношением

$$\operatorname{tg}\psi = \frac{p}{\pi d_2}.$$

По направлению винтовой линии различают правую и левую резьбу. Левую резьбу применяют только в специальных случаях.

Резьбы также подразделяются по назначению и форме профиля. Крепежные резьбы бывают треугольные и круглые. Резьбы винтовых механизмов – трапецеидальные, упорные и прямоугольные.

Метрическая резьба является основным видом крепежных деталей.

Определение нагрузки, действующей на болт. В большинстве случаев соединение деталей осуществляется группой болтов, поэтому необходимо уметь определить силу, действующую на наиболее нагруженный болт при различных случаях нагружения.

Случай 1. На групповое болтовое соединение действует сила, проходящая через центр стыка и направленная параллельно осям болтов (рис. 12.2,а).

В этом случае делается допущение, что все болты воспринимают одинаковую нагрузку, тогда сила F_{a1} , растягивающая болт, будет равна

$$F_{a1} = \frac{F}{z},$$

где z – количество болтов в соединении.

Случай 2. На групповое болтовое соединение действует момент в плоскости перпендикулярной плоскости стыка (рис. 12.2,б). Максимальная сила $F_{a\max 1}$, растягивающая болт, определяется по выражению

$$F_{a\max 1} = \frac{Ml_{\max}}{\sum l_i^2},$$

где l_{\max} – максимальное расстояние от оси болта до оси, проходящей через центр стыка;

l_i – расстояние от оси i -того болта до оси, проходящей через центр стыка.

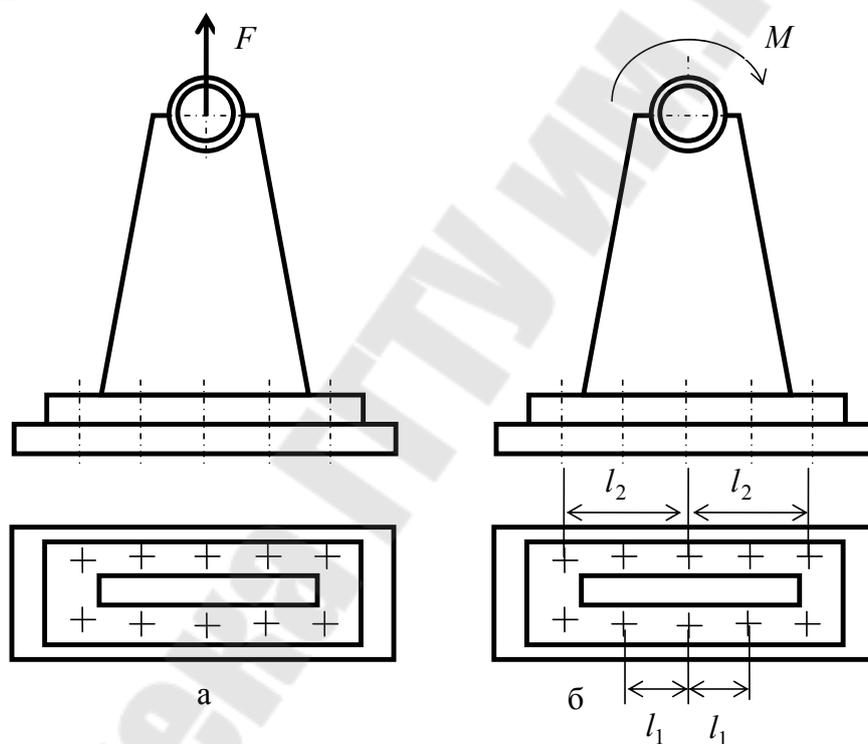


Рис. 12.2

Случай 3. На групповое болтовое соединение действует сила, проходящая через центр стыка и направленная перпендикулярно осям болтов (рис. 12.3,а).

В этом случае делается допущение, что все болты воспринимают одинаковую нагрузку, тогда сила F_{t1} , срезающая болт, будет равна

$$F_{t1} = \frac{F}{z},$$

Случай 4. На групповое болтовое соединение действует момент в плоскости стыка (рис. 12.3,б). Максимальная сила $F_{t\max 1}$, растягивающая болт, определяется по выражению

$$F_{t\max 1} = \frac{Mr_{\max}}{\sum r_i^2},$$

где r_{\max} – максимальное расстояние от центра стыка до оси;
 r_i – расстояние от центра стыка до оси i -того болта.

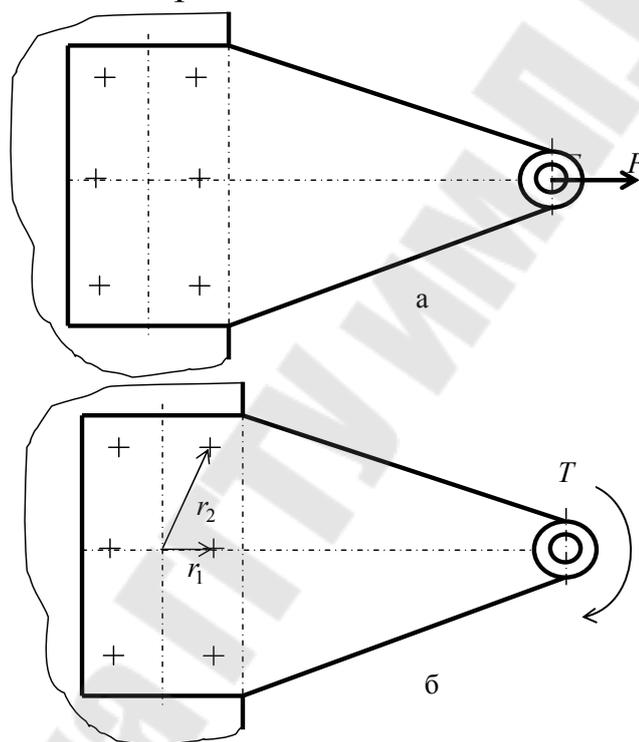


Рис. 12.3

Если действующая сила не проходит через центр стыка, то ее нужно перенести в центр стыка, предварительно разложив ее на горизонтальную и вертикальную составляющие. Затем, используя принцип независимости сил, найти от каждого силового фактора силу, действующую на болт, а затем и суммарную силу.

Расчет стержня болта на прочность. Рассмотрим расчет стержня болта на прочность, когда известна сила, действующая на болт.

Случай 1. На болт действует растягивающая сила (рис. 12.4,а)

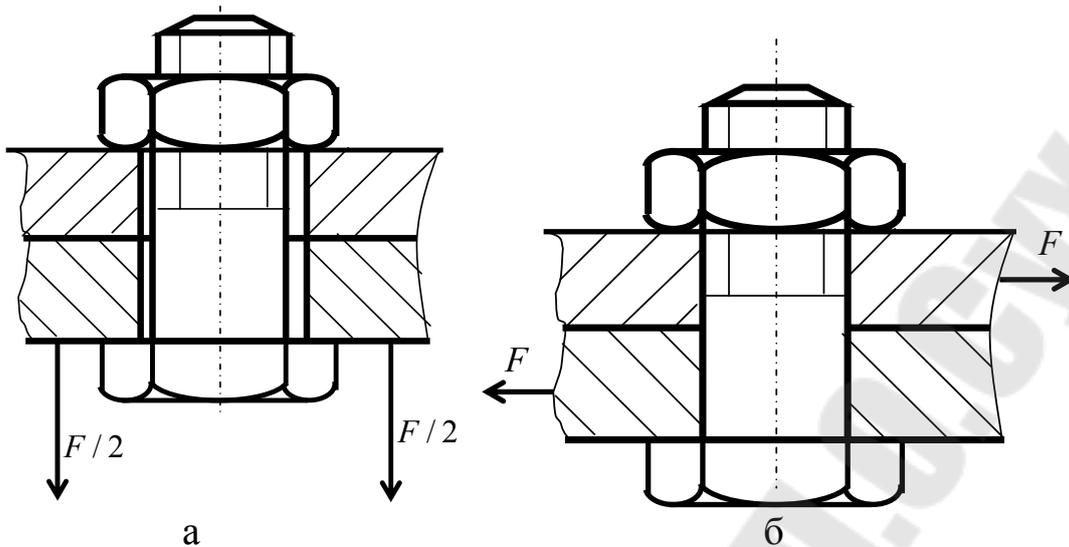


Рис. 12.4

Условие прочности имеет вид:

$$\sigma_p = \frac{F}{\frac{\pi d_1^2}{4}} \leq [\sigma_p]$$

откуда требуемый внутренний диаметр болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma_p]}}$$

В данном случае не играет роли, как установлен болт с зазором или без зазора.

Случай 2. Болт установлен без зазора и на него действует сила в плоскости стыка (рис. 12.4,б).

Условие прочности болта в этом случае имеет вид

$$\tau_{cp} = \frac{F}{\frac{\pi d^2}{4}} \leq [\tau_{cp}],$$

откуда требуемый наружный диаметр болта

$$d \geq \sqrt{\frac{4F}{\pi[\tau_{cp}]}}$$

Случай 3. Болт установлен с зазором и на него действует сила в плоскости стыка (рис. 12.5).

Чтобы не произошло смещение одной детали относительно другой необходимо на поверхности контакта создать силу трения $F_{тр}$, которая была бы больше сдвигающей силы F . Принимают, что сила трения $F_{тр}$ должна быть больше сдвигающей силы F на 20%.

$$F_{тр} = 1,2F.$$

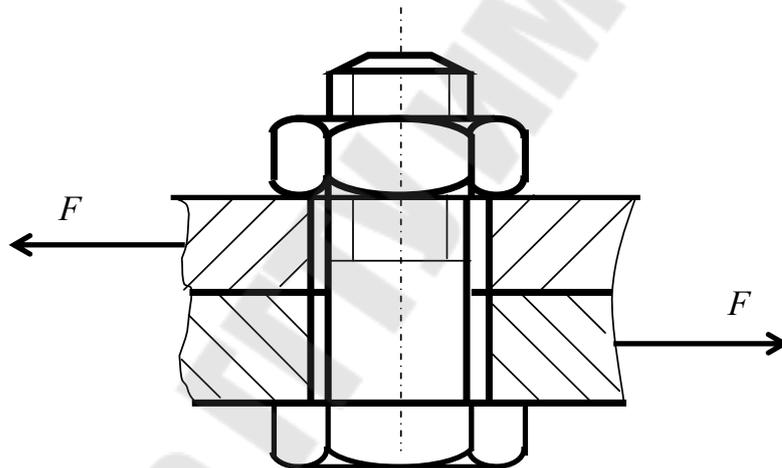


Рис. 12.5

Сила трения на поверхности контакта создается путем завинчивания гайки, при этом болт испытывает растяжение от силы затяжки $F_{зат}$ и кручение за счет трения в резьбе. Поэтому болт испытывает сложное сопротивление.

Используя третью теорию прочности, имеем

$$\sigma_{эКВ} = \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2} \leq [\sigma_p].$$

Нормальные напряжения от силы затяжки равны

$$\sigma = \frac{F_{\text{зат}}}{\frac{\pi d_1^2}{4}}.$$

Касательные напряжения от момента трения в резьбе

$$\tau = \frac{T_{\text{рез}}}{W_{\rho}} = \frac{F_{\text{зат}} \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\psi + \varphi')}{\frac{\pi d_1^3}{16}},$$

где φ' – приведенный угол трения.

Подставляя значения σ и τ , получаем

$$\begin{aligned} \sigma_{\text{экв}} &= \sqrt{\left(\frac{F_{\text{зат}}}{\frac{\pi d_1^2}{4}}\right)^2 + 4 \left[\frac{F_{\text{зат}} \frac{d_2}{2} \operatorname{tg}(\psi + \varphi')}{\frac{\pi d_1^3}{16}}\right]^2} = \frac{F_{\text{зат}}}{\frac{\pi d_1^2}{4}} \sqrt{1 + 16 \left[\frac{d_2 \operatorname{tg}(\psi + \varphi')}{d_1}\right]^2} \leq \\ &\leq [\sigma_p] \end{aligned}$$

Значение под корнем квадратным приблизительно равно 1,3. Учитывая, что сила трения

$$F_{\text{тр}} = F_{\text{зат}} f,$$

получаем

$$F_{\text{зат}} = \frac{F_{\text{тр}}}{f} = \frac{1,2F}{f}.$$

В этом случае условие прочности болта принимает вид:

$$\sigma = \frac{1,3 \cdot 1,2F}{f \frac{\pi d_1^2}{4}} \leq [\sigma_p],$$

откуда требуемый внутренний диаметр болта

$$d_1 \geq \sqrt{\frac{4 \cdot 1,3 \cdot 1,2F}{\pi f [\sigma_p]}}.$$

Таким образом, рассчитывается на прочность стержень болта, когда определена сила, действующая на болт.

Тема 13. Соединения типа вал-ступица

Шпоночные соединения. Соединение двух соосных цилиндрических деталей (вала и ступицы) для передачи вращающего движения между ними осуществляется с помощью шпонки - специальной детали, закладываемой в пазы соединяемых вала и ступицы.

На основные виды шпонок имеются ГОСТы, которые предусматривают размеры их поперечных сечений и соответствующих пазов в валу и втулке в зависимости от диаметра вала. Длина шпонки выбирается исходя из длины ступицы, но ее исполнительная длина, должна быть стандартной.

Шпоночные соединения разделяют на соединения ненапряженные и напряженные.

Наибольшее распространение получили ненапряженные шпоночные соединения, сочетающиеся с посадкой ступицы на вал с гарантированным натягом, которые обеспечивают хорошее центрирование и высокую работоспособность соединения. К ненапряженным шпоночным соединениям относятся соединения призматической шпонкой (рис. 13.1), сегментной шпонкой (рис. 13.2) и круглой шпонкой (рис. 13.3).

К напряженным шпоночным соединениям относятся соединения клиновыми шпонками. В зависимости от характера посадки и, следовательно, от особенностей сборки и разборки различают следующие виды клиновых шпонок: врезные (рис. 13.4), на лыске (рис. 13.5), фрикционные (рис. 13.6) и тангенциальные (рис. 13.7).

Клиновые шпонки создают напряженное соединение и могут передавать вращающий момент, осевую силу и ударные нагрузки.

В отличие от призматических шпонок, у клиновых шпонок рабочими гранями являются широкие грани, а на боковых гранях имеется зазор. Одна из широких граней шпонки имеет по длине уклон 1:100, обеспечивающий самоторможение клиновой шпонки. При соединении врезной клиновой шпонкой впадина паза на валу не имеет уклона относительно оси вала, а впадина паза в ступице имеет по длине уклон относительно оси, соответствующий уклону клина, т.е. 1:100.

Соединение призматической шпонкой (рис. 13.1). Эти шпонки имеют прямоугольное поперечное сечение. Размеры $b \times h$ этих шпонок и пазов в валу и ступице регламентированы ГОСТом 23360-78 в зависимости от диаметра вала. Размеры $b \times h$ подобраны таким

образом, что среза шпонки не происходит, поэтому шпонку проверяют по напряжениям смятия.

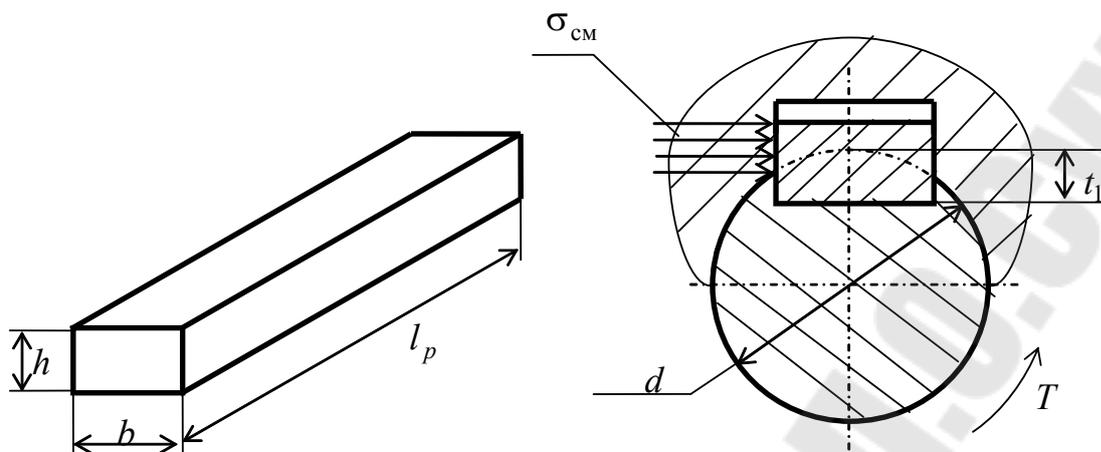


Рис. 13.1

При расчете принимается, что сила давления ступицы на выступающую часть шпонки равномерно распределена как по высоте, так и по длине шпонки.

Условия прочности на смятие в этом случае будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{dl_p(h - t_1)} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где T – вращающий момент, передаваемый валом;

d – диаметр вала;

h – высота шпонки;

t_1 – глубина шпоночного паза в валу;

l_p – рабочая длина шпонки.

Соединение сегментной шпонкой (рис. 13.2). Сегментные шпонки имеют переменное поперечное сечение и создают ненапряженное соединение. Размеры сегментных шпонок регламентированы ГОСТом 24071-80. Они имеют более глубокую посадку, что способствует сохранению устойчивого положения в пазу вала, в результате этого отсутствует перекос детали на валу. Шпонка сегментного профиля находит применения в машиностроении вследствие легкости изготовления шпонки и паза и удобства сборки. Однако глубокий паз существенно ослабляет вал, что ограничивает область их применения. Обычно соединения сегментными шпонками применяется для закрепления деталей на малонагруженных участках вала при его небольших диаметрах (до 44 мм).

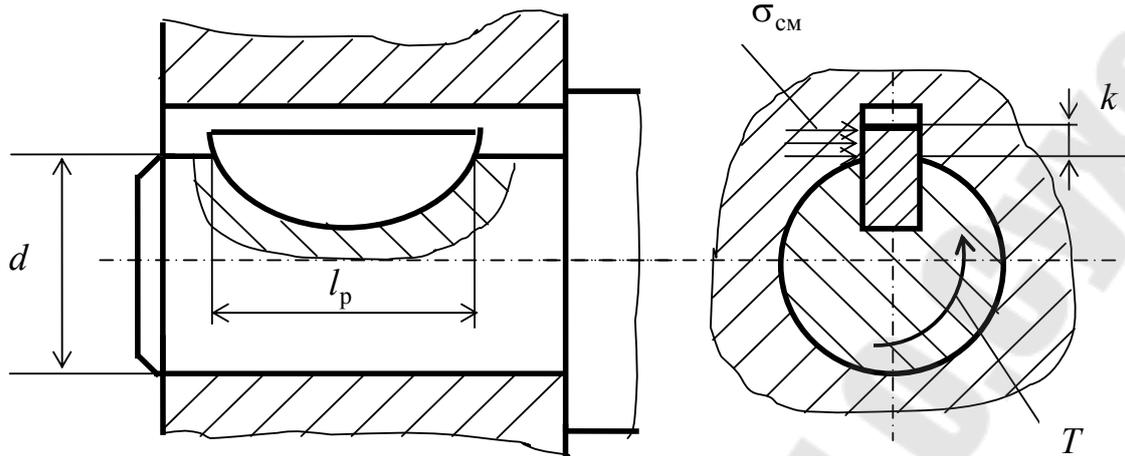


Рис. 13.2

Условие прочности на смятие для сегментной шпонки аналогичное, как и для призматической шпонки

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{dl_p k} \leq [\sigma_{\text{см}}]$$

где k – высота выступающей части шпонки.

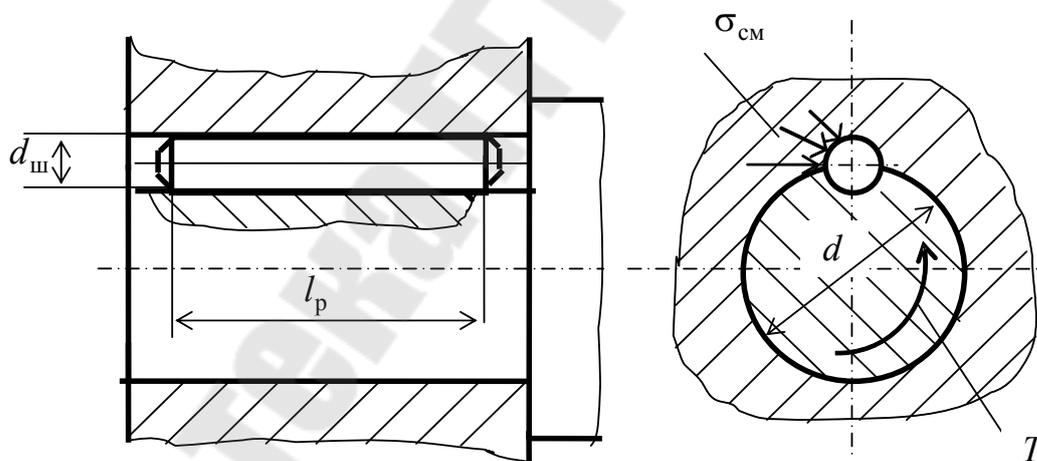


Рис. 13.3

Соединение цилиндрической шпонкой (рис. 13.3). Эти шпонки применяют только при расположении ступицы на конце вала, преимущественно на валах малой длины. Отверстия под шпонку сверлят и обрабатывают разверткой после посадки ступицы на вал. Цилиндрическую шпонку устанавливают в отверстие с натягом, что приводит к появлению радиальной распорной силы. Для выхода воз-

духа из замкнутого объема при запрессовке на поверхности цилиндрической шпонки предусматривают канавку.

Цилиндрическую шпонку располагают так, чтобы поверхности ее соприкосновения с валом и со ступицей были равны.

При расчете на прочность цилиндрических шпонок принимается, что силы давления вала на шпонку и шпонки на ступицу распределены по дугам давления косинусоидально, а по длине шпонки - равномерно.

Условие прочности шпонки на смятие

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{5T}{dd_{\text{ш}}l_{\text{р}}} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где $d_{\text{ш}}$ – диаметр шпонки;

$l_{\text{р}}$ – расчетная длина шпонки.

Клиновая врезная шпонка (рис. 13.4). При соединении врезной клиновидной шпонкой впадина паза на валу не имеет уклона относительно оси вала, а впадина паза в ступице имеет по длине уклон относительно оси, соответствующий уклону клина, т.е. 1: 100.

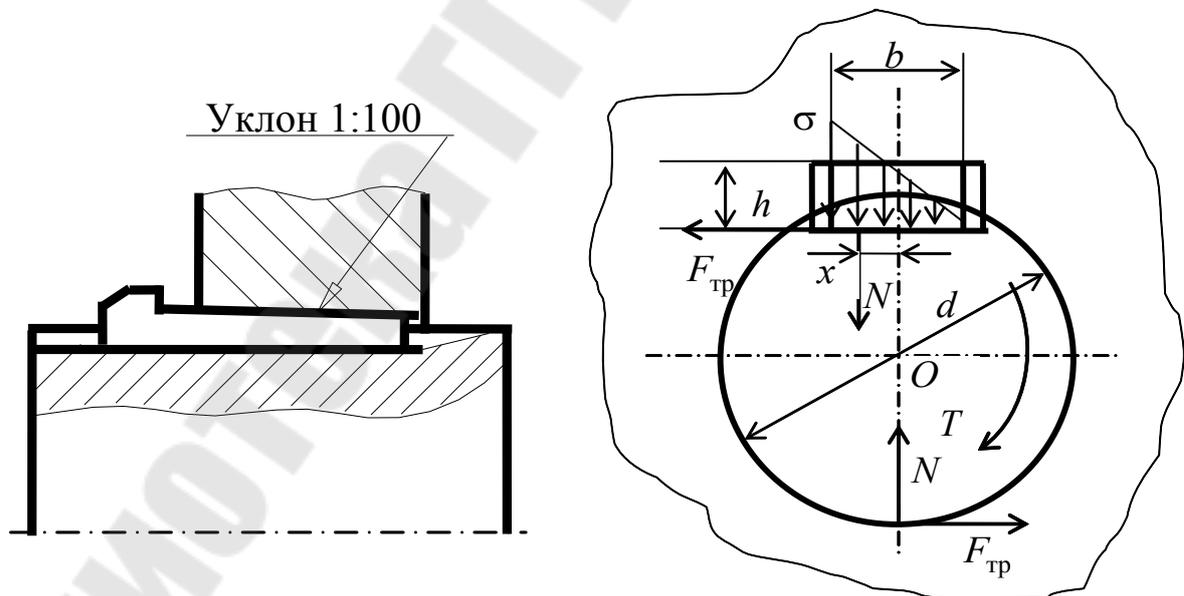


Рис. 13.4

Клиновые шпонки создают напряженное соединение и могут передавать вращающий момент, осевую силу и ударные нагрузки.

Область применения врезных клиновых шпонок ограничена по следующим причинам:

- 1) они вызывают радиальные смещения оси ступицы по отношению к оси вала, что приводит к биению насаженной детали;
- 2) не обеспечивают необходимой прочности соединения в том случае, когда вал работает с реверсивным движением, которое вызывает ослабление шпоночного соединения;
- 3) вызывает большую концентрацию напряжений в углах паза.

В точном машиностроении и в ответственных соединениях их не применяют.

Допустимая сила между клиновой шпонкой и валом определяется из расчета на смятие по треугольной по ширине шпонки эпюре давлений, которая образуется в результате забивки шпонки и действия вращающего момента.

Рассмотрим условия равновесия вала. Составим уравнение равновесия моментов всех сил относительно точки O

$$T - Nx - F_{\text{тр}}d = 0,$$

где $N = \frac{\sigma}{2}bl_p$ – равнодействующая нормальных сил;

b – ширина клиновой шпонки;

l_p – расчетная длина шпонки;

$x = \frac{2}{3}b - \frac{1}{2}b = \frac{b}{6}$ – плечо равнодействующих нормальных сил;

$F_{\text{тр}} = Nf = \frac{\sigma}{2}bl_p f$ – результирующая сила трения;

f – коэффициент трения.

Подставляя эти значения в уравнения равновесия, и решая его относительно σ , получим условие прочности соединения врезной клиновой шпонки на смятие

$$\sigma = \frac{12T}{bl_p(b + 6fd)} \leq [\sigma_{\text{см}}].$$

В соединении при установке двух шпонок, поставленных диаметрально противоположно, условие прочности будет иметь вид:

$$\sigma = \frac{6T}{bl_p(b + 3fd)} \leq [\sigma_{см}].$$

Шпонка на лыске (рис. 13.5). Для установки шпонки на лыске на валу выполняется плоский срез (лыска). Такая обработка значительно меньше ослабевает вал. В ступице устанавливаемой детали делается паз с уклоном 1:100. Эти соединения применяются в соединениях передающих небольшие нагрузки в не очень точных механизмах.

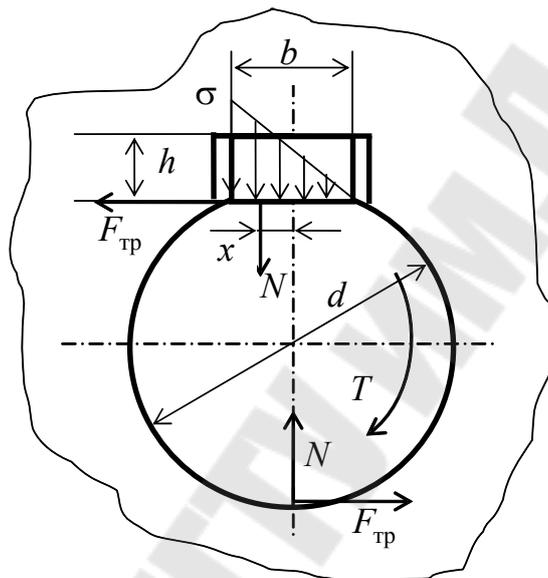


Рис. 13.5

Расчетная схема и, следовательно, условие прочности на смятие соединения шпонкой на лыске аналогичны, как и для соединения клиновой врезной шпонки

$$\sigma = \frac{12T}{bl_p(b + 6fd)} \leq [\sigma_{см}].$$

Фрикционная шпонка (рис. 13.6). Соединения фрикционной шпонкой также применяются для передачи небольших нагрузок, если требуется часто передвигать ступицу вдоль вала или смещать в угловом направлении. Нагрузка в соединении с фрикционной шпонкой передается только за счет трения, возникающего на контактируемых поверхностях. Поэтому это соединение можно использовать как предохранительное при перегрузках.

Грань фрикционной шпонки, которая соприкасается с валом, выполняется в виде цилиндрической поверхности, радиус которой равен радиусу вала. К достоинству фрикционной шпонки относится то, что ее применение не приводит к ослаблению сечение вала. Она требует лишь паза в ступице устанавливаемой детали с уклоном 1:100. Несущая способность фрикционной шпонки меньше, чем врезной.

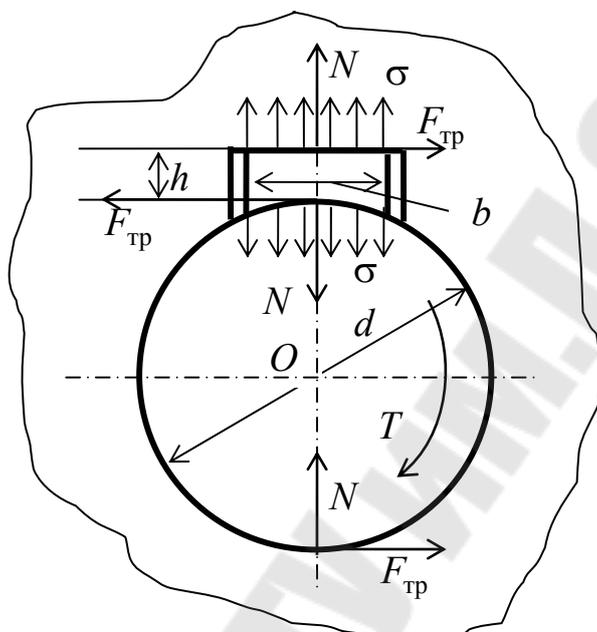


Рис. 13.6

При расчете прочности соединения фрикционной шпонкой делается допущение, что момент сил трения, приложенный к фрикционной шпонке, не изменяет формы первоначальной эпюры напряжений σ .

Уравнение равновесия моментов всех сил, действующих на вал, относительно точки O имеет вид

$$T - F_{тр}d = 0,$$

где $F_{тр} = Nf = \sigma b l_p f$ – результирующая сила трения;

b – ширина фрикционной шпонки;

l_p – расчетная длина шпонки;

f – коэффициент трения.

Подставляя значение $F_{тр}$ в уравнение равновесия, и решая его относительно σ , получим условие прочности соединения фрикционной шпонкой на смятие

$$\sigma = \frac{T}{blfd} \leq [\sigma_{\text{см}}].$$

Тангенциальная шпонка (рис. 13.7) состоит из двух односкосных клиньев, прижатых друг к другу скошенными гранями. Узкие грани шпонки параллельны и являются рабочими. Параллельность рабочих граней позволяют изготавливать пазы на валу и в ступице

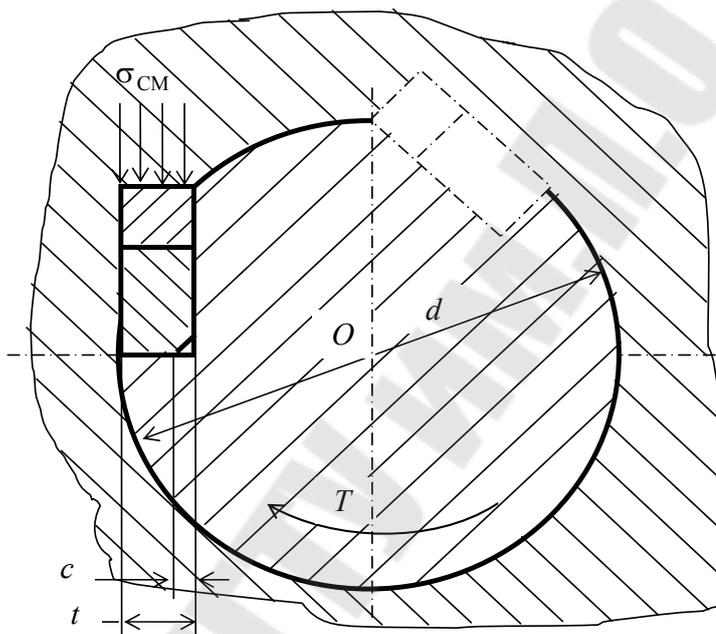


Рис. 13.7

без уклона. В сечении соединения одна из широких граней шпонки располагается касательно к окружности вала. Тангенциальные шпонки встречаются в валах больших диаметров, передающих значительные знакопеременные крутящие моменты.

При расчете на прочность соединения тангенциальной шпонкой принимается, что вся нагрузка со стороны ступицы на шпонку воспринимается ее узкой гранью. Трением между поверхностями ступицы и вала, возникающим при заклинивании шпонок пренебрегают.

Из уравнения равновесия моментов всех сил, действующих на вал, относительно точки O

$$T - F \frac{(d-t)}{2} = T - \sigma(t-c)l_p \frac{(d-t)}{2} = 0$$

условие прочности на смятие соединения тангенциальной шпонкой имеет вид:

$$\sigma = \frac{2T}{(t-c)l_p(d-t)} \leq [\sigma_{см}],$$

где t – толщина шпонки;
 l_p – рабочая длина шпонки;
 c – ширина фаски.

Материалы и допускаемые напряжения. Материалом для шпонок в основном служат углеродистые стали марок: Ст.5, Ст.6, 45 с пределом прочности $\sigma_B \geq 500$ МПа .

Величина допускаемых напряжений на смятие $[\sigma_{см}]$ выбирается в зависимости от характера действующей нагрузки и условий работы соединения:

$[\sigma_{см}] = 120 \dots 160$ МПа - при неподвижном соединении для со-прягаемых элементов из чугунного литья, стального литья и стали, работающих постоянном режиме нагружения;

$[\sigma_{см}] = 60 \dots 100$ МПа - при неподвижном соединении для со-прягаемых элементов из чугунного литья, стального литья и стали, работающих в условиях знакопеременных нагрузок с ударами;

$[\sigma_{см}] = 150$ МПа - втулка перемещается без нагрузки;

$[\sigma_{см}] = 30 \dots 50$ МПа - соединение подвижное, под нагрузкой, рабочие поверхности не закалены;

$[\sigma_{см}] = 10$ МПа - шпонки ходовых валиков.

Шлицевые соединения. Шлицевые соединения (рис. 13.8) можно рассматривать как многошпоночные, когда шпонки выполнены заодно с валом. Шлицевые соединения имеют ряд преимуществ по сравнению со шпоночными соединениями:

1) детали, установленные на шлицевых валах, лучше центрируются и имеют более точное направление при перемещении вдоль оси вала;

2) обеспечивается возможность передачи большего вращающего момента;

3) значительно меньше ослабления вала;

4) выше прочность шлицевых валов при действии динамических нагрузок.

Шлицевые соединения нашли широкое применение в автотракторной, станкостроительной и самолетостроительной промышленности.

Шлицевые соединения подразделяются подвижные и неподвижные. По форме шлицов различают шлицевые соединения с прямоугольным (рис. 13.8,а) , эвольвентным (рис. 13.8,б) и треугольным профилем (рис. 13.8,в).

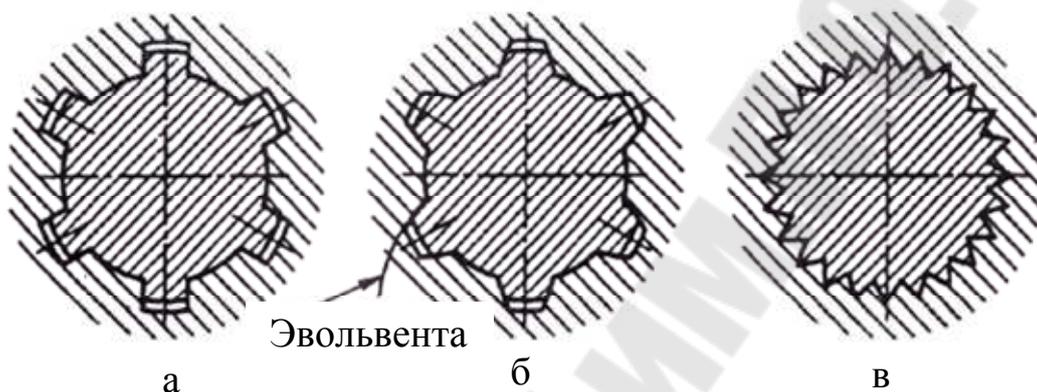


Рис. 13.8

Соединения с прямоугольным профилем шлица в настоящее время получили наибольшее распространение.

Шлицевые соединения с эвольвентным профилем шлица являются перспективными, так как обладают повышенной точностью и технологичностью, создают меньшую концентрацию напряжений у основания шлица.

Шлицевые соединения треугольного профиля мелкие, поэтому мало ослабляют вал, однако они способны передавать лишь относительно небольшую нагрузку и применяют при стесненных габаритах.

В зависимости от количества шлицов различают три серии шлицевых соединений: легкая, средняя и тяжелая.

Расчет шлицевых соединений. На шлицевые соединения действуют напряжения смятия, изгиба, среза, а также они подвергаются износу.

Основным расчетом считается расчет на смятие. Условие прочности АО напряжениям смятия имеет вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{2T}{\upsilon zhld_{\text{cp}}} \leq [\sigma_{\text{см}}],$$

где T – вращающий момент, передаваемый соединением;
 υ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения нагрузки между шлицами;
 h – высота поверхности контакта шлицов;
 d_{cp} – средний диаметр поверхности контакта;
 $[\sigma_{\text{см}}]$ – допускаемое напряжение на смятие.

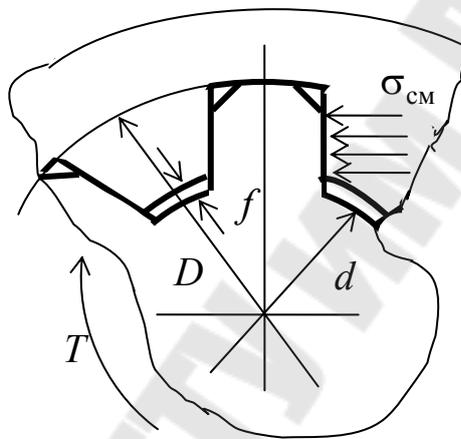


Рис. 13.9

Для прямобочных шлицевых соединений средний диаметр поверхности контакта и высоту поверхности контакта рассчитывают по следующим зависимостям:

$$d_{\text{cp}} = \frac{D + d}{2}; \quad h = \frac{D - d}{2} - 2f,$$

где D – наружный диаметр шлицевого вала;
 d – внутренний диаметр шлицевого вала;
 f – размер фаски.

Для эвольвентных шлицевых соединений эти размеры приближенно определяют по следующим зависимостям:

$$d_{\text{cp}} = D - 1,1m; \quad h = 0,8m,$$

где m – модуль.

Для шлицевого соединения с треугольным профилем

$$h = \frac{D - d_A}{2}; \quad d_{cp} = d_1 = mz,$$

где D – наружный диаметр вала;

d_A – внутренний диаметр отверстия;

d_1 – диаметр делительной окружности.

Допускаемое напряжение на смятие определяют по зависимости:

$$[\sigma_{см}] = \frac{\sigma_T}{sK_{см}K_D},$$

где σ_T – предел текучести материала;

s – коэффициент запаса прочности при расчете на смятие;

$K_{см}$ – общий коэффициент концентрации нагрузки при расчете на смятие;

$K_D = \frac{T_{max}}{T}$ – коэффициент динамичности нагрузки.

Проверку на изгиб производят по сечению основания шлицов по формуле:

$$\sigma_{из} = \frac{M_{из}}{W_{из}} = \frac{F \frac{D-d}{2}}{\frac{lb^2 z \nu}{6}} = \frac{6T(D-d)}{d_{cp} lb^2 z \nu} \leq [\sigma_{из}]$$

Проверку на срез производят по площади основания шлица по зависимости:

$$\tau_c = \frac{F}{blz \nu} = \frac{2T}{d_{cp} lbz \nu} \leq [\tau_c]$$

где F – окружное усилие, передаваемое шлицевым соединением;

υ – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения усилий между шлицами;

b – толщина шлица у основания;

$[\sigma_{и}]$ – допускаемое напряжение на изгиб;

$[\tau_c]$ – допустимое напряжение на срез.

Точно установленных значений допускаемых напряжений изгиба и среза для шлицевых соединений в литературе не приводится. Приближенное их значение можно брать из рекомендаций для шпоночных соединений.

По своей величине напряжения среза и изгиба в шлицевых соединениях значительно ниже напряжений смятия, поэтому в практических расчетах на прочность будет достаточна только проверка на смятие.

Штифтовые соединения. Штифтовые соединения применяются в конструкциях для жесткого соединения деталей, а также в качестве координирующих элементов. Штифты выполняют различных видов: гладкие, насечные (с канавками), пружинные, фасонные, фигурные и др. Наибольшее распространение получили гладкие штифты.

Штифты гладкие. Гладкие штифты бывают двух видов: цилиндрические (рис. 13.10,а) и конические (рис. 13.10,б). Цилиндрический или конический штифт служит для неподвижного соединения деталей или для передачи небольших нагрузок.

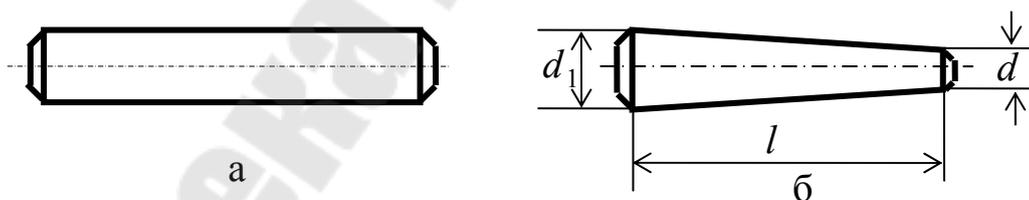


Рис. 13.10

Конусность конических штифтов 1 : 50. Диаметр d_1 утолщенного конца конического штифта определяется по зависимости:

$$d_1 = d + \frac{l}{50}.$$

Цилиндрический штифт удерживается в отверстии трением, которое создается монтажным натягом. Поэтому для предупреждения выпадения штифта требуется более точное его изготовление и точной

сборки. Конические штифты обеспечивают более точное и прочное соединение и лучше предохранены от выпадения. Конический штифт, в отличие от цилиндрического, может использоваться многократно без уменьшения точности расположения деталей.

Гладкие штифты изготавливаются из сталей с пределом прочности $\sigma_B \geq 500 \dots 600$ МПа и твердость $HV \geq 120$. Они ставятся в точно развернутые отверстия.

Для гладких штифтов, материал которых работает в области упругих деформаций, удельное давление p определяют по зависимости:

$$p = \frac{E_{\Delta} d}{2d},$$

где E – модуль упругости материала штифта;

Δd – первоначальная разность штифта и отверстия;

d – диаметр штифта.

Предельное значение удельного давления p_{\max} определяют по формуле:

$$p_{\max} = \frac{\sigma_{T_2}}{2},$$

где σ_{T_2} – предел текучести контактирующей со штифтом материала охватывающей детали.

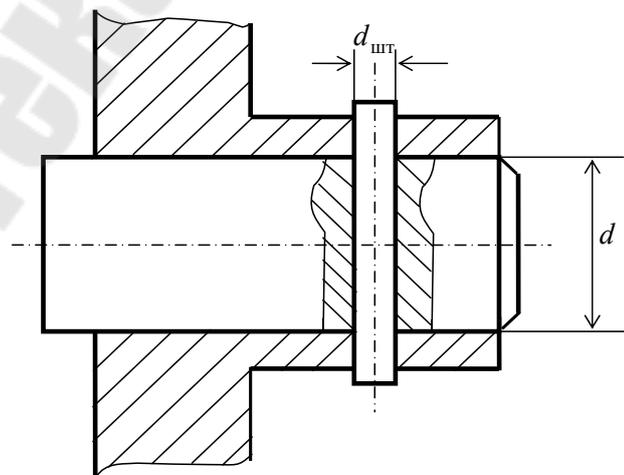


Рис. 13.11

Гладкие штифты могут использоваться в конструкциях как односторонние и двухсторонние (рис. 13.11)

Условие прочности гладкого штифта на срез

$$\tau_c = \frac{4F_t}{\pi d_{шт}^2 i} \leq [\tau_c],$$

где $F_t = \frac{2T}{d}$ – окружная сила;

T – передаваемый вращающий момент;

d – диаметр вала;

$d_{шт}$ – диаметр штифта;

i – число плоскостей среза;

$[\tau_c]$ – допускаемое напряжение на срез материала штифта.

Профильные соединения. Профильным называется разъемное соединение, у которого ступица насаживается на фасонную поверхность вала (рис. 13.12), благодаря которой осуществляется передача вращательного движения.

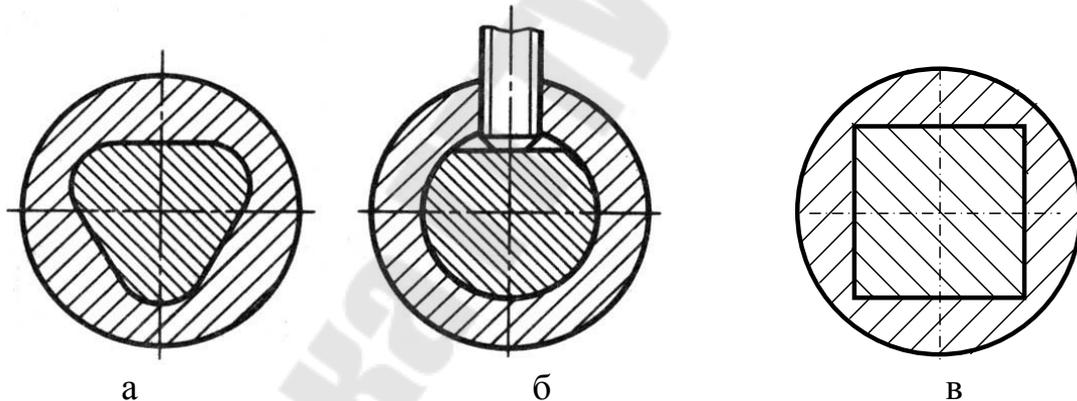


Рис. 13.12

Более совершенными являются профильные соединения с овальным контуром поперечного сечения (рис. 13.12, а). Данный профиль обладает свойством равноосности, т.е. постоянством диаметрального размера.

Простейшим профильным соединением является соединение вала, имеющего на конце квадратное поперечное сечение (рис. 13.12, в). Сторону квадрата обычно равна 0,75 диаметра вала.

К профильному соединению относят также соединение на лыске (рис. 13.12, б).

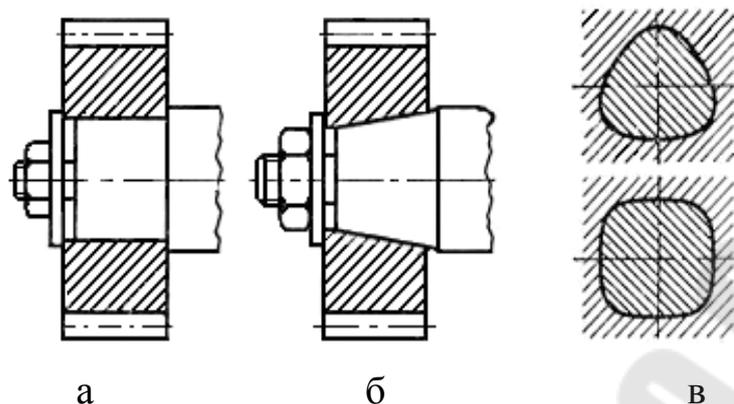


Рис. 13.13

Профильные соединения в осевом направлении могут быть цилиндрическими (рис. 13.13,а) или коническими (рис. 13.13,б). Конические профильные соединения характеризуются удобством демон- тажа, но по сравнению с цилиндрическими, они сложнее в изготовле- нии и дороже.

По сравнению со шпоночным соединением у профильных со- единений лучшее центрирование сопрягаемых деталей, несколько меньшая концентрация напряжений и возможность точной обработки рабочих поверхностей с требуемой твердостью.

К основным недостаткам этих соединений можно отнести сложность и трудоемкость изготовления фасонных поверхностей, их относительно высокую стоимость и большие напряжения смятия.

При переменных и особенно реверсивных **нагрузках применяют** профильные соединения с натягом.

Расчет профильных соединений. Основным критерием рабо- тоспособности профильного соединения является ограничение удель- ной нагрузки, которая вызывает смятие рабочих поверхностей.

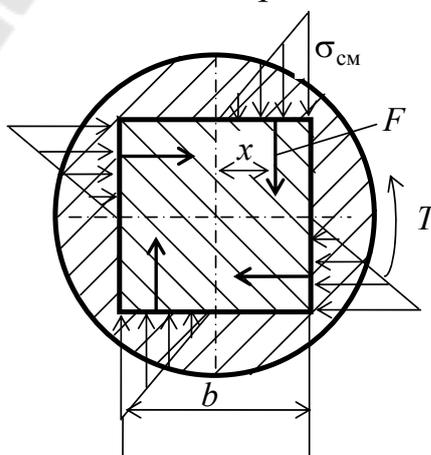


Рис. 13.14

Для профильного соединения, изображенного на рис. 13.14, при расчете на прочность предполагают, что зазор в соединении равен нулю.

Эпюра напряжений смятия при действии внешней нагрузки в поперечном сечении изменяется по треугольнику, а в продольном - постоянная вдоль оси.

Уравнение равновесия моментов всех сил и моментов относительно центра сечения имеет вид:

$$T - 4Fx = 0,$$

где $F = \frac{\sigma_{\text{см}}}{2} \frac{b}{2} l$ – равнодействующая сила от действующего напряжения смятия;

$x = \frac{b}{3}$ – плечо равнодействующей силы;

l – длина ступицы.

Учитывая значения F и x , условие прочности будет иметь вид:

$$\sigma_{\text{см}} = \frac{3T}{b^2 l} \leq [\sigma_{\text{см}}].$$

Тема 14. Механические передачи

Общие сведения о передачах. Механическими передачами или просто передачами называют механизмы, служащие для передачи механической энергии на расстояние, как правило, с преобразованием скоростей и моментов, иногда с преобразованием видов и законов движения.

Основные причины применения передач в машинах следующие:

1) требуемые скорости движения рабочих органов машины, как правило, не совпадают с частотами вращения двигателей общемашиностроительного применения, обычно ниже.

2) для большинства технологических и транспортных машин необходима возможность регулирования скорости.

3) двигатели обычно выполняют для равномерного вращательного движения, а в машинах часто оказывается необходимым поступательное движение с заданным законом изменения скорости;

4) двигатели не всегда могут быть непосредственно соединены с исполнительными механизмами из-за требования к габаритам машины, условий техники безопасности, удобства обслуживания, а иногда должны приводить в движение несколько механизмов.

Передачи по принципу работы разделяют на:

1) передачи зацеплением с непосредственным контактом (зубчатые, червячные и винт - гайка) и с гибкой связью (цепные);

2) передачи трением с непосредственным контактом тел качения (фрикционные) и с гибкой связью (ременные).

В зависимости от назначения передачи выполняют с постоянным или с переменным передаточным отношением. В последнем случае применяют ступенчатое или бесступенчатое регулирование. Ступенчатое регулирование дешевле и осуществляется более простыми и надежными механизмами. Бесступенчатое регулирование вследствие возможности выбора оптимального процесса способствует повышению производительности и качественных показателей работы машины.

Основные кинематические и силовые соотношения. Любая механическая передача характеризуется следующими основными параметрами: мощностью P_2 - на выходе; быстроходностью, которая выражается угловой скоростью ведомого вала ω_2 или частотой вращения n_2 и передаточным числом u .

Это три основные характеристики, необходимые для проекционного расчета любой передачи.

Кроме основных характеристик различают производные характеристики, которыми часто пользуются при расчетах:

- коэффициент полезного действия

$$\eta = P_2 / P_1$$

- для многоступенчатой передачи, состоящей из нескольких отдельных последовательно соединенных передач, общий КПД определяют по формуле

$$\eta_{\text{общ}} = \eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_i;$$

где $\eta_1 \eta_2 \eta_3 \dots \eta_i$ – КПД каждой кинематической пары, а также других звеньев привода, где имеются потери мощности;

- вращающий момент на валу

$$T = 9550 \frac{P}{n},$$

где P – мощность на валу в кВт;

n – частота вращения вала в об/мин;

- окружная сила передачи

$$F_t = \frac{2T}{d},$$

где d – диаметр звена, установленного на валу, мм.

Вращающий момент ведущего вала T_1 является моментом движущих сил и его направление совпадает с направлением вращения вала. Вращающий момент на ведомом валу T_2 является моментом сопротивления и его направление противоположное вращению вала.

- окружная скорость

$$V = \frac{\pi n d}{60 \cdot 1000}.$$

Передаточным отношением механической передачи называется отношение угловой скорости ведущего звена к угловой скорости ведомого звена

$$i = \omega_1 / \omega_2 = n_1 / n_2$$

Передаточным числом называют отношение числа зубьев большего колеса к числу зубьев меньшего колеса, которое называют шестерней и обозначают буквой u

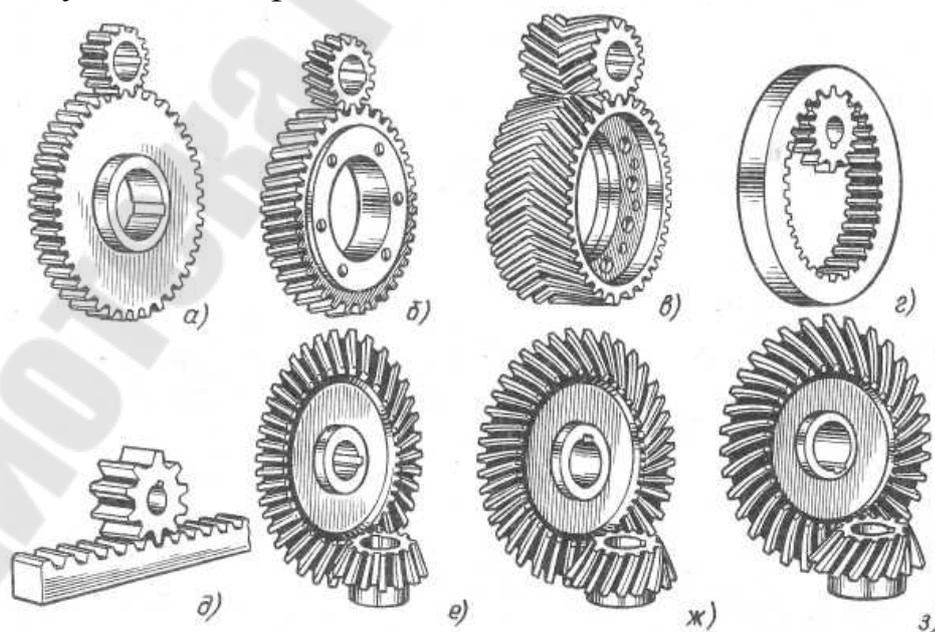
$$u = z_2 / z_1 .$$

В редукторах (устройствах, предназначенных для снижения частоты вращения) числовые значения передаточного отношения и передаточного числа равны.

Если передача многоступенчатая, то ее передаточное число равно произведению передаточных чисел ступеней, т. е.

$$u_{\text{общ}} = u_1 u_2 \dots u_i$$

Зубчатая передача. Зубчатая передача - это механизм, который с помощью зубчатого зацепления передает или преобразует движение с изменением угловых скоростей и моментов.



14.1. Основные виды зубчатых передач

Зубчатые передачи применяют для преобразования и передачи вращательного движения между валами с параллельными, пересекающимися и перекрещивающимися осями, а также для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот.

Зубчатые передачи между параллельными валами осуществляются цилиндрическими колесами с прямыми, косыми и шевронными зубьями внешнего и внутреннего зацепления (рисунок 14.1, а-г).

Передачи между валами с пересекающимися или пересекающимися осями осуществляются обычно коническими колесами с прямыми или круговыми зубьями (рисунок 14.1, е-з).

Зубчатые передачи, предназначенные для преобразования вращательного движения в поступательное и наоборот, осуществляются цилиндрическим колесом и рейкой (рисунок 14.1, д).

Для валов с перекрещивающимися осями применяют зубчато-винтовые передачи.

Зубчатые передачи составляют наиболее распространенную и важную группу механических передач. Их применяют в широком диапазоне условий работы. В сравнении с другими механическими передачами обладают существенными достоинствами, а именно:

- а) малыми габаритами;
- б) высоким КПД;
- в) большой надежностью в работе;
- г) постоянством передаточного отношения из-за отсутствия проскальзывания;
- д) возможностью применения в широком диапазоне моментов, скоростей и передаточных отношений.

К недостаткам зубчатых передач могут быть отнесены требования высокой точности изготовления и шум при работе со значительными скоростями.

Параметры прямозубого цилиндрического зубчатого колеса. Расстояние между одноименными точками двух зубьев, измеренное по дуге окружности, называется шагом зубчатого колеса и обозначается буквой p (рис. 14.2).

Отношение шага зубчатого колеса к числу π , называется модулем зубчатого колеса и обозначается буквой m и измеряется в мм и является стандартной величиной

$$m = \frac{p}{\pi}.$$

Все размеры зубчатого колеса измеряется в долях модуля.

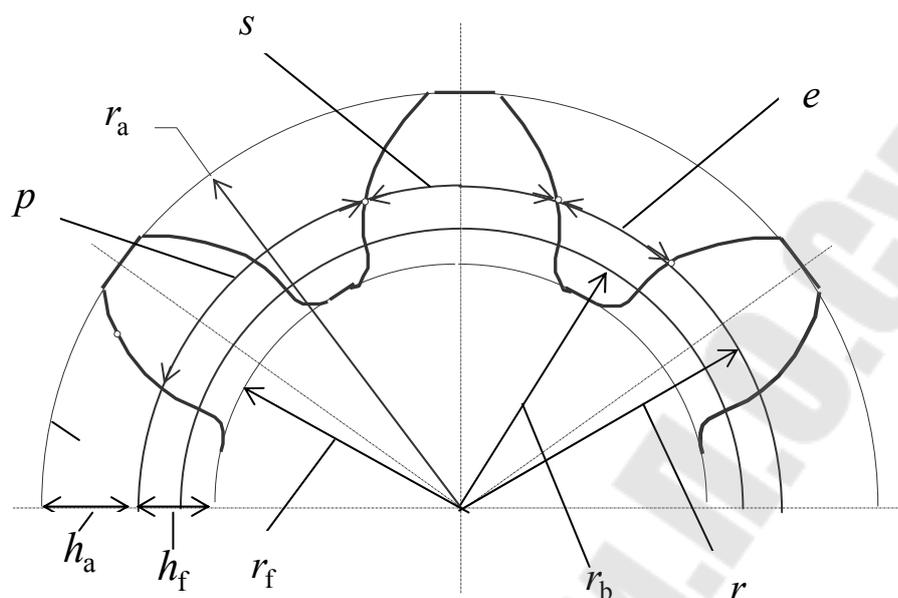


Рис. 14.2

Зубчатое колесо состоит из тела зубчатого колеса и зубьев. Окружность, которая разделяет тела зубчатого колеса от зубьев, называется окружностью впадин. Все размеры, которые относятся к окружности впадин, имеют индекс f .

Окружность максимального радиуса зубчатого колеса называется окружностью вершин зубьев. Все размеры, которые относятся к окружности вершин зубьев, имеют индекс a .

Окружность, которая делит зуб на головку и ножку зуба, называется делительной окружностью. Все размеры, которые относятся к делительной окружности, индекса не имеют.

Размеры, относящиеся к основной окружности, имеют индекс b .

Зубчатые колеса, при нарезании которых, делительная прямая зубчатой рейки касается делительной окружности, называются нулевыми. Параметры нулевого зубчатого колеса рассчитываются по следующим зависимостям:

- шаг зубчатого колеса по делительной окружности $p = \pi m$;

- высота головки зуба $h_a = m$;

- высота ножки зуба $h_f = 1,25m$;

- толщина зуба по делительной окружности $s = \frac{\pi m}{2}$;

- ширина впадины по делительной окружности $e = \frac{\pi m}{2}$;

- диаметр делительной окружности $d = mz$;
- диаметр окружности вершин зубьев $d_a = m(z + 2)$;
- диаметр окружности впадин $d_f = m(z - 2,5)$;
- диаметр основной окружности $d_b = \frac{d}{\cos 20^\circ}$.

Силы в зацеплении цилиндрической прямозубой передаче.

По линии зацепления прямозубой цилиндрической передачи со стороны зуба одного колеса на зуб другой колеса действует нормальная сила F_n (рис. 14.3). Нормальную силу можно разложить на две составляющие: окружную силу F_t , направленную по касательной к начальным окружностям перпендикулярно линии межосевого расстояния, и радиальную F_r , направленную к оси вращения зубчатого колеса.

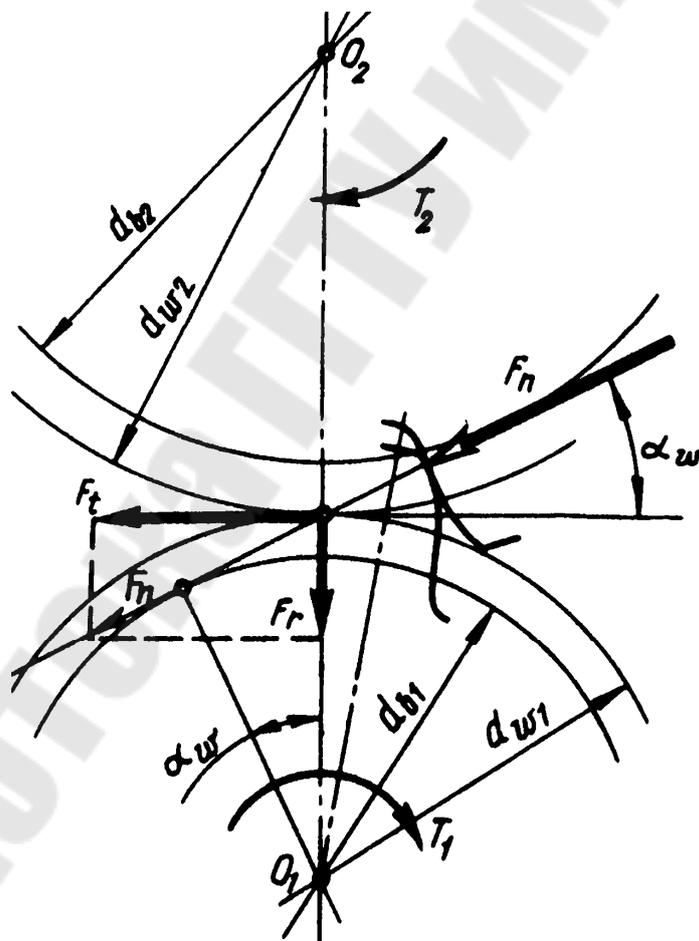


Рис. 14.3

Окружная и радиальная силы рассчитываются по зависимостям:

$$F_t = \frac{2T}{d_w}; F_t = F_t \operatorname{tg} \alpha_w,$$

где T – вращающий момент на валу колеса;
 d_w – начальный диаметр зубчатого колеса;
 α_w – угол зацепления.

Тема 15. Расчет цилиндрических зубчатых передач

Материалы зубчатых колес. Величина передаваемой нагрузки, допускаемая по контактной прочности зубьев, определяется в основном твердостью материала. Для изготовления зубчатых колес в основном используются стали. В зависимости от термообработки стальные зубчатые колеса подразделяются на две группы:

- с твердостью $HV \leq 350$ (зубчатые колеса нормализованные или улучшенные);

- с твердостью $HV > 350$ (зубчатые колеса с объемной закалкой, закалкой токами высокой частоты, азотированные и др.).

В основном используют нормализованные и улучшенные зубчатые колеса, так как при их изготовлении можно получить высокую точность без применения шлифования и притирки, они хорошо прирабатываются и не подвержены хрупкому разрушению при динамических нагрузках.

Для лучшей прирабатываемости зубчатых колес твердость шестерни назначают на 10 ...30 единиц больше твердости зубчатого колеса.

Допускаемые напряжения. Допускаемые напряжения изгиба σ_{FP} при расчете на выносливость определяются по формуле:

$$\sigma_{FP} = \frac{\sigma_{F \lim}^0}{S_F} Y_R Y_S K_{xF},$$

где Y_R – коэффициент, учитывающий влияние шероховатости поверхности;

Y_S – коэффициент, учитывающий влияние абсолютных размеров зубьев;

K_{xF} – коэффициент, учитывающий влияние абсолютных размеров колес;

S_F – коэффициент безопасности;

$\sigma_{F \lim}^0$ – предел выносливости зубьев, соответствующий заданному числу циклов нагружения, МПа.

$$\sigma_{F \lim}^0 = \sigma_{F \lim b}^0 K_{Fq} K_{Fd} K_{Fc} K_{FL},$$

где $\sigma_{F \lim b}^{\circ}$ – предел выносливости зубьев, соответствующий базовому числу циклов нагружения, МПа;

K_{Fq} – коэффициент, учитывающий влияния шлифования переходной поверхности зубьев;

K_{Fd} – коэффициент, учитывающий влияние деформационного упрочнения или электрохимической обработки переходной поверхности зубьев;

K_{Fc} – коэффициент, учитывающий двухстороннее приложение нагрузки;

K_{FL} – коэффициент долговечности.

$$K_{FL} = \sqrt[6]{\frac{N_{FO}}{N_{FE}}},$$

где N_{FO} – базовое число циклов нагружения;

N_{FE} – эквивалентное число циклов нагружения.

$$N_{FE} = 60cnt,$$

где c – число зацеплений зуба за один оборот колеса;

n – частота вращения зубчатого колеса, об/мин;

t – время работы передачи, час.

$$t = 365Lk_{\text{год}} 24k_{\text{сут}},$$

где L – срок работы передачи, год;

$k_{\text{год}}$ – коэффициент работы передачи в году;

$k_{\text{сут}}$ – коэффициент работы передачи в сутках.

Допускаемые контактные напряжения определяются по формуле:

$$\sigma_{HP} = \frac{\sigma_{H \lim}}{S_H} Z_R Z_V K_{xH} K_L,$$

где Z_R – коэффициент, учитывающий влияние шероховатости;

Z_V – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости;
 K_{xH} – коэффициент, учитывающий влияние размеров колеса;
 K_L – коэффициент, учитывающий влияние смазки;
 S_H – коэффициент безопасности;
 $y_{H \lim}$ – предел контактной выносливости зубьев, соответствующий фактическому числу циклов нагружения.

$$y_{H \lim} = y_{H \lim b} K_{HL},$$

где $y_{H \lim b}$ – предел контактной выносливости зубьев, соответствующий базовому числу циклов нагружения;
 K_{HL} – коэффициент долговечности.

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO}}{N_{HE}}},$$

где N_{HO} – базовое число циклов нагружения;
 N_{HE} – эквивалентное число циклов нагружения.

Критерии работоспособности и расчета. В зацеплении зубчатой передачи кроме нормальной силы F_n действует сила трения $F_{тр} = F_n f$, которая возникает в результате скольжения зубьев в процессе зацепления. Под действием этих сил зуб испытывает сложное напряженное состояние. Решающее влияние на работоспособность зубчатой передачи оказывают контактные напряжения σ_H и напряжения изгиба σ_F , которые изменяются по некоторому отнулевому циклу.

Переменные напряжения являются причиной усталостного разрушения зубьев: выкрашивание поверхности зубьев от контактных напряжений и поломка зубьев от напряжений изгиба.

С контактными напряжениями и трением в зацеплении связаны и другие виды повреждения зубьев износ.

Виды разрушения зубьев.

Поломка зубьев. Поломка зубьев связана с напряжениями изгиба. Поломка зубьев может произойти от больших перегрузок и от действия переменных напряжений.

Усталостное выкрашивание. Данный вид разрушения наблюдается в закрытых передачах от действия контактных напряжений. При выкрашивании наблюдается нарушение сплошной масляной пленки, что приводит к быстрому износу и задиру поверхности.

Абразивный износ. Этот вид износа наблюдается в основном при плохой смазке. Он имеет место не только в открытых передачах, но и в закрытых, если они недостаточно загрязнены от попадания абразивного материала в зону контакта.

Заедание. Заедание обычно встречается в высоконагруженных и высокоскоростных передачах. Высокая температура в зоне контакта приводит к разрыву масляной пленки и образованию металлического контакта. В результате чего происходит сваривания частиц металла с последующим их отрывом от менее прочной поверхности.

Пластический сдвиг. Данный вид повреждения наблюдается у тяжело нагруженных передач, выполненных из мягкой стали. При перегрузках на поверхности зубьев появляются пластические деформации, которые сдвигаются в направлении скольжения.

Отслаивание поверхностного слоя зубьев. Этот вид разрушения связан с недостаточно качественной термической обработкой, когда внутренние напряжения не сняты отпуском. Перегрузки, возникающие в процессе эксплуатации, способствуют отслаиванию поверхностных слоев.

Расчетная нагрузка для расчета зубчатых колес. При расчете зубчатых колес на контактную прочность вводятся понятия удельной нагрузки ω и удельной расчетной нагрузки ω_H .

Удельная нагрузка определяется из условия, что силы передаются по всей длине l_Σ контактных линий

$$\omega = \frac{F_n}{l_\Sigma} = \frac{F_t}{l_\Sigma \cos \alpha_w}$$

Общая длина l_Σ контактных линий зависит от ширины b_w венца колеса и коэффициента перекрытия ε_α , поэтому в расчетах используют минимальное значение длины контактной линии.

$$l_{\Sigma \min} = b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon,$$

где K_ε – коэффициент, учитывающий повышение несущей способности зубчатых колес с увеличением коэффициента перекрытия.

В этом случае удельная нагрузка будет равна

$$\omega = \frac{F_t}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon \cos \alpha_w}.$$

В действительности нагрузка на зубья значительно отличается от удельной номинальной нагрузки. В связи с этим вводятся поправочные коэффициенты, которые учитывают условия эксплуатации, и расчетная удельная нагрузка ω_H определяется по зависимости:

$$\omega_H = \frac{F_t}{b_w \varepsilon_\alpha K_\varepsilon \cos \alpha_w} K_{H\sigma} K_{H\beta} K_{H\nu},$$

где $K_{H\alpha}$ – коэффициент, учитывающий одновременное участие в передаче нагрузки нескольких пар зубьев;

$K_{H\beta}$ – коэффициент, учитывающий неравномерное распределение нагрузки по ширине зуба;

$K_{H\nu}$ – коэффициент, учитывающий влияние удара в момент входа зуба в зацепление.

Расчет прочности зубьев по контактным напряжениям. Максимальные контактные напряжения возникают, когда зацепление зубьев происходит в полюсе зацепления. В этом случае в зацеплении находится одна пара зубьев. В качестве исходной формулы принимаем формулу Герца для определения контактных напряжений в случае контакта двух цилиндров

$$y_H = \sqrt{\frac{q E_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}},$$

где q – удельная нагрузка;

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2} \text{ – приведенный модуль упругости;}$$

$\rho_{\text{пр}}$ – приведенный радиус кривизны;

μ – коэффициент Пуассона.

Приведенный радиус кривизны определяется из соотношения

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2},$$

где ρ_1, ρ_2 – радиусы кривизны контактирующих профилей.

Для эвольвентного зубчатого зацепления $\rho_1 = \frac{d_{w1}}{2} \sin \alpha_w$ и

$$\rho_2 = \frac{d_{w2}}{2} \sin \alpha_w, \text{ тогда } \frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{2}{d_{w1} \sin \alpha_w} \pm \frac{2}{d_{w2} \sin \alpha_w} = \frac{2(u \pm 1)}{d_{w1} \sin \alpha_w u},$$

где $u = \frac{d_{w2}}{d_{w1}}$ – передаточное число.

Знак «+» соответствует внешнему зацеплению колес, а знак «-» - внутреннему.

Заменяя в формуле Герца удельную нагрузку q на удельную расчетную нагрузку σ_H и подставляя значения величин $\frac{1}{\rho_{\text{пр}}}$ и $E_{\text{пр}}$,

получаем

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{F_t K_{H\beta} K_{H\alpha} K_{H\gamma} 2E_1 E_2 2(u+1)}{b_w \varepsilon_{\alpha} K_{\varepsilon} \cos \alpha_w (E_1 + E_2) d_{w1} u \sin \alpha_w 2\pi(1-\mu^2)}} \leq \sigma_{HP}.$$

По данной формуле можно оценить возможность передачи требуемого крутящего момента конкретной зубчатой передачей. Для получения формулы для проектного расчета учтем, что $F_t = \frac{2T_1}{d_{w1}}$ и

$$b_w = \psi_{bd} d_{w1}, \text{ тогда } d_{w1} \geq K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} (u \pm 1)}{u \psi_{bd} u \gamma_{HP}^2}},$$

где $K_d = 770 \text{ МПа}^{\frac{1}{3}}$ – коэффициент диаметра;

$\psi_{bd} = 0,8 \dots 1,4$ – коэффициент ширины колеса.

Расчет зубьев на прочность при изгибе. При расчете зубьев на изгиб рассматривается случай, когда нормальная сила F_n действует в точке, лежащей на окружности вершин зубьев (рис. 15.1). В резуль-

тате пластической деформации она направлена под углом α_α несколько большим, чем угол зацепления α_w .

Нормальную силу F_n перенесем по линии действия в точку, лежащую на оси симметрии зуба, и разложим на горизонтальную силу F_1 и вертикальную силу F_2 . Горизонтальная сила F_1 будет изгибать зуб. Максимальный изгибающий момент, равный $M_{и} = F_1 h$ будет действовать у ножки зуба. Вертикальная сила F_2 сжимает зуб.

Построим эпюры напряжений, действующих у основания зуба. Напряжения сжатия и напряжения изгиба будут рассчитываться по зависимостям:

$$\sigma_{сж} = \frac{F_2}{Sb_w}, \quad \sigma_{и} = \frac{6F_1}{b_w S^2}.$$

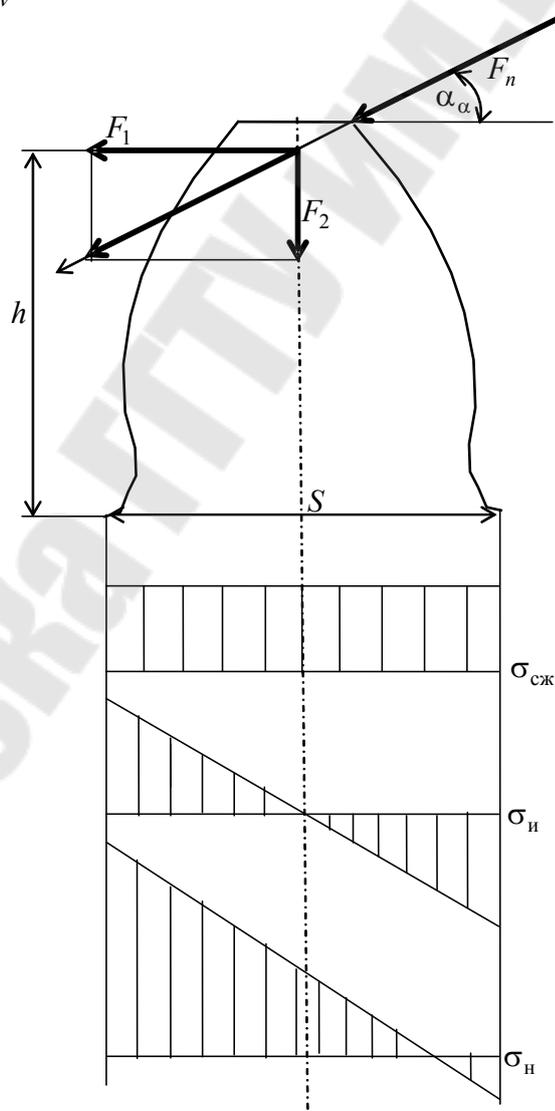


Рис. 15.1

Выражая F_1 и F_2 через окружную силу F_t , учитывая, что $F_1 = F_n \cos \alpha_\alpha$ и $F_2 = F_n \sin \alpha_\alpha$, получим

$$\sigma_{сж} = \frac{F_t \sin \alpha_\alpha}{S b_w \cos \alpha_w}; \quad \sigma_{н} = \frac{6hF_t \cos \alpha_\alpha}{b_w S^2 \cos \alpha_w},$$

где b_w – ширина зуба.

Экспериментальные данные показывают, что поверхностные слои материала зуба оказывают меньшее сопротивление переменным растягивающим напряжениям, чем напряжениям сжатия.

Суммарное номинальное напряжение на растянутой стороне зуба в опасном сечении равно

$$\sigma_{н} = \sigma_{н} - \sigma_{сж} = \frac{6hF_t \cos \alpha_\alpha}{b_w S^2 \cos \alpha_w} - \frac{F_t \sin \alpha_\alpha}{b_w S \cos \alpha_w}.$$

Действительные напряжения σ_F будут отличаться от номинальных напряжений. Особенность работы зуба в зацеплении учитывается соответствующими коэффициентами: α_σ – наличие концентрации напряжения на переходной поверхности зуба; $K_{F\alpha}$ – неравномерность распределения нагрузки между зубьями, $K_{F\beta}$ – неравномерность распределения нагрузки по ширине зуба и K_{Fv} – наличие удара в момент входа зуба в зацепление. Поэтому действительное напряжение будет равно:

$$\sigma_F = \sigma_{н} \alpha_\sigma K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}.$$

Подставляя значение $\sigma_{н}$, получаем

$$\sigma_F = \frac{F_t}{b_w} \left(\frac{6h \cos \alpha_\alpha}{S^2 \cos \alpha_w} - \frac{\sin \alpha_\alpha}{S} \right) \alpha_\sigma K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}.$$

Принимая во внимание, что коэффициент формы зуба Y_F равен

$$Y_F = m \left(\frac{6h \cos \alpha_\alpha}{S^2 \cos \alpha_w} - \frac{\sin \alpha_\alpha}{S} \right) \alpha_y, \text{ получаем } \sigma_F = \frac{F_t Y_F}{b_w m} K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv}.$$

Условие прочности будет выполняться, если

$$\sigma_F = \frac{F_t Y_F}{b_w m} K_{F\alpha} K_{F\beta} K_{Fv} \leq \sigma_{FP},$$

где σ_{FP} – допускаемое напряжение на изгиб.

Учитывая, что $F_t = \frac{2T_1}{d_{w1}}$, $b_w = \psi_{bd} d_{w1}$ и $d_{w1} = m z_1$, и решая данное

уравнение относительно модуля m , получим следующую формулу для проектного расчета на изгиб

$$m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_F}{\psi_{bd} z_1^2 \sigma_{FP}}},$$

где $K_m = 1,4$ – коэффициент модуля колеса.

Коэффициент Y_F выбирается в зависимости числа зубьев z_1 .

Особенности геометрии косозубой цилиндрической передачи. В косозубой цилиндрической передаче (рис. 15.2) линия зуба наклонена к оси вращения под углом β_b . В связи с этим зуб входит в зацепления не сразу, а постепенно. В зацеплении может одновременно находиться несколько пар зубьев. В результате чего уменьшается шум и увеличивается плавность зацепления.

В косозубой зубчатой передаче различают три шага: нормальный шаг p_n , торцовый шаг p_t и осевой шаг p_a , следовательно, и три модуля: нормальный модуль m_n , который является стандартным, торцовый модуль m_t и осевой модуль m_a . Торцовый и осевой модули выражаются через нормальный по зависимостям:

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta_b}; \quad m_a = \frac{m_n}{\sin \beta_b}.$$

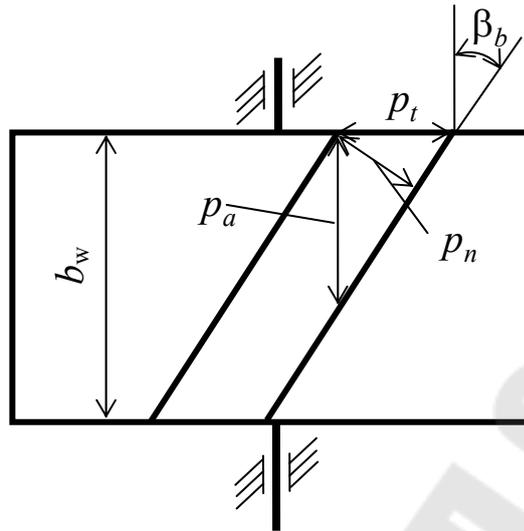


Рис. 15.2

Делительный диаметр косозубого цилиндрического колеса рассчитывается по зависимости:

$$d = m_t z = \frac{m_n}{\cos \beta_b} z.$$

Высота головки и ножки зуба соответственно равны

$$h_a = m_n; \quad h_f = 1,25m_n.$$

В этом случае диаметр вершин и диаметр впадин зубьев рассчитываются по зависимостям:

$$d_a = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta_b} + 2 \right); \quad d_f = m_n \left(\frac{z}{\cos \beta_b} - 2,5 \right).$$

Прочность зуба косозубого колеса определяют размеры и форма в нормальном сечении. Форму зуба в нормальном сечении определяют через параметры эквивалентного прямозубого колеса.

Нормальное сечение косозубого колеса представляет эллипс (рис. 15.3) с полуосями $c = \frac{d_w}{2}$ и $e = \frac{d_w}{2 \cos \beta_b}$. Зацепление зубьев про-

исходит на малой полуоси. Радиус кривизны r_v на малой полуоси эллипса равен

$$r_v = \frac{e^2}{c} = \frac{d_w}{2\cos^2\beta_b}.$$

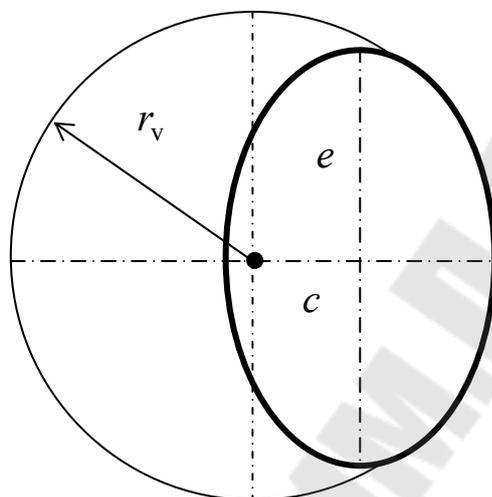


Рис. 15.3

В соответствии с этим форма косо́го зуба в нормальном сечении определяется эквивалентным прямозубом колесом, диаметр которого

$$d_v = \frac{d_w}{\cos^2\beta_b}, \quad \text{а число зубьев } z_v = \frac{z}{\cos^3\beta_b}.$$

Увеличение эквивалентных параметров (d_w и z_v) с увеличением угла β_b является одной из причин повышения несущей способности косозубых передач.

Расчет на контактную и изгибную прочность. Проектный расчет на контактную прочность и на изгиб косозубых зубчатых передач производят по формулам аналогичным, что и для прямозубых передач.

$$d_{w1} \geq K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} (u \pm 1)}{u_{bd} u_{HP}^2}}, \quad m_n \geq K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_F}{u_{bd} z_1^2 Y_{FP}}}.$$

Различие заключается в коэффициентах K_d , K_m и Y_F . Это связано с тем, что суммарная длина контактной линии постоянна, отличие

в приведенном радиусе кривизны и определяется нормальный модуль зацепления, а не торцовый. Поэтому коэффициенты принимают значения $K_d = 675 \text{ МПа}^{1/3}$, $K_m = 1,12$, а коэффициент формы зуба Y_F выбирается для числа зубьев эквивалентного колеса, которое равно

$$z_v = \frac{z_1}{\cos^3 \beta_b}.$$

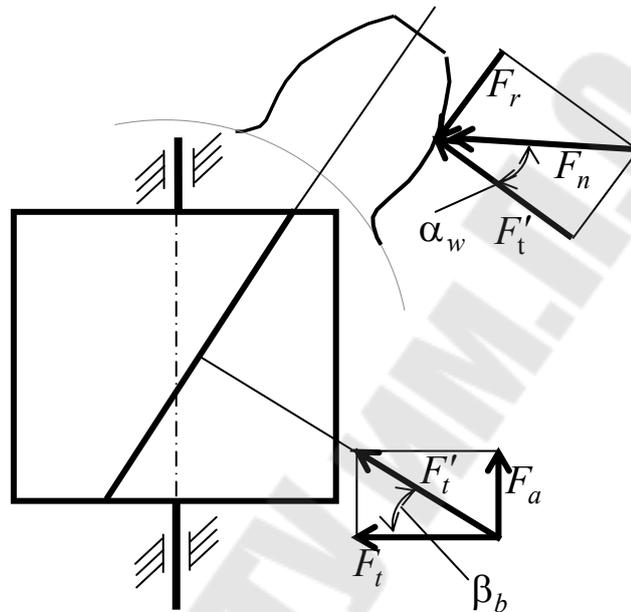


Рис. 15.4

Силы, действующие в косозубой цилиндрической передаче. В косозубой зубчатой передаче нормальную силу раскладывают на три составляющие (рис. 15.4): окружную силу $F_t = \frac{2T}{d_w}$, осевую силу $F_a = F_t \operatorname{tg} \beta_b$ и радиальную силу $F_r = F_t' \operatorname{tg} \alpha_w = F_t \frac{\operatorname{tg} \alpha_w}{\cos \beta_b}$. Нормальную силу, действующую в зацеплении, определяют по зависимости:

$$F_n = \frac{F_t'}{\cos \alpha_w} = \frac{F_t}{\cos \alpha_w \cos \beta_b}.$$

Тема 16. Конические передачи

Общие сведения. Конические зубчатые передачи (рис. 16.1) предназначены для передачи вращательного движения между пересекающимися осями. Угол Σ , под которым могут пересекаться оси, может изменяться от 10° до 170° . Наибольшее распространение нашли конические передачи, когда угол $\Sigma = 90^{\circ}$. В конической передаче одно колесо имеет консольное расположение, поэтому ее нагрузочная способность на 15% ниже, чем у цилиндрической передачи. Конические зубчатые колеса могут быть с прямым, косым и кривым зубом. Если направление линии зуба колеса проходит через ось вращения, то такая передача называется – прямозубой. У конической косозубой передаче направление линии зуба является касательной к какой-то окружности. Линия зуба кривоизогнутого конического колеса очерчена по кривой линии, чаще всего по окружности.



Рис. 16.1

Так как оси колес пересекаются (рис. 16.2), то начальные поверхности являются конусами, углы которых определяются по зависимостям:

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{u + \cos \Sigma}; \quad \delta_2 = \Sigma - \delta_1,$$

где u – передаточное число.

Для ортогональных передач

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{u} = \frac{z_1}{z_2}; \operatorname{tg} \delta_2 = u = \frac{z_2}{z_1}.$$

Параметры прямозубых конических колес принято рассчитывать на поверхности внешнего дополнительного конуса, образующая которого перпендикулярна к образующей делительного конуса.

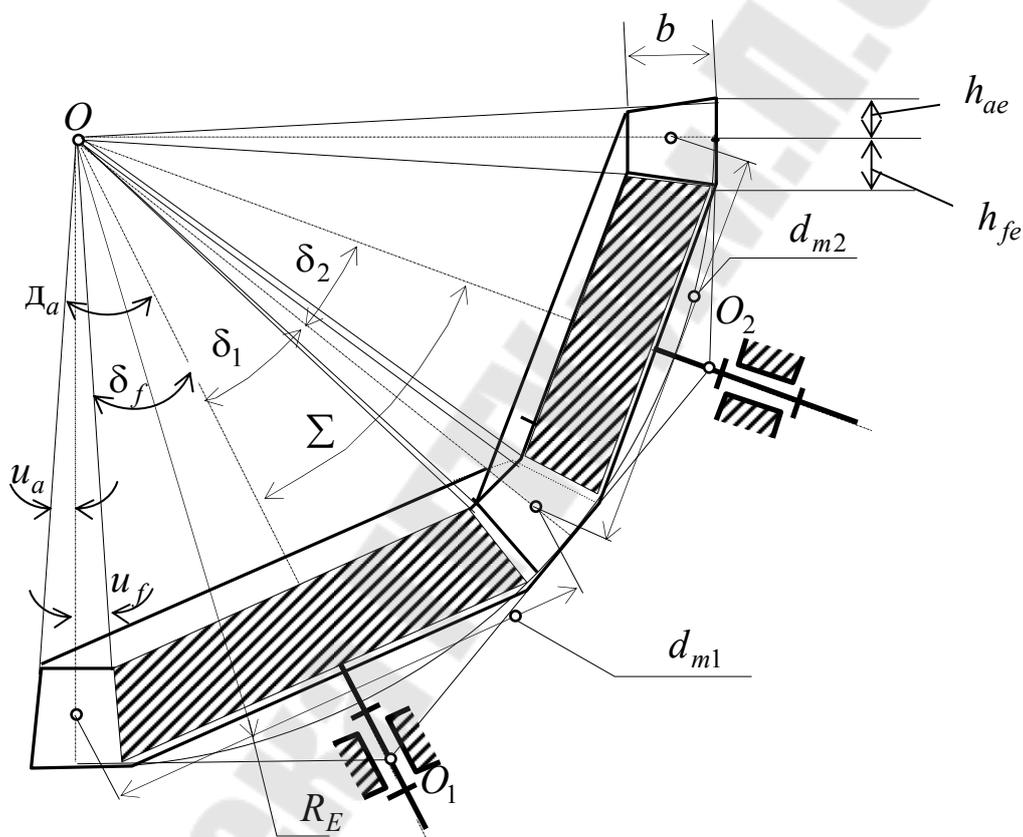


Рис. 16.2

Делительный диаметр на дополнительном конусе

$$d_e = m_e z,$$

где m_e – внешний торцовый модуль.

Внешний торцовый модуль может иметь не стандартное значение, но на практике его чаще всего округляют до ближайшего стандартного.

Важнейшим параметром конической передачи является внешнее конусное расстояние R_e , которое рассчитывается следующим образом,

$$R_e = \frac{d_{e1}}{2 \sin \delta_1} = \frac{m_e z_1}{2 \sin \delta_1} = \frac{m_e z_1 \sqrt{1+u^2}}{2}.$$

Ширину зубчатого венца b (рис. 16.2) рекомендуется принимать $b \leq 0,3R_e$ или $b \leq 10m_e$. Внешняя высота головки зуба $h_{ae} = m_e$, а ножки зуба - $h_{fe} = 1,2m_e$.

Среднее конусное расстояние R_m и средний окружной модуль m_m определяются по зависимостям:

$$R_m = R_e - 0,5b; \quad m_m = \frac{R_m}{R_e} m_e.$$

Угол ножки зуба θ_f и угол головки зуба θ_a находят

$$\operatorname{tg} \theta_f = \frac{h_{fe}}{R_e}; \quad \operatorname{tg} \theta_a = \frac{h_{ae}}{R_e}.$$

Угол конуса вершин δ_a и угол конуса впадин δ_f равны

$$\delta_a = \delta + \theta_a; \quad \delta_f = \delta - \theta_f.$$

Внешний диаметр вершин зубьев d_{ae} и внешний диаметр впадин зубьев d_{fe} рассчитывают по формулам:

$$d_{ae} = d_e + 2h_{ae} \cos \delta; \quad d_{fe} = d_e - 2h_{fe} \cos \delta.$$

Передачное отношение ортогональной конической передачи определяют

$$u = \frac{z_2}{z_1} = \frac{d_{e2}}{d_{e1}} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1} = \operatorname{tg} \delta_2 = \operatorname{ctg} \delta_1.$$

Расчет конических передач по контактным напряжениям. В качестве исходной формулы принимается формула Герца

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{qE_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}} \leq \sigma_{\text{HP}}.$$

Коническая передача заменяется эквивалентной прямозубой цилиндрической передачей, у которой делительные диаметры и числа зубьев равны

$$d_{v1} = \frac{d_{m1}}{\cos\delta_1}; \quad d_{v2} = \frac{d_{m2}}{\cos\delta_2}; \quad z_{v1} = \frac{z_1}{\cos\delta_1}; \quad z_{v2} = \frac{z_2}{\cos\delta_2}.$$

Поэтому, приведенный радиус кривизны $\rho_{\text{пр}}$ для эквивалентной прямозубой цилиндрической передачи будет определяться из выражения:

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{2 \cos \delta_1}{d_{m1} \sin \alpha_w} + \frac{2 \cos \delta_2}{d_{m2} \sin \alpha_w} = \frac{2}{d_{m1} \sin \alpha_w} \left(\cos \delta_1 + \frac{\cos \delta_2}{u} \right).$$

Учитывая, что

$$\cos \delta_1 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_1}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{u^2}}} = \frac{u}{\sqrt{u^2 + 1}}; \quad \cos \delta_2 = \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \delta_2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + u^2}},$$

получаем
$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} = \frac{2\sqrt{u^2 + 1}}{d_{m1} u \sin \alpha_w}.$$

Тогда требуемый средний диаметр конической шестерни из условия прочности по контактным напряжениям будет определяться по зависимости:

$$d_{m1} \geq K_d \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{H\beta} \sqrt{u^2 + 1}}{0,85 \psi_{bd} u \sigma_{\text{HP}}^2}}.$$

При расчете по изгибным напряжениям средний модуль m_m рассчитывается по формуле:

$$m_m \geq K_m \sqrt[3]{\frac{T_1 K_{F\beta} Y_F}{0,85 \psi_{bd} z_1^2 \sigma_{FP}}},$$

где Y_F – коэффициент формы зуба, который выбирается в зависимости от числа зубьев эквивалентного колеса $z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}$.

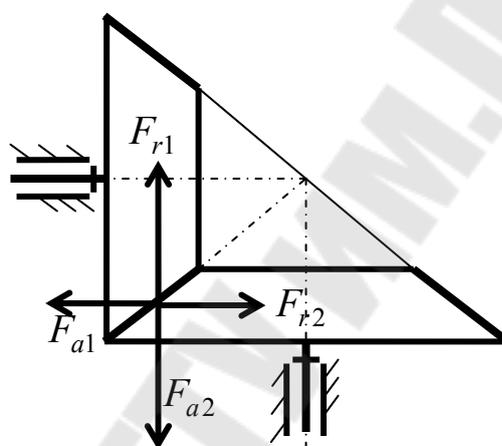


Рис. 16.3

Силы, действующие в коническом зацеплении. Нормальная сила F_n в зацеплении раскладывается на три составляющие: окружную силу F_t осевую силу F_a и радиальную силу F_r . Из условия равновесия следует (рис. 16.3), что $F_{r1} = F_{a2}$ и $F_{r2} = F_{a1}$. Составляющие силы определяют по зависимостям:

$$F_t = F_{t1} = F_{t2} = \frac{2T_1}{d_{m1}} = \frac{2T_2}{d_{m2}};$$

$$F_{r1} = F_{a2} = F_t \operatorname{tg} \beta_w \cos \delta_1; \quad F_{a1} = F_{r2} = F_t \operatorname{tg} \alpha_w \sin \delta_1.$$

17. Червячные передачи

Общие сведения. Червячной называется передача (рис. 17.1), состоящая из двух подвижных звеньев – червяка 1 и зубчатого колеса 2 и предназначенная для передачи и преобразования вращательного движения между перекрещивающимися осями обычно под углом 90° .

Червяком называют звено, наружная поверхность которого имеет форму винта. Червячным колесом называется зубчатое колесо с косыми зубьями, которое зацепляется с червяком.

Червячные передачи подразделяются:

- а) по форме поверхности вершин витков червяка – цилиндрические червячные передачи (рис. 17.1,а) и глобоидные червячные передачи (рис. 17.1,б);
- б) по направлению линии витков – с правым и левым направлением;
- в) по числу витков – одно и многозаходные;
- г) по расположению червяка относительно колеса – с нижним, верхним и боковым;
- д) по виду применяемого червяка – с архимедовым, конволютным, эвольвентным и нелинейчатым червяком.

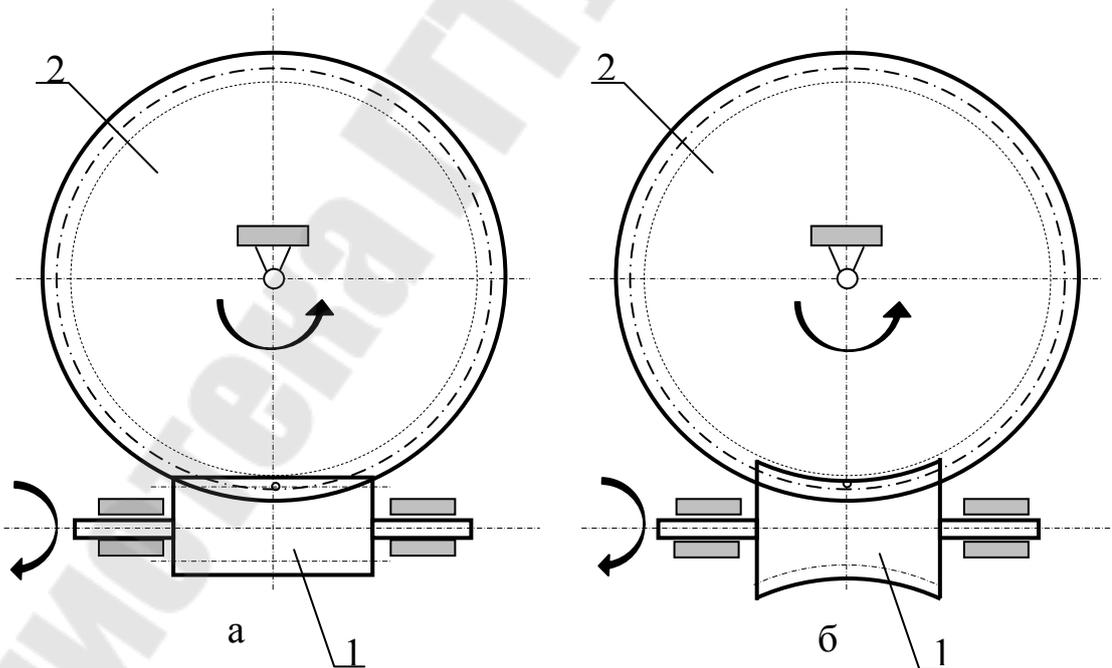


Рис. 17.1

Архимедов червяк в осевом сечении имеет трапецидальный профиль витка и представляет собой обычный винт. В торцовом сечении его витки очерчены по спирали Архимеда.

Конволютный червяк имеет трапецеидальный профиль в нормальном к витку сечению, а в торцовом сечении очерчен удлиненной эвольвентой.

Эвольвентный червяк представляет собой косозубое колесо с малым числом зубьев и большим углом наклона.

Нелинейчатый червяк получают из конволютного червяка путем шлифования конусными кругами с прямолинейными образующими.

Достоинство червячных передач состоит в возможности получения передаточных чисел до 60 в одной ступени, плавности и бесшумности работы, возможности самоторможения.

К недостаткам червячных передач относятся низкий КПД, большое тепловыделение и необходимость применения цветных металлов.

Геометрия червячной передачи (рис. 17.2). Расстояние между одноименными точками соответствующих боковых сторон двух смежных витков червяка, измеренное параллельно оси, называется шагом червяка и обозначается p . Отношение шага p к числу π называется модулем m . Для червяка он является осевым, а для червячного колеса – торцовым.

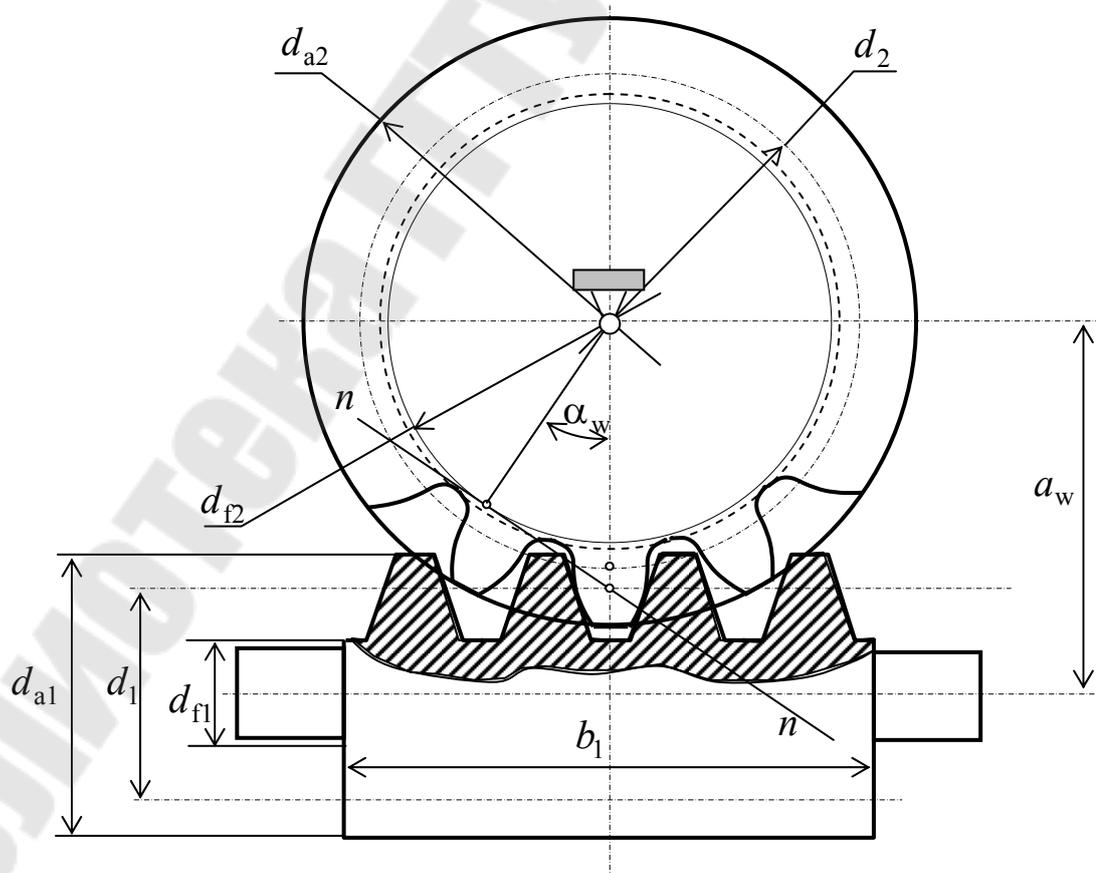


Рис. 17.2

Делительный диаметр червяка, нарезанного без смещения, определяется по зависимости:

$$d_1 = mq,$$

где q – коэффициент диаметра червяка.

Угол подъема γ витков червяка на делительном диаметре равен

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{pz_1}{\pi d_1} = \frac{\pi m z_1}{\pi m q} = \frac{z_1}{q},$$

где z_1 – число заходов червяка.

Высота головки h_{a1} и ножки h_{f1} витка определяется по формуле

$$h_{a1} = h_{a1}^* m; \quad h_{f1} = h_{f1}^* m,$$

где $h_{a1}^* = 1$ – коэффициент высоты головки;

h_{f1}^* – коэффициент высоты ножки.

Для архимедовых, конволютных и нелинейчатых червяков коэффициент высоты ножки $h_{f1}^* = 1,2$. Для эвольвентных червяков он рассчитывается по зависимости

$$h_{f1}^* = 1 + 0,2 \cos \gamma.$$

Диаметр вершин d_{a1} и диаметр впадин d_{f1} червяка соответственно равны

$$d_{a1} = d_1 + 2h_{a1}; \quad d_{f1} = d_1 - 2h_{f1}.$$

Длина b_1 нарезаемой части червяка определяется по эмпирической зависимости

$$b_1 = (c_1 + c_2 z_2) m,$$

где c_1, c_2 – коэффициенты, зависящие от числа заходов червяка.

Делительный диаметр d_2 , а также диаметры окружности вершин d_{a2} и окружности впадин d_{f2} зубьев червячного колеса в среднем сечении определяются по формулам:

$$d_2 = mz_2; d_{a2} = d_2 + 2h_{a2}; d_{f2} = d_2 - 2h_{f2},$$

где z_2 – число зубьев червячного колеса.

Минимальное число зубьев червячного колеса в силовых передачах с одним витком принимают $z_{2\min} = 26 \dots 28$. Оптимальное число зубьев для силовых передач $z_2 = 32 \dots 63$.

Ширина зубчатого колеса принимается равной $b_2 \leq 0,75d_{a1}$ при одно- и двухзаходном червяке и $b_2 \leq 0,67d_{a1}$ - при четырехзаходном червяке.

Условный угол обхвата 2δ для расчета на прочность определяется из формулы:

$$\sin \delta = \frac{b_2}{d_{a1} - 0,5m}.$$

Межосевое расстояние червячной передачи

$$a_w = \frac{d_1 + d_2}{2} = \frac{m}{2}(q + z_2).$$

Скольжение в червячной передаче, КПД и силы в зацеплении. Работа червячной передачи сопровождается большими скоростями скольжения. Скорость скольжения $V_{ск}$ направлена по касательной к линии витка червяка и равна

$$V_{ск} = \frac{V_1}{\cos \gamma} = \frac{\pi d_1 n_1}{60 \cdot 1000 \cdot \cos \gamma}.$$

КПД в червячном зацеплении η_3 определяется также как и для винта

$$\eta_3 = \frac{\operatorname{tg} \gamma}{\operatorname{tg}(\gamma + \varphi')},$$

где φ' – приведенный угол трения.

Общий коэффициент полезного действия червячного редуктора определяется через коэффициенты потерь

$$\eta = 1 - (\varphi_3 + \varphi_{\text{п}} + \varphi_{\text{у}} + \varphi_{\text{м}} + \varphi_{\text{в}}),$$

где $\varphi_3, \varphi_{\text{п}}, \varphi_{\text{у}}, \varphi_{\text{м}}, \varphi_{\text{в}}$ – относительные потери соответственно в зацеплении, подшипниках, уплотнениях, на перемешивание и разбрызгивание масла, на привод вентилятора.

Силы в зацеплении червячной передаче (рис. 17.3) считают приложенными полюсе зацепления и определяют по зависимостям:

$$F_{t2} = F_{a1} = \frac{2T_2}{d_2}; F_{t1} = F_{a2} = \frac{2T_1}{d_1}; F_{r1} = F_{r2} = F_{t2} \operatorname{tg} \alpha_w.$$

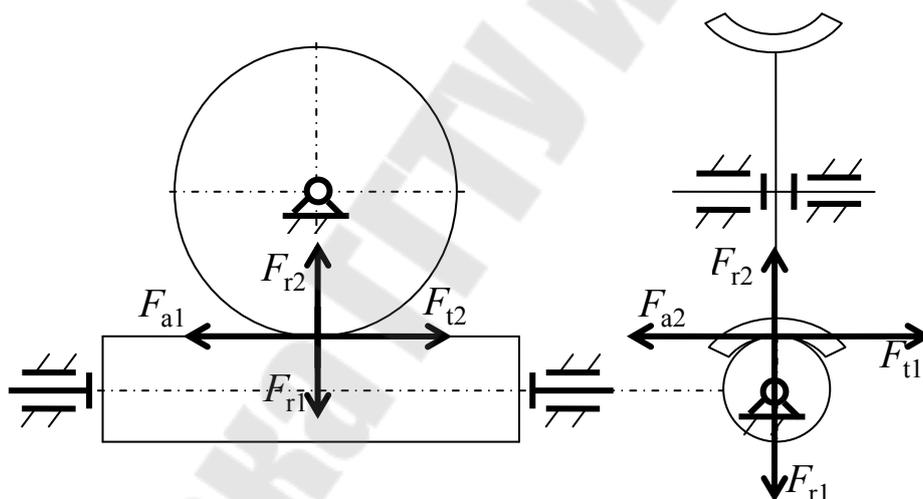


Рис. 17.3

Расчетная нагрузка. По аналогии с косозубой передачей удельная нагрузка $q_{\text{ч}}$ для червячных передач

$$q_{\text{ч}} = \frac{F_n K_{\text{HB}} K_{\text{Hv}}}{l_{\Sigma}} = \frac{F_{t2} K_{\text{HB}} K_{\text{Hv}}}{l_{\Sigma} \cos \beta_w \cos \sigma'}$$

где l_{Σ} – суммарная длина контактной линии.

$$l_{\Sigma} = \frac{0,75b\varepsilon_{\alpha}}{\cos \gamma} = \frac{0,75\pi d_1 2\delta\varepsilon_{\alpha}}{\cos \gamma 360^0},$$

где 0,75 – коэффициент, учитывающий уменьшение поля зацепления;
 Расчетная нагрузка в этом случае будет

$$q_{\text{ч}} = \frac{F_{t2} K_{H\beta} K_{Hv} 360^0}{0,75\pi d_1 2\delta\varepsilon_{\alpha} \cos \alpha} = \frac{2T_2 K_{H\beta} K_{Hv} 360^0}{0,75\pi d_1 d_2 2\delta\varepsilon_{\alpha} \cos \alpha}.$$

Расчет на прочность по контактным напряжениям. В качестве исходной формулы используем формулу Герца

$$\sigma_H = \sqrt{\frac{q_{\text{ч}} E_{\text{пр}}}{\rho_{\text{пр}} 2\pi(1-\mu^2)}} \leq \sigma_{HP}.$$

Приведенный модуль упругости $E_{\text{пр}}$ равен

$$E_{\text{пр}} = \frac{2E_1 E_2}{E_1 + E_2}.$$

Учитывая, что радиус кривизны профиля червяка в нормальном сечении $\rho_1 = \infty$, получим следующее соотношение для приведенного радиуса кривизны:

$$\frac{1}{\rho_{\text{пр}}} \approx \frac{1}{\rho_2} \approx \frac{2 \cos^2 \gamma}{d_2 \sin \alpha_w}.$$

Подставляя в формулу Герца $q_{\text{ч}}$, $E_{\text{пр}}$ и $\frac{1}{\rho_{\text{пр}}}$, принимая, что $\alpha_w = 20^0$; $\gamma \approx 10^0$; $\varepsilon_{\alpha} = 1,8$; $2\delta = 100^0$; $\mu = 0,3$; $E_1 = 2,15 \cdot 10^5$ МПа (для стали); $E_2 = 0,9 \cdot 10^5$ МПа (для бронзы), и выполняя преобразования с учетом равенств $d_1 = mq$; $d_2 = mz_2$; $m = 2a_w / (z_2 + q)$, получаем

$$\sigma_H = \frac{5400}{\frac{z_2}{q}} \sqrt{\left(\frac{z_2/q + 1}{a_w}\right)^3 T_2 K_{H\beta} K_{H\alpha}} \leq \sigma_{HP}.$$

Для проектного расчета решим данное уравнение относительно межосевого расстояния a_w

$$a_w = \left(\frac{z_2}{q} + 1\right) \sqrt[3]{\left(\frac{5400}{\sigma_{HP} z_2 / q}\right)^2 T_2 K_{H\beta} K_{H\alpha}}.$$

Расчет на прочность по напряжениям изгиба. Так как витки червяка по форме и материалу значительно прочнее зубьев колеса, то расчет ведется только для зубьев колеса. Расчет выполняют в форме проверочного аналогично расчету косозубого цилиндрического колеса.

Учитывая особенности червячной передачи, формула для определения напряжений изгиба принимает вид:

$$\sigma_F = 1,72 \frac{T_2 Y_F K_{F\beta} K_{F\alpha} \cos \gamma}{d_1 d_2 m} \leq \sigma_{FP}.$$

Коэффициент формы зуба Y_F выбирают по эквивалентному числу зубьев $z_v = \frac{z_2}{\cos^3 \gamma}$.

В предварительных расчетах можно принимать произведения $K_{H\beta} K_{H\alpha} = K_{F\beta} K_{F\alpha} = 1,1 \dots 1,4$.

Расчет тела червяка. Червяк проверяют на прочность по напряжениям изгиба и жесткость. Максимальный изгибающий момент от силы F_{t1}

$$M_1 = \frac{F_{t1} l}{4},$$

где l – расстояние между опорами червяка.

Максимальный изгибающий момент от сил F_{r1} и F_{a1}

$$M_2 = \frac{F_r l}{4} + \frac{F_a d_1}{4}.$$

Суммарный изгибающий момент

$$M = \sqrt{M_1^2 + M_2^2}.$$

На основе энергетической теории прочности эквивалентный момент равен

$$M_{\text{ЭКВ}} = \sqrt{M^2 + 0,75T^2}.$$

Условие прочности будет выполнено, если

$$\sigma_{\text{ЭКВ}} = \frac{M_{\text{ЭКВ}}}{W_{\text{и}}} \leq [\sigma_{\text{и}}],$$

где $W_{\text{и}}$ – момент сопротивления изгибу;

$[\sigma_{\text{и}}]$ – допускаемое напряжение на изгиб.

Повышенные прогибы червяка приводят к высокой концентрации нагрузки в зацеплении, поэтому максимальный прогиб червяка не должен превышать $f \leq 0,008m$.

Материалы. Допускаемые напряжения. Червяки изготавливаются из углеродистых и легированных сталей. Для повышения нагрузочной способности витки червяка подвергают термообработке до высокой твердости с последующим шлифованием.

Червячные колеса преимущественно изготавливаются из бронзы, реже из чугуна или латуни.

Допускаемые контактные напряжения зубьев колес из оловянных бронз определяют по зависимости:

$$y_{HP} = y_{\sigma 2} K_{Hy} K_{HL},$$

где $y_{\sigma 2}$ – предел прочности материала;

K_{Hy} – коэффициент концентрации нагрузки;

K_{HL} – коэффициент долговечности.

Для колес из чугуна и безоловянных бронзы допускаемое контактное напряжение назначается в зависимости от скорости скольжения.

Допускаемые напряжения изгиба зависят от режима работы. При нереверсивной передаче они определяются по эмпирической формуле

$$\sigma_{FP} = (0,25\sigma_{T2} + 0,08\sigma_{B2})K_{FL},$$

а при реверсивной передаче по зависимости

$$\sigma_{FP} = 0,16\sigma_{B2}K_{FL},$$

где σ_T – предел текучести материала;

K_{FL} – коэффициент долговечности.

Тепловой расчет червячной передаче. Червячные передачи работают с большим выделением теплоты. Уравнения теплового баланса для червячного редуктора имеет вид

$$(1 - \eta)P_1 = K_T(t_M - t_B)A(1 + \psi),$$

откуда температура смазочного материала

$$t_M = \frac{(1 - \eta)P_1}{A(1 + \psi)K_T} + t_B \leq [t_M],$$

где η – коэффициент полезного действия червячной передачи;

P_1 – передаваемая мощность;

A – площадь свободной поверхности охлаждения корпуса;

t_B – температура окружающей среды;

ψ – коэффициент, учитывающий отвод в раму или плиту;

K_T – коэффициент теплоотдачи;

$[t_M]$ – допустимая температура смазочного материала.

Тема 18. Ременные передачи

Общие сведения. Ременная передача – это передача гибкой связью (рис. 18.1), состоящая из ведущего 1 и ведомого 2 шкивов и надетого на них ремня 3. Основное назначение – передача механической энергии от двигателя передаточным и исполнительным механизмам, как правило, с понижением частоты вращения.

По принципу работы различаются передачи трением и зацеплением (зубчато-ременные). Передачи зубчатыми ремнями по своим свойствам существенно отличаются от передач трением и не рассматриваются в данном курсе.

Ремни передач трением по форме поперечного сечения разделяются: на плоские (рис. 18.2, а), клиновые (рис. 18.2, б), поликлиновые (рис. 18.2, в) и круглые (рис. 18.2, г).

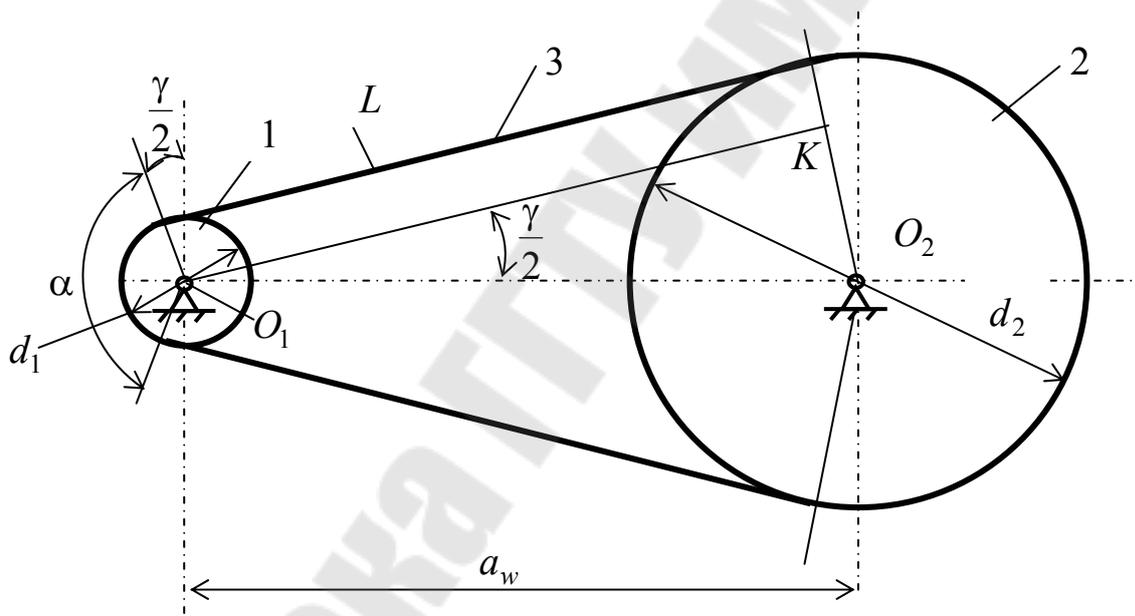


Рис. 18.1

Условием работы ременных передач трением является наличие натяжения ремня, которое можно осуществить следующими способами: упругим предварительным растяжением ремня; перемещением одного из шкивов относительно другого; натяжным роликом; автоматическим устройством, обеспечивающим регулирование натяжения в зависимости от передаваемой нагрузки.

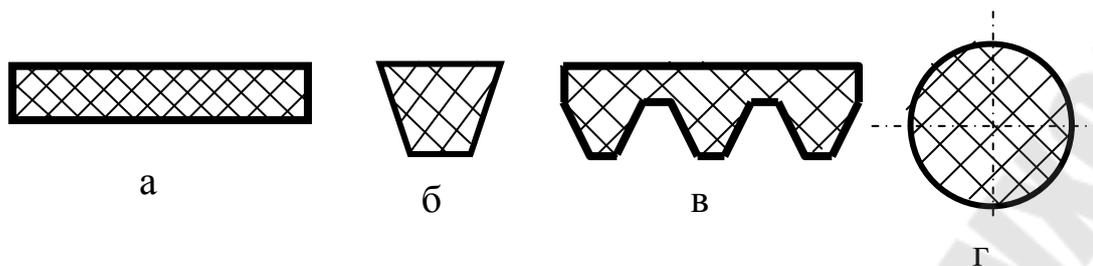


Рис. 18.2

Клиновые, поликлиновые, зубчатые и быстроходные плоские изготавливают бесконечными замкнутыми. Плоские ремни преимущественно выпускают конечными в виде длинных лент. Концы таких ремней склеивают, сшивают или соединяют металлическими скобами. Места соединения ремней вызывают динамические нагрузки, что ограничивает скорость ремня. Разрушение этих ремней происходит, как правило, по месту соединения.

Плоские ремни (рис. 18.2,а) отличаются большой гибкостью из-за малого отношения толщины ремня к его ширине. Наиболее перспективны синтетические ремни ввиду их высокой прочности и долговечности. Несущий слой этих ремней выполняется из капроновых тканей, полиэфирных нитей. Материал фрикционного слоя – полиамид или каучук.

Клиновые ремни (рис. 18.2,б) имеют трапециевидное сечение с боковыми рабочими сторонами, соприкасающимися с канавками на шкивах. Благодаря клиновому действию ремни этого типа обладают повышенным сцеплением со шкивами. Клиновые ремни при том же натяжении обеспечивают примерно втрое большую силу трения по сравнению с плоскими ремнями. Из-за большой высоты сечения в клиновых ремнях возникают значительные напряжения при изгибе ремня на шкивах. Эти напряжения являются переменными и вызывают усталостное разрушение ремня. Клиновые ремни с широкой впадиной выпускаются семи марок в зависимости от площади сечения (О, А, Б, В, Г, Д и Е). Число ремней в комплекте обычно от 2 до 8 и ограничивается неравномерностью распределения передаваемой нагрузки между ремнями.

Поликлиновые ремни (рис. 18.2,в) – плоские бесконечные ремни с продольными клиновыми ребрами на внутренней поверхности. Эти ремни сочетают гибкость плоских ремней и повышенное сцепление со шкивами, характерное для клиновых ремней.

Круглые ремни (рис. 18.2,г) выполняются резиновыми диаметром от 3 до 12 мм, используются для передачи небольших мощностей в приборах и бытовой технике.

К достоинствам ременных передач трением можно отнести: возможность передачи движения на значительные расстояния; возможность работы с высокими скоростями; плавность и малый шум при работе; предохранение механизмов от резких колебаний нагрузки и ударов; защита от перегрузки за счет проскальзывания ремня по шкиву; простота конструкции, отсутствие необходимости смазочной системы; малая стоимость.

Основными недостатками ременных передач являются: значительные габариты; значительные силы, действующие на валы и опоры; непостоянство передаточного отношения; малая долговечность ремней в быстроходных передачах; необходимость защиты ремня от попадания масла.

Основные геометрические соотношения. К геометрическим параметрам ременной передаче относятся диаметры шкивов d_1, d_2 , межосевое расстояние a_w , угол обхвата α и длина ремня L .

Из рис. 18.1 следует, что угол обхвата α равен

$$\alpha = 180 - 2 \frac{\gamma}{2}.$$

Проведем из центра O_1 прямую, параллельную ветви ремня (рис. 18.1). Из треугольника O_1O_2K следует

$$\sin \frac{\gamma}{2} = \frac{O_2K}{a_w} = \frac{d_2 - d_1}{2a_w}.$$

Учитывая, что $\sin \frac{\gamma}{2} \approx \frac{\gamma}{2}$, получаем выражения для определения угла обхвата

$$\alpha = 180^\circ - 60^\circ \frac{d_2 - d_1}{a_w}.$$

Минимальный угол обхвата α_{\min} должен быть для плоскоремной передачи – 150° , для клиноремной - 120° .

Длина ремня (без учета его деформации на шкивах) определяется как сумма длин прямолинейных участков и длин дуг охвата ремнем малого и большого шкивов.

$$L = 2a_w \cos \frac{\gamma}{2} + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \gamma \frac{(d_2 - d_1)}{2}.$$

Используя разложение в ряд Маклорена с точностью до первых двух членов $\cos \frac{\gamma}{2} \approx 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\gamma}{2} \right)^2$, получаем зависимость для определения длины ремня:

$$L \approx 2a_w + \frac{\pi(d_2 + d_1)}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a_w}.$$

Кинематика ременных передач. Окружные скорости на шкивах определяются по зависимостям:

$$V_1 = \frac{\pi n_1 d_1}{60 \cdot 1000}; \quad V_2 = \frac{\pi n_2 d_2}{60 \cdot 1000},$$

где d_1 и d_2 – диаметры ведущего и ведомого шкивов, мм;

n_1 и n_2 – частоты вращения шкивов, об/мин.

Окружная скорость V_2 на ведомом шкиве, вследствие упругого скольжения, меньше скорости V_1 на ведущем шкиве:

$$V_2 = V_1(1 - \varepsilon),$$

где ε – коэффициент упругого скольжения.

Передаточное число:

$$u = \frac{d_2}{d_1(1 - \varepsilon)}.$$

Обычно коэффициент упругого скольжения находится в пределах 0,01...0,02 и растет с увеличением нагрузки.

Силы и силовые зависимости. Окружная сила на ведущем шкиве определяется по зависимости:

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1} = \frac{P_1}{V_1},$$

где T_1 – вращающий момент на ведущем шкиве;

P_1 – мощность на ведущем шкиве.

С другой стороны

$$F_t = S_1 - S_2,$$

где S_1 и S_2 – силы натяжения ведущей и ведомой ветвей ремня под нагрузкой.

Сумма натяжений ветвей при передаче полезной нагрузки не меняется по сравнению с начальной

$$S_1 + S_2 = 2S_0,$$

где S_0 – предварительное натяжение ремня.

Сила предварительного натяжения ремня S_0 должна обеспечивать передачу полезной нагрузки за счет сил трения между ремнем и шкивом. При этом натяжение должно сохраняться долгое время при удовлетворительной долговечности ремня. С ростом силы несущая способность ременной передачи возрастает, однако срок службы уменьшается.

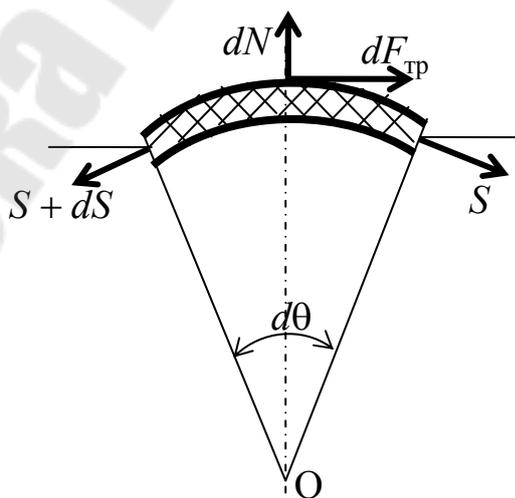


Рис. 18.3

Решая совместно два последних уравнения, получим систему из двух уравнений:

$$\begin{cases} S_1 = S_0 + \frac{F_t}{2}; \\ S_2 = S_0 - \frac{F_t}{2}. \end{cases}$$

В данной системе имеем три неизвестные S_1, S_2 и S_0 величины. Для определения этих неизвестных Эйлер установил зависимость между S_1 и S_2 , рассматривая элементарный элемент на границе буксования (рис. 18.3).

Рассмотрим условие равновесия.

$$\sum M_O = 0; (S + dS) \frac{d_1}{2} - S \frac{d_1}{2} - dF_{\text{тр}} \frac{d_1}{2} = 0;$$

$$\sum Y = 0; -(S + dS) \sin \frac{d\theta}{2} - S \sin \frac{d\theta}{2} + dN = 0.$$

Учитывая, что $dF_{\text{тр}} = dNf$, $\sin \frac{d\theta}{2} \approx \frac{d\theta}{2}$, пренебрегая величинами второго порядка малости и решая совместно уравнения равновесия, получим

$$\frac{dS}{S} = fd\theta.$$

Интегрируя данное дифференциальное уравнение

$$\int_{S_2}^{S_1} \frac{dS}{S} = \int_0^{\alpha} fd\theta, \text{ получаем } S_1 = S_2 e^{\alpha f}.$$

Таким образом, получаем систему из трех уравнений

$$\begin{cases} S_1 = S_0 + \frac{F_t}{2}; \\ S_2 = S_0 - \frac{F_t}{2}; \\ S_1 = S_2 e^{f\alpha}. \end{cases}$$

Решая данную систему уравнений, получаем зависимости для определения S_1 , S_2 и S_0 через окружную силу F_t .

$$S_1 = F_t \frac{e^{f\alpha}}{e^{f\alpha} - 1}; S_2 = F_t \frac{1}{e^{f\alpha} - 1}; S_0 = \frac{F_t}{2} \frac{(e^{f\alpha} + 1)}{(e^{f\alpha} - 1)}.$$

При круговом движении ремня на каждый его элемент массой dm в пределах угла обхвата действуют элементарные центробежные силы $dF_{ин}$, которые вызывают дополнительное натяжение S_v ремня во всех его сечениях.

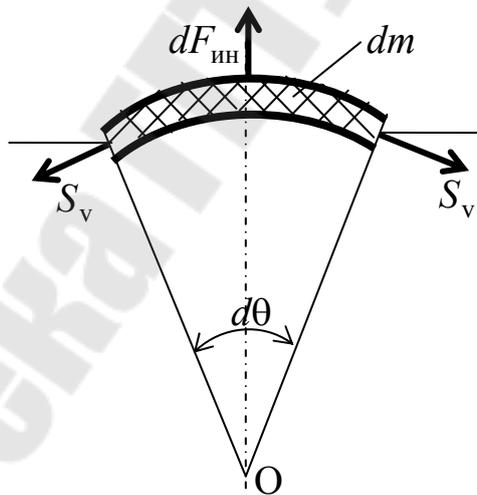


Рис. 18.4

Элементарная центробежная сила (рис. 18.4) равна

$$dF_{ин} = dm \frac{V^2}{d/2} = \frac{\gamma}{g} \left(d\theta \frac{d}{2} b\delta \right) \frac{V^2}{d/2} = \rho b \delta V^2 d\theta,$$

где γ – удельный вес материала ремня;

ρ – плотность материала ремня;

b – ширина ремня;

δ – толщина ремня.

Условие равновесия элемента ремня на ось Y

$dF_{\text{ин}} = 2S_v \sin \frac{d\theta}{2} \approx S_v d\theta$. Подставляя значение $dF_{\text{ин}}$, имеем:

$$S_v = \rho b \delta V^2.$$

Напряжения в ремне. Так как $S_1 > S_2$, то наибольшие напряжения будут действовать в ведущей ветви ремня.

Напряжение от усилия S_1

$$\sigma_1 = \frac{S_1}{A} = \frac{S_0 + F_t / 2}{A}.$$

Напряжение от действия центробежных сил

$$\sigma_v = \frac{S_v}{A} = \frac{\rho b \delta V^2}{b \delta} = \rho V^2.$$

В той части ремня, которая огибает шкив, возникают напряжения изгиба $\sigma_{\text{и}}$, которые определяются по закону Гука

$$\sigma_{\text{и1}} = \varepsilon E = \frac{y}{\rho} E = \frac{\delta}{d_1} E.$$

Максимальное напряжение, которое возникает в ведущей ветви ремня, будет равно

$$\sigma_{\text{max}} = \sigma_1 + \sigma_v + \sigma_{\text{и1}}.$$

Критерии работоспособности и расчет ременных передач. Основными критериями ременных передач является тяговая способность и долговечность ремня. При расчете на тяговую способность плоскоремненной передачи определяется требуемая ширина ремня, а при расчете клиноремненной передачи – потребное количество ремней.

$$b \geq \frac{F_t}{p_0 z C_\delta C_v C_p C_u}; \quad z \geq \frac{PC_p}{P_0 C_L C_\delta C_z},$$

где p_0 – допускаемая нагрузка на 1 мм ширины прокладки;

z – число прокладок;

C_α – коэффициент, учитывающий влияние угла обхвата;

C_v – коэффициент, учитывающий влияние окружной скорости;

C_p – коэффициент, учитывающий влияние режима работы;

C_θ – коэффициент, учитывающий влияние угла наклона межосевой линии передачи;

P – передаваемая мощность;

P_0 – мощность, передаваемая одним ремнем;

C_L – коэффициент, учитывающий влияние длины ремня;

C_z – коэффициент, учитывающий влияние числа ремней в передаче.

Расчет ремня на долговечность. Данный расчет заключается в определении числа часов работы ремня:

$$\text{для плоскоремной передачи} \quad H = \frac{\sigma_{-1}^6 10^7 C_i C_H}{\sigma_{\max}^6 2 \cdot 3600 \lambda};$$

$$\text{для клиноремной передачи} \quad H = \frac{\sigma_{-1}^8 N_{\text{Оц}} L C_i C_H}{\sigma_{\max}^8 60 \pi n_1 d_1},$$

где σ_{-1} – предел выносливости материала ремня;

10^7 – базовое число циклов перемены напряжений для плоскоремной передачи;

$C_i = 1,5 \sqrt[3]{u} - 0,5$ – коэффициент, учитывающий влияние передаточного числа;

C_H – коэффициент, учитывающий влияние вида нагрузки;

$\lambda = \frac{V}{L}$ – число пробегов ремня;

$N_{\text{Оц}}$ – базовое число циклов перемены напряжений для клиноремной передачи.

19. Цепные передачи

Общие сведения. Цепная передача (рис. 19.1) относится к механическим передачам с гибкой связью. На ведущем и ведомом валах передачи устанавливаются звездочки, которые входят в зацепление с охватывающей цепью. Цепь в отличие от ремней изгибается только в одной плоскости, поэтому звездочки устанавливаются на строго параллельных валах. Принцип зацепления, а не трение, устраняет проскальзывание и буксование при работе передачи.

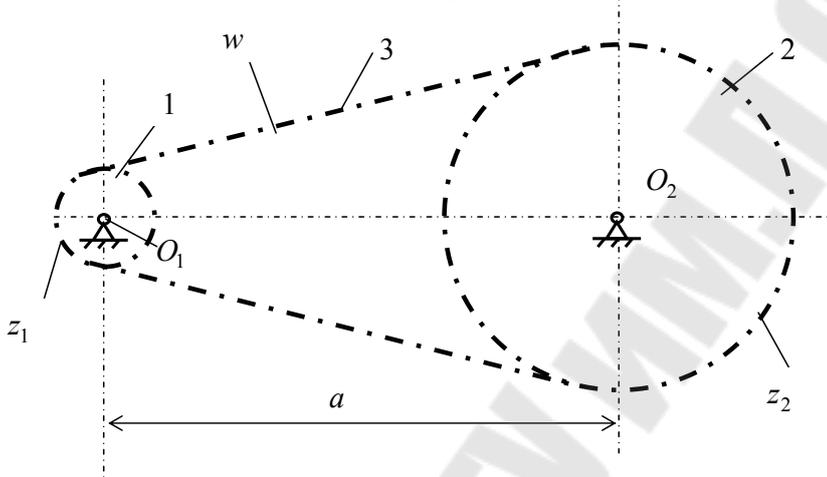


Рис. 19.1

Достоинства: возможность передачи мощности на большие расстояния (до 8 м); по сравнению с ременными передачами: могут передавать большие мощности; меньшая нагрузка на валы, так как напряженной под действием окружного усилия является только ведущая ветвь; позволяют реализовывать большее передаточное отношение при малом расстоянии между валами; более высокий к.п.д.; более компактны, возможность передачи движения одной цепью нескольким звездочкам с разным направлением их вращения.

Недостатки: сравнительно высокая стоимость цепей; вытягивание цепей вследствие износа в шарнирах; необходимость тщательного монтажа передачи и тщательного ухода за ней; неравномерность хода; повышенный шум вследствие удара звена цепи при входе в зацепление и дополнительные динамические нагрузки; непригодность передачи при периодическом реверсировании без пауз; чувствительность к ударам и резким изменениям нагрузки; сложность подвода смазки к шарнирам цепи; сравнительно небольшой срок службы цепей.

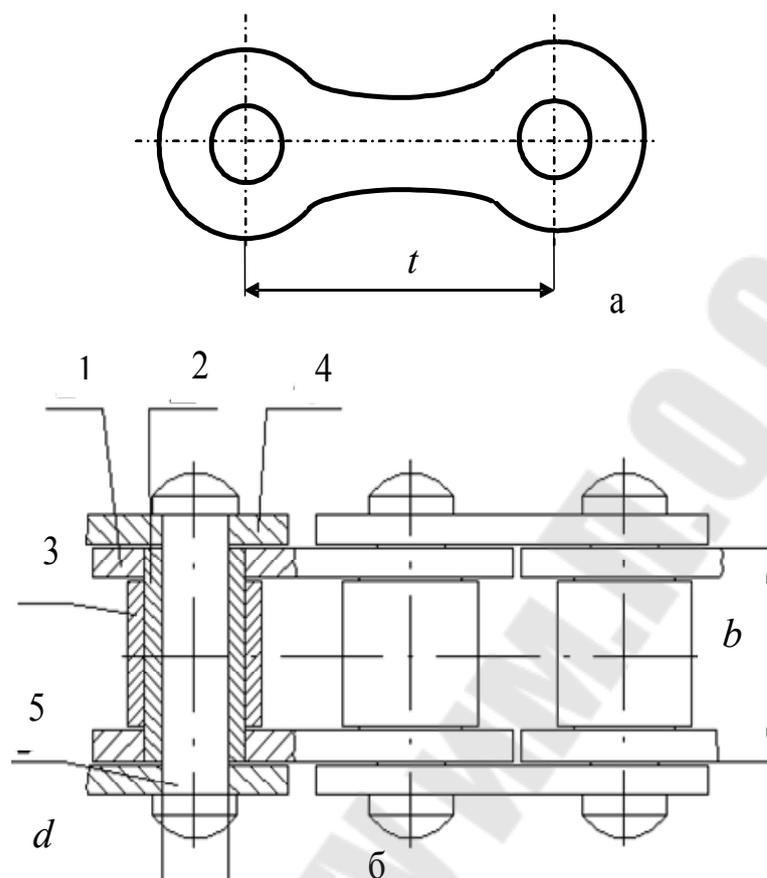


Рис. 19.2

Конструкция цепи. Наиболее широко применяют роликовые цепи (рис. 19.2,б), которые образуются из последовательно чередующихся внутренних и наружных звеньев, имеющих форму, изображенную на рис. 19.2,а). Внутренние звенья состоят из внутренних пластин 1 и запрессованных в их отверстия гладких втулок 2, на которых свободно вращаются ролики 3. Наружные звенья состоят из наружных пластин 4 и запрессованных в их отверстия валиков 5. Концы валиков после сборки расклепывают. Благодаря натягу в соединениях наружных пластин с валиками и внутренних пластин с втулками и зазору между валиком и втулкой образуется шарнирное соединение.

Основные параметры цепной передачи. Мощность, которую можно передать с помощью цепной передачи, обычно не превышает 100 кВт. Межосевое расстояние может достигать 8 м. Частоты вращения звездочек и скорость цепи ограничиваются величиной силы удара в зацеплении, износом шарниров и шумом передачи. Скорость цепи обычно не должна превышать 15 м/с.

Средняя скорость цепи рассчитывается по зависимости:

$$V = \frac{z_1 n_1 t}{60 \cdot 1000},$$

где z_1 – число зубьев ведущей звездочки;

n_1 – частота вращения ведущей звездочки, об/мин;

t – шаг цепи, мм.

Передаточное число цепной передачи $u = \frac{z_2}{z_1}$.

Передаточное отношение ограничивается габаритами передачи, диаметром большой звездочки, малостью угла охвата цепью малой звездочки и не превышает обычно 7.

Минимальные числа зубьев звездочек ограничиваются износом шарниров, динамическими нагрузками и шумом передачи. Чем меньше число зубьев звездочки, тем больше износ. Минимальное число зубьев ведущей звездочки для силовых передач общего назначения выбирают по эмпирической зависимости

$$z_{1\min} = 29 - 2u.$$

Максимальное число зубьев ведомой звездочки ограничивается предельно допустимое увеличение шага цепи и обычно не превышает $z_{2\max} \leq 120$. Число зубьев ведущей звездочки предпочтительно принимать нечетное, что в сочетании с четным числом звеньев цепи способствует равномерному износу шарниров цепи и зубьев звездочек.

Делительные диаметры звездочек определяют по зависимости:

$$d = \frac{t}{\sin(180^\circ / z)}.$$

Минимальное межосевое расстояние определяют из условий размещения звездочек и минимального угла охвата цепью ведущей звездочки. Оптимальное межосевое расстояние $a = (30 \dots 50)t$. При $a < 30t$ наблюдается ускоренный износ шарниров цепи в связи с повышенной частотой входа каждого шарнира в зацепление. При $a > 50t$ даже небольшой износ каждого шарнира цепи вызывает значительное удлинение цепи, что приводит к нарушению зацепления цепи с зубьями звездочек.

Число звеньев цепи w зависит от межосевого расстояния a , шага t и чисел зубьев звездочек z_1 и z_2 и определяется по формуле:

$$w = \frac{2a}{t} + \frac{z_1 + z_2}{2} + \left(\frac{z_2 - z_1}{2\pi} \right)^2 \frac{t}{a}.$$

Полученное значение w округляют до большего ближайшего четного числа. Четное число звеньев цепи позволяет избежать применения переходных звеньев при соединении концов цепи. Затем уточняют значение межосевого расстояния.

Цепь должна иметь некоторое провисание во избежание повышенной нагрузки на цепь и валы от силы натяжения и радиального биения звездочек. Для этого межосевое расстояние уменьшают на $(0,002 \dots 0,004)a$.

Окружная сила на звездочках

$$F_t = \frac{2T_1}{d_1}.$$

Расчет цепных передач. Цепные передачи рассчитывают по тяговой способности и на износостойкость шарнира.

Расчет по тяговой способности заключается в сравнении максимальной окружной силы F_{tmax} , которая возникает в момент пуска передачи с силой $F_{\text{раз}}$ разрывающей цепь.

$$F_{\text{tmax}} \leq \frac{F_{\text{раз}}}{S},$$

где S – коэффициент безопасности.

Расчет передачи по условию износостойкости шарниров цепи заключается в сравнении давления в шарнирах, которое не должно превышать допустимого в данных условиях эксплуатации.

$$p = \frac{F_t K_3}{A} \leq [p],$$

где A – площадь проекции шарнира на диаметрально сечение;
 $K_э$ – коэффициент эксплуатации.

Коэффициент эксплуатации $K_э$ представляют в виде частных коэффициентов

$$K_э = K_д K_a K_n K_{рег} K_{см} K_{реж} K_T,$$

где $K_д$ – динамический коэффициент;

K_a – коэффициент, учитывающий влияние длины цепи;

K_n – коэффициент, учитывающий влияние наклона линии межосевого расстояния к горизонту;

$K_{рег}$ – коэффициент, учитывающий влияние способа регулирования натяжения цепи;

$K_{см}$ – коэффициент, учитывающий влияние способа смазки;

$K_{реж}$ – коэффициент, учитывающий влияния режима работы передачи;

K_T – коэффициент, учитывающий влияние температуры окружающей среды.

Тема 20. Валы и оси

Общие сведения. Для поддержания вращающихся деталей в конструкциях используют валы и оси. Отличие вала от оси заключается в том, что вал всегда вращается и кроме изгибающей нагрузки передает вращающий момент, а также может воспринимать осевую нагрузку.

Валы по форме оси подразделяются на прямые, коленчатые и гибкие валы. Прямые валы бывают гладкими (рис. 20.1,а) и ступенчатыми (рис. 20.1, б). Коленчатые валы (рис. 20.1,в) имеют ломаную линию.

Гибкие валы имеют криволинейную геометрическую ось при работе. Такие валы обладают высокой жесткостью при кручении и малой жесткостью при изгибе.

Участки валов и осей, которыми они опираются на подшипники, называют цапфами, если они воспринимают радиальную нагрузку, и пятами – если осевую. Если цапфа расположена на конце вала, то ее называют шипом, а если на удалении – то шейкой.

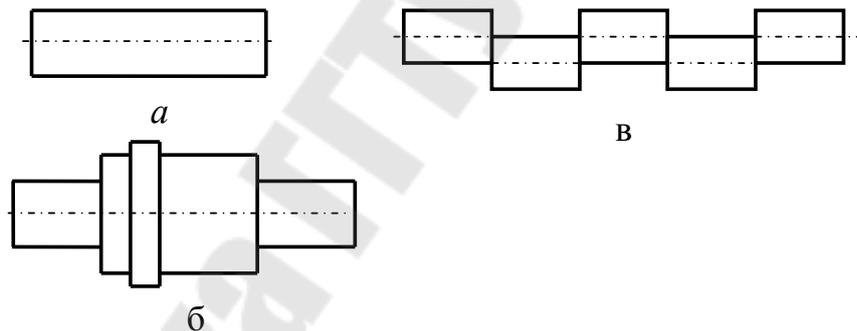


Рис. 20.1

Поверхность плавного перехода от одного диаметра вала к другому называется галтелью. При шлифовании поверхности вала с меньшим диаметром галтель выполняется в виде скругленной канавки для обеспечения выхода шлифовального круга.

Оси и валы в основном изготавливаются из среднеуглеродистых и легированных сталей. Для изготовления тяжело нагруженных коленчатых валов применяют модифицированный или высокопрочный чугун.

В зависимости от расположения вала в приводе различают быстроходные, промежуточные и тихоходные валы.

Расчетные схемы валов и осей. При переходе от конструкции к расчетной схеме производят схематизацию нагрузок, опор и формы

вала. Валы и вращающиеся оси рассматривают как балку на шарнирных опорах. Подшипники, одновременно воспринимающие радиальную и осевую нагрузку заменяют шарнирно-неподвижной опорой, а подшипники, которые воспринимают только радиальную нагрузку – шарнирно-подвижной опорой.

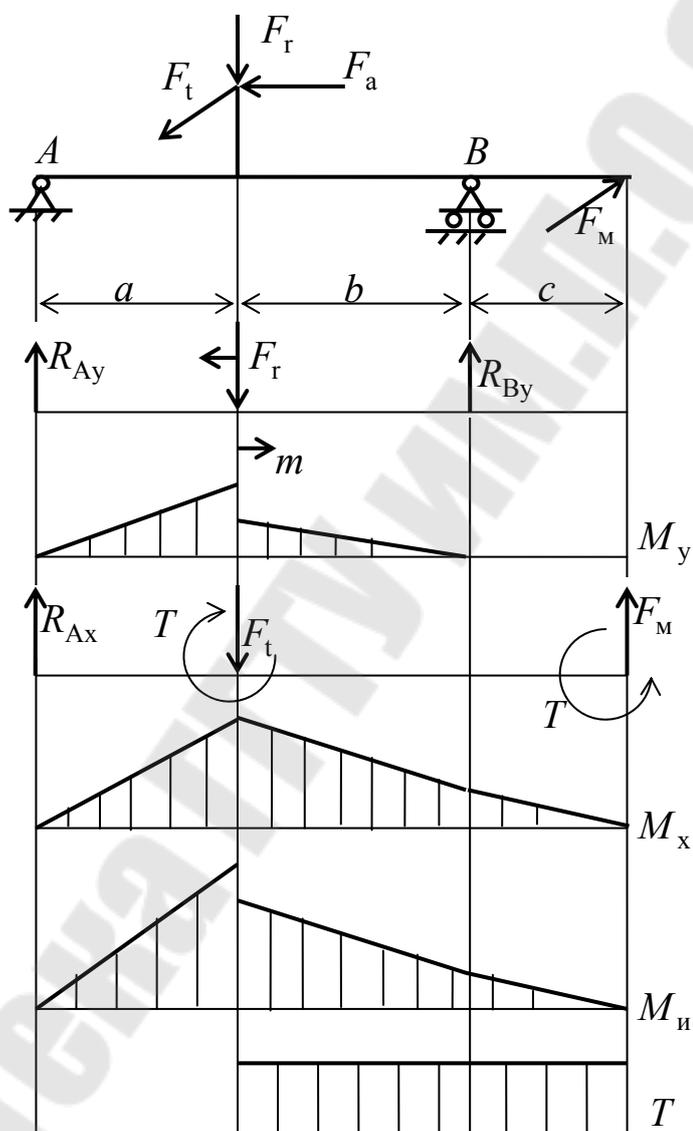


Рис. 20.2

Нагрузки, которые действуют на вал со стороны установленных на них деталей, в действительности не являются сосредоточенными. Расчетные нагрузки рассматривают обычно как сосредоточенные и приложенные посередине ступицы. Большинство муфт, вследствие несоосности соединяемых валов, нагружают вал дополнительной силой F_m . Направление силы F_m по отношению к силе F_t может быть

любым, которое зависит от случайных неточностей монтажа. В расчетной схеме силу F_m направляют таким образом, чтобы деформация вала была максимальной.

На рис. 20.2 вал нагружен силами: окружной силой F_t , радиальной силой F_r , осевой силой F_a , силой от муфты F_m .

Эти силы действуют в двух взаимно перпендикулярных плоскостях. Изобразим их в вертикальной и горизонтальной плоскости и приведем к оси вала.

После приведения сил к оси вала возникают изгибающий момент $m = F_a \frac{d}{2}$ и крутящий момент $T = F_t \frac{d}{2}$. Здесь d – делительный диаметр колеса.

Строим эпюры изгибающих моментов в вертикальной M_y и горизонтальной плоскости M_x , эпюру суммарных изгибающих моментов M и эпюру крутящих моментов T .

Суммарный изгибающий момент определяется по зависимости

$$M_{\text{и}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2}.$$

Этапы проектирования вала. При проектировании вала различают три этапа: предварительный, конструкторский и проверочный.

На первом этапе (предварительный) при отсутствии данных об изгибающих моментах определяют диаметр вала по известному крутящему моменту из условия прочности по заниженным касательным напряжениям

$$d = \sqrt[3]{\frac{T}{0,2[\tau]}}$$

где $[\tau] = 12 \dots 20$ МПа – допускаемое напряжение на кручение.

На втором этапе (конструкторский) разрабатывается конструкция вала, обеспечивающая условия изготовления и сборки. Определяются длины участков валов и назначаются диаметры валов на различных участках.

На третьем этапе (проверочный) производят оценку статической прочности и сопротивления усталости.

Расчет на статическую прочность. Так как валы работают в основном в условиях кручения и изгиба, а напряжения от осевых сил малы, то эквивалентное напряжение можно рассчитать, используя энергетическую теорию прочности

$$\sigma_{\text{эКВ}} = \sqrt{\sigma_{\text{и}}^2 + 3\tau^2},$$

где $\sigma_{\text{и}}$ – напряжение изгиба в сечении вала;

τ – касательное напряжение в сечении вала.

Напряжения от действия изгибающего и крутящего момента в рассматриваемом сечении вала определяют по формулам:

$$\sigma_{\text{и}} = \frac{M_{\text{и}}}{W_{\text{и}}}; \quad \tau = \frac{T}{W_{\rho}},$$

где $W_{\text{и}}, W_{\rho}$ – соответственно осевой и полярный момент сопротивления сечения вала.

Моменты сопротивления для круглого сечения равны

$$W_{\text{и}} = \frac{\pi d^3}{32}; \quad W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16}.$$

Для круглого сечения со шпоночной канавкой моменты сопротивления рассчитывают по зависимостям:

$$W_{\text{и}} = \frac{\pi d^3}{32} - \frac{bt_1(2d - t_1)^2}{2d}; \quad W_{\rho} = \frac{\pi d^3}{16} - \frac{bt_1(2d - t_1)^2}{2d},$$

где b – ширина шпоночной канавки;

t_1 – глубина шпоночной канавки.

Запас прочности по пределу текучести

$$n_{\text{T}} = \frac{\sigma_{\text{T}}}{\sigma_{\text{эКВ}}} \geq [n_{\text{T}}],$$

где $[n_{\text{T}}] = 1,2 \dots 1,8$ – допустимый коэффициент запаса прочности.

Расчет на сопротивление усталости. Постоянные по направлению и величине силы вызывают во вращающемся валу переменные напряжения изгиба, изменяющиеся по симметричному циклу, с амплитудой и средним напряжением

$$\sigma_a = \sigma_m = \frac{M_{и}}{W_{и}}; \quad \sigma_m = 0.$$

При расчете валов условно принимают, что напряжения кручения изменяются по отнулевому циклу, в котором амплитуда и среднее напряжение определяются по зависимости:

$$\tau_a = \tau_m = \frac{T}{2W_{\rho}}.$$

Коэффициент запаса прочности на сопротивление усталости определяют по формуле:

$$n = \frac{n_{\sigma} n_{\tau}}{\sqrt{n_{\sigma}^2 + n_{\tau}^2}},$$

где n_{σ}, n_{τ} – соответственно коэффициенты запаса прочности на сопротивление усталости по нормальным и касательным напряжениям.

Эти коэффициенты рассчитывают по формулам:

$$n_{\sigma} = \frac{\sigma_{-1}}{\frac{k_{\sigma}}{\varepsilon_{\sigma} \beta} \sigma_a + \psi_{\sigma} \sigma_m}; \quad n_{\tau} = \frac{\tau_{-1}}{\frac{k_{\tau}}{\varepsilon_{\tau} \beta} \tau_a + \psi_{\tau} \tau_m},$$

где σ_{-1}, τ_{-1} – пределы выносливости соответственно при изгибе и кручении;

k_{σ}, k_{τ} – эффективные коэффициенты концентрации напряжений соответственно при изгибе и кручении;

$\varepsilon_{\sigma}, \varepsilon_{\tau}$ – коэффициенты, учитывающие влияния размеров сечения соответственно при изгибе и кручении;

$\beta_{\sigma}, \beta_{\tau}$ – коэффициенты, учитывающие влияние упрочнения и шероховатости соответственно при изгибе и кручении;

$\psi_{\sigma}, \psi_{\tau}$ – коэффициенты, учитывающие чувствительность материала к асимметрии цикла напряжений соответственно при изгибе и кручении.

Условие запаса прочности на сопротивление усталости выполняется, если $n \geq [n] = 1,5$.

Тема 21. Подшипники

Общие сведения. Подшипники служат опорами для валов и осей. Они воспринимают радиальные и осевые нагрузки, приложенные к валу, и передают их на раму машины.

По виду трения подшипники подразделяются на подшипники качения и скольжения. Подшипники скольжения применяют в тех случаях, когда невозможно применить подшипник качения или его применение не рационально. К этим случаям можно отнести:

- 1) разъемные опоры, необходимые по условиям сборки;
- 2) опоры, работающие с окружными скоростями $V \geq 30$ м/с;
- 3) опоры прецизионных машин;
- 4) опоры, подверженные значительным толчкам и вибрации;
- 5) опоры близко расположенных валов;
- 6) опоры, работающие в агрессивных и загрязненных условиях;
- 7) опоры вспомогательных и тихоходных механизмов.

В подшипниках качения используются тела качения (шарики и ролики), которые работают на основе трения качения. К основным достоинствам подшипников качения по сравнению с подшипниками скольжения относятся: малые моменты сил трения; меньший расход смазочных материалов; незначительный расход цветных металлов; малые габариты в осевом направлении; значительно меньше теплообразование; более просты в эксплуатации.

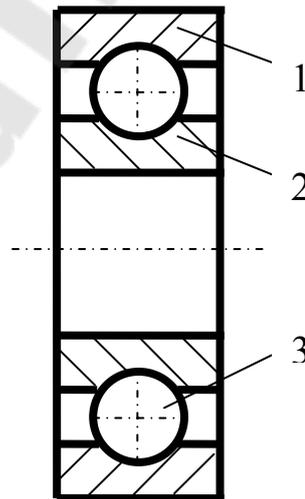


Рис. 21.1

К основным недостаткам подшипников качения можно отнести: повышенные диаметральные габариты; высокие контактные напряжения; меньшая способность демпфировать колебания; повышенный шум при высоких частотах вращения.

Подшипники качения (рис. 21.1) состоят из наружного кольца 1, внутреннего кольца 2, тел вращения 3 и сепаратора, который служит для разделения друг от друга тела качения.

Подшипники качения стандартизованы и изготавливаются централизованно в массовом производстве. В настоящее время они являются основными опорами валов и осей в машиностроении.

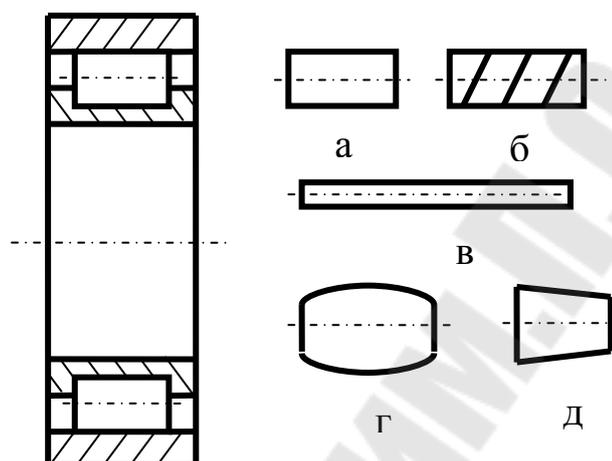


Рис. 21.2

Классификация подшипников качения. По форме тел качения подшипники подразделяются на шариковые (рис. 21.1) и роликовые подшипники (рис. 21.2). Роликовые подшипники бывают с короткими цилиндрическими (рис. 21.2,а), с цилиндрическими витыми (рис. 21.2,б), с игольчатыми (рис. 21.2,в), бочкообразными (рис. 21.2,г) и коническими (рис. 21.2,д) роликами.

По числу рядов подшипники бывают одно-, двух- и многорядные.

По признаку самоустанавливаемости подшипники делят на самоустанавливающиеся (сферические) и несамоустанавливающие (все кроме сферических подшипников).

По направлению воспринимаемых относительно вала сил подшипники разделяются на типы:

- 1) радиальные, воспринимающие преимущественно радиальные нагрузки;
- 2) радиально-упорные, воспринимающие радиальные и незначительные осевые нагрузки;
- 3) упорно-радиальные, воспринимающие осевые и незначительные радиальные нагрузки;
- 4) упорные, воспринимающие только осевые нагрузки.

По габаритным размерам подшипники разделяют на размерные серии: по радиальным размерам и по ширине.

По радиальным размерам различают 7 серий: сверх легкая (2 серии), особо легкая (2 серии), легкая, средняя и тяжелая. По ширине имеется 4 серии: особо широкая, широкая, нормальная и узкая.

Работоспособность подшипника зависит от точности изготовления и качества сепаратора. Согласно ГОСТ 520–89 установлены следующие классы точности подшипников: 8, 7, 0, 6X, 6, 5, 4, 2 и Т. Перечень классов точности дан в порядке повышения точности. При повышении классов точности стоимость подшипников существенно возрастает.

При назначении класса точности подшипника исходят из скорости его вращения. Для большинства валов и осей общего назначения применяют подшипники класса 0 (нормального).

Условное обозначение подшипников качения. Условное обозначение предназначено для маркировки подшипников во время их изготовления. Оно состоит из семи цифр (рис. 21.3), которые изображают на торце кольца или сепараторе. Каждая цифра или их сочетание характеризует определенный параметр подшипника в зависимости от места, занимаемого в условном обозначении.

7	6	5	4	3	2	1
---	---	---	---	---	---	---

Рис. 21.3

Первые две цифры справа обозначают внутренний диаметр подшипника.

Третья цифра справа характеризует размерную серию по диаметру.

Четвертая цифра справа характеризует тип подшипника. Всего имеется 10 типов подшипника, которые обозначаются цифрами от 0 до 9.

Пятая и шестая цифра справа характеризуют конструкторские особенности подшипника и обозначаются цифрами от 00 до 99.

Седьмая цифра справа обозначает размерную серию по ширине.

Все нули слева до первой значащей цифры не указываются. При расшифровке подшипника слева добавляют нули до семизначного числа.

Дополнительные знаки условного обозначения. Изменение материалов деталей подшипника, дополнительные требования по шуму, шероховатости обработки, радиальному зазору и другие марки-

руют справа и слева от условного обозначения подшипника дополнительными буквами.

Обозначение класса точности подшипников. Первая цифра слева от обозначения подшипника, отделенная знаком тире, обозначает класс точности подшипника.

Обозначение ряда радиального зазора. Ряд радиального зазора обозначается второй цифрой справа налево в приставке перед цифрой класса точности.

Обозначение ряда момента трения. Ряд момента трения цифрой с буквой М перед цифрой ряда радиального зазора.

Отнесения подшипника к категории. В случае регламентирования нормы вибрации, отклонения от круглости, радиального и осевого биения и т.д. перед обозначением момента трения проставляется литера А, В или С.

К категории А относятся подшипники классов точности 5, 4, 2, Т с одним из дополнительных требований по повышенным нормам уровня вибрации, волнистости и отклонению от круглости поверхностей качения, моменту трения, углу контакта, радиальному биению, осевому биению и их совместному значению.

К категории В относятся подшипники классов точности 0, 6Х, 6, 5 с одним из дополнительных требований, аналогичных категории А.

К категории С относятся подшипники классов точности 7, 8, 0, 6, к которым не предъявляются требования по уровню вибрации, моменту трения и другие требования по категориям А и В.

Например, В1М76-206 – подшипник класса точности 6, имеет 7 ряд зазора, с регламентированным моментом трения по 1 ряду и отнесен к категории В.

Обозначение отличительных признаков подшипника. Дополнительные буквы или буквы с цифрами справа от условного обозначения подшипника характеризуют следующие отличительные признаки:

Б – сепаратор из безоловянного сплава;

Г – сепаратор массивный из черных металлов;

Д – сепаратор из алюминиевого сплава;

Е – сепаратор из пластических материалов (текстолита и др.);

К – конструктивные изменения деталей подшипника;

Л – сепаратор из латуни;

Н – изменение ширины внутреннего кольца (для конических подшипников).

Р – детали подшипника из теплостойкой стали;

С – подшипник закрытого типа при заполнении специальной смазкой;

Т – специальные требования к температуре отпуска деталей, твердости и механическим свойствам;

У – дополнительные требования к шероховатости обработки поверхностей деталей, к радиальному зазору, к осевой игре и т.д.;

Х – кольца и тела качения (или только кольца) из цементируемой стали;

Ш – специальные требования к подшипнику по шуму;

Э – детали подшипника из стали ШХ со специальными присадками (ванадий, кобальт и др.);

Ю – все детали подшипника (или часть) выполнены из нержавеющей стали;

Я – кольца, тела качения из редко применяемых материалов (стекла, керамики, пластмассы и т.д.);

Кинематика подшипников качения. Подшипник (рис. 21.4) представляет собой по существу планетарный механизм, в котором водилом является сепаратор, тела качения заменяют сателлиты, а функцию центральных колес выполняют кольца подшипника. Скорость точки контакта V_1 кольца 1 с шариком 2 равна $V_1 = \omega_1 \frac{d_1}{2}$.

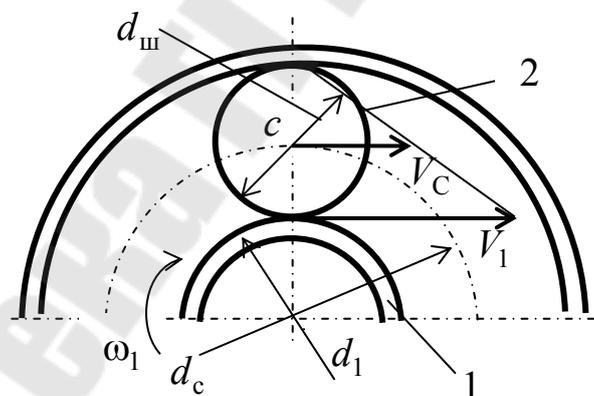


Рис. 21.4

Скорость центра шарика или скорость сепаратора V_C

$$V_C = \frac{V_1}{2} = \frac{\omega_1 d_1}{4}.$$

Угловая скорость сепаратора

$$\omega_C = \frac{V_C}{d_C/2} = \frac{\omega_1 d_1}{2d_C} = \frac{\omega_1}{2} \frac{d_1}{d_1 + d_{ш}}$$

Из последней формулы видно, что угловая скорость сепаратора зависит от диаметра тела качения. В связи с этим разноразмерность

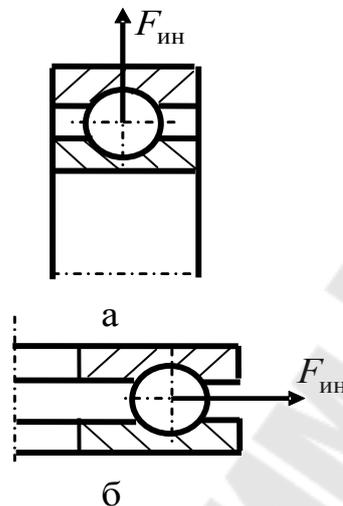


Рис. 21.5

тел качения в комплекте подшипника к отставанию от сепаратора одной части тел качения и набеганию на него другой части, что вызывает его износ и приводит к разрушению.

Динамика подшипников качения. На каждое тело качения действует центробежная сила $F_{инн} = m\omega_C^2 d_C / 2$. На работоспособность радиальных и радиально-упорных подшипников (рис. 21.5,а) центробежная сила практически не влияет, так как она разгружает внутреннее кольцо и нагружает наружное менее нагруженное. Ее действие возрастает только для высокоскоростных подшипников.

Центробежные силы особенно оказывают неблагоприятное воздействие на опорные подшипники (рис. 21.5,б), так как они расклинивают кольца и давят на сепаратор, в результате чего увеличивается трение и износ.

Подбор подшипников по динамической грузоподъемности. Выбор подшипников качения производят по номинальной долговечности L и по эквивалентной динамической нагрузке P . Расчетная динамическая грузоподъемность $C_{расч}$ определяется по зависимости:

$$C_{расч} = P^m \sqrt[m]{L},$$

где $m' = 3$ для шарикоподшипников; $m' = \frac{10}{3}$ для роликоподшипников.

По полученному расчетному значению динамической грузоподъемности по каталогу выбирают требуемый подшипник. При этом должно выполняться условие

$$C_{\text{расч}} \leq C$$

где C - динамическая грузоподъемность по каталогу.

Под динамической грузоподъемностью радиальных и радиально-упорных подшипников понимают постоянную нагрузку (в ньютонах), которую может выдержать подшипник с неподвижным наружным кольцом в течение номинальной долговечности в 1 млн. оборотов.

Под динамической грузоподъемностью упорных и упорно-радиальных подшипников понимают постоянную центральную осевую нагрузку (в ньютонах), которую может выдержать подшипник в течение номинальной долговечности в 1 млн. оборотов одного из колец.

Эквивалентная динамическая нагрузка P для радиальных и радиально-упорных подшипников – такая условная постоянная Радиальная нагрузка, которая при приложении ее к подшипнику с вращающимся внутренним кольцом и неподвижным наружным обеспечивает такую же долговечность, какую подшипник будет иметь при действительных условия нагружения и вращения.

Эквивалентная динамическая нагрузка P для упорных и упорно-радиальных подшипников соответственно будет – постоянная центральная осевая нагрузка при вращающемся кольце, закрепленном на валу, и неподвижным кольце в корпусе.

Эквивалентная динамическая нагрузка P определяется по формуле:

$$P = (XVF_r + YF_a)K_\sigma K_T,$$

где X – коэффициент радиальной нагрузки;

Y – коэффициент осевой нагрузки;

V – коэффициент вращения, зависящий от того какое кольцо вращается;

F_r – радиальная нагрузка;

F_a – осевая нагрузка;

K_6 – коэффициент безопасности;

K_T – температурный коэффициент.

Если подшипник принят по конструктивным соображениям, то расчетом определяют его номинальную долговечность L

$$L_h = \frac{10^6}{60n} \left(\frac{C}{P} \right)^{m'}$$

где n – частота вращения вала.

Тема 22. Муфты для соединения валов

Общие сведения. Муфтами приводов называют устройства, соединяющие валы совместно работающих агрегатов и передающие вращающий момент. Потребность в соединении валов связано с тем, что большинство машин компонуют из ряда отдельных частей с входными и выходными валами. Такими частями являются двигатель M , редуктор P и рабочая машина PM (рис. 22.1).

Основное назначение муфт – соединение валов и передача вращающего момента. Муфты могут выполнять еще ряд важных дополнительных функций. По этому признаку и классифицируют муфты.

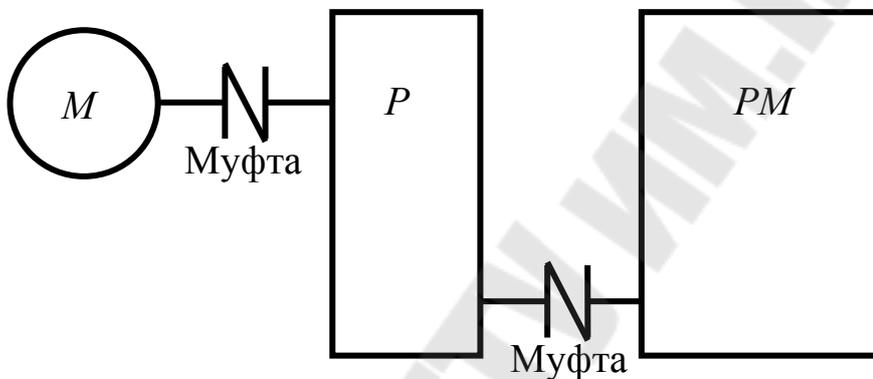


Рис. 22.1

Существует класс **постоянных** (нерасцепляемых) муфт, обеспечивающих постоянное, в течение всего времени эксплуатации машины, соединение валов.

В некоторых машинах применяют муфты **сцепления**, обеспечивающие соединение агрегатов или их разъединение во время работы машины. В свою очередь муфты сцепления подразделяют на **управляемые и самоуправляемые**.

Управляемые муфты соединяют агрегаты машин по некоторой команде. Самоуправляемые муфты включаются автоматически, соединяя или разъединяя валы в зависимости от условий режима работы машины и принципа действия муфты.

Основной характеристикой нагрузки муфты является вращающий момент T .

Обычно расчетный вращающий момент T на муфте приближенно определяют в зависимости от динамических свойств машины, характеризуемых степенью неравномерности вращения и величиной

разгоняемых масс, т.е. величиной динамической составляющей вращающего момента на муфте:

$$T = T_n + T_d = T_n (1 + T_d / T_n) = k T_n ,$$

где T_n – номинальный момент обычно приближенно определяют по потребляемой мощности двигателя и по частоте вращения;

T_d – динамический момент;

k – коэффициент динамичности.

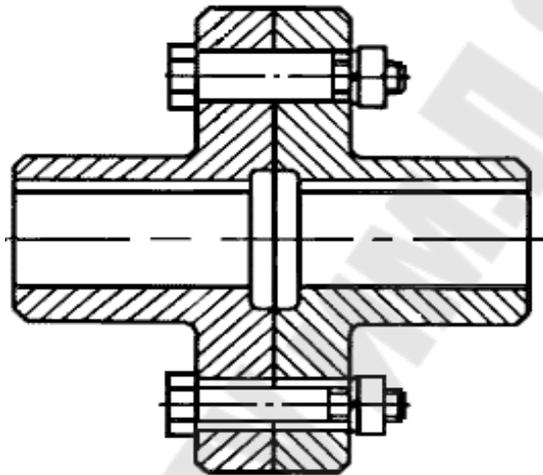


Рис. 22.2

Глухие муфты. Длинные валы по условиям изготовления, сборки и транспортировки иногда делают составными. В этом случае отдельные части вала соединяют глухими муфтами. В некоторых случаях эти муфты применяют и для соединения строго соосных валов агрегатов. К глухим муфтам относятся втулочные муфты, представляющие собой втулку, надеваемую с зазором на концы валов, и фланцевые муфты (рис. 23.2), состоящие из двух одинаковых полумуфт, выполненных в виде ступицы с фланцем. Фланцы между собой соединяют болтами.

Компенсирующие муфты. По экономическим и технологическим соображениям машины обычно выполняют из отдельных агрегатов, которые соединяют муфтами. Однако точная установка валов таких агрегатов невозможна из-за ошибок изготовления и монтажа; установки агрегатов на деформируемом основании; а также из-за упругих деформаций валов под нагрузкой.

Возможные виды смещений валов (осевое l_a , радиальное l_r и угловое γ) и возникающие вследствие этого дополнительные нагрузки на концах валов представлены на рис. 22.3.

Для соединения валов с несовпадающими осями применяют компенсирующие муфты. Благодаря своей конструкции эти муфты обеспечивают работоспособность машины даже при взаимных смещениях валов. Валы и опоры при этом дополнительно нагружаются осевыми F_a , радиальными F_r силами и изгибающими моментами m_γ , зависящими от величины и вида несоосности валов.

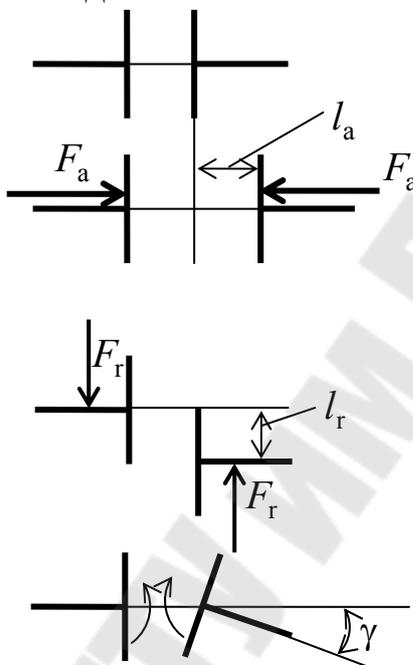


Рис. 22.3

Следует подчеркнуть, что с ростом смещений валов работоспособность муфты уменьшается.

К компенсирующим муфтам относятся зубчатые (рис. 22.4), цепные кулачково-дисковые и др. муфты.

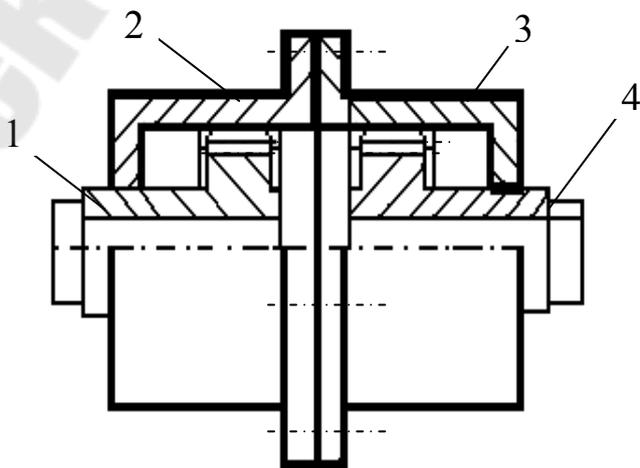


Рис. 22.4

Зубчатая муфта состоит из двух втулок 1 и 4 с внешними зубьями и двух обойм 2 и 3 с внутренними зубьями. Обоймы жестко соединены с помощью болтов.

Упругие соединительные муфты. Упругие муфты отличаются наличием упругого элемента и являются универсальными в том смысле, что, обладая некоторой крутильной податливостью, эти муфты также являются компенсирующими. Упругие муфты способны:

1) Смягчать толчки и удары вращающего момента, вызванные технологическим процессом или выбором зазора при пусках и остановках машины. При этом кинетическая энергия удара аккумулируется муфтой во время деформации упругого элемента, превращаясь в потенциальную энергию деформации;

2) Защищать привод машины от вредных крутильных колебаний;

3) Соединять валы, имеющие взаимные смещения. В этом случае деформируется упругий элемент муфты, и муфта функционирует как компенсирующая.

По материалу упругих элементов эти муфты подразделяются на муфты с неметаллическими упругими элементами и муфты с металлическими упругими элементами.

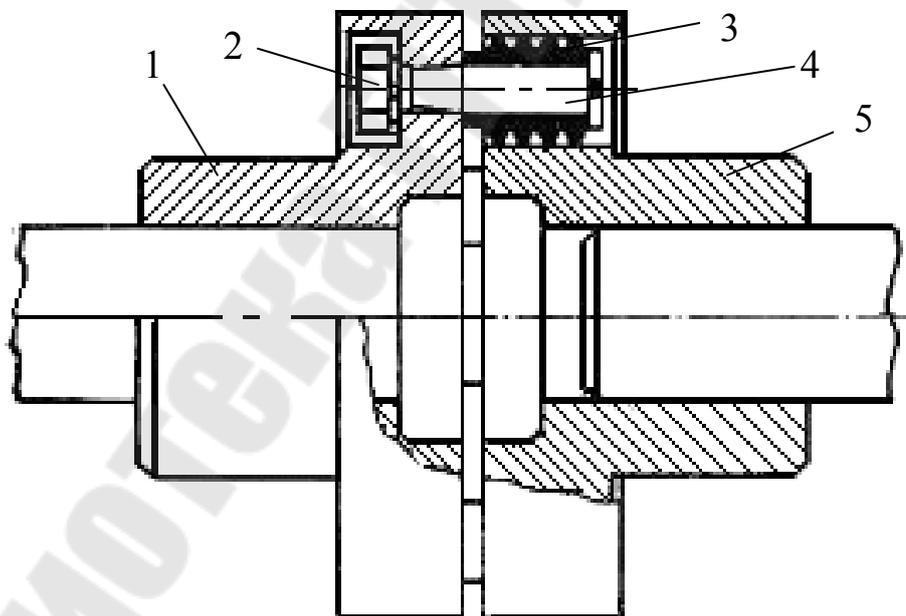


Рис. 22.5

Наибольшее применение в машиностроении получила упругая втулочно-пальцевая муфта (рис. 22.5). Она состоит из двух полуушачек 1 и 5. В полуушачке 1 имеются конические отверстия, а в полуушачке 5

– цилиндрические. В эти отверстия вставляются пальцы 4, на которые надеваются упругие элементы 3. Завинчивая гайки 2, пальцы 4 входят в конические отверстия, в результате чего происходит соединения полумуфт 1 и 5. Вращающий момент передается через упругие элементы 3.

Муфты сцепные управляемые. Сцепные муфты соединяют и разъединяют неподвижные или вращающиеся валы по управляющей команде. Эти муфты делят на муфты с профильным замыканием (кулачковые) и на фрикционные. Последние широко используют при необходимости изменения режима работы машины без остановки двигателя.

Сцепные кулачковые муфты применяются для передачи больших вращающих моментов при нечастых включениях. Они имеют значительно меньшие габаритные размеры и массу, чем фрикционные муфты сцепления. Однако они соединяют валы, угловые скорости которых равны или незначительно различаются. При этом требуется точная соосность соединения полумуфт.

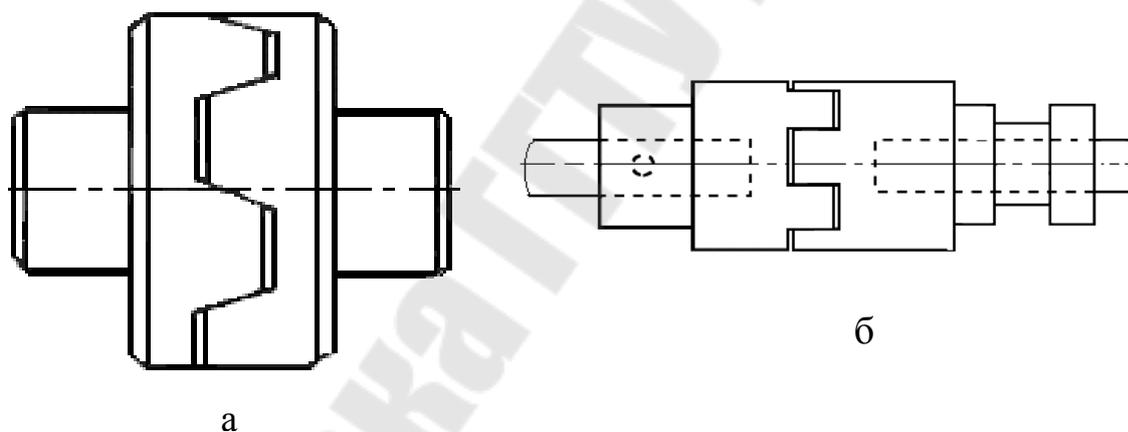


Рис. 22.6

На рис. 22.6 изображены сцепные муфты с торцевыми конусными кулачками (рис. 22.6,а) и с прямоугольными (рис. 22.6,б). Выбор формы кулачков определяется в основном условиями включения муфты.

Муфты сцепные фрикционные. Эти муфты допускают включение на ходу и передают вращающий момент за счет сил трения на рабочих поверхностях, создаваемых плавным прижатием рабочих поверхностей. Меняя силу прижатия, можно регулировать момент сил трения. За время включения фрикционной муфты рабочие поверхно-

сти проскальзывают. После завершения включения муфты скольжение отсутствует.

Конструкция этих муфт может быть выполнена с одним или несколькими дисками, с цилиндрическими или коническими поверхностями трения, с механическим, пневматическим, гидравлическим или электромагнитным управлением. Группу муфт с силовым замыканием электромеханической связью составляют муфты с жидкой или порошкообразной ферромагнитной смесью, в которых при прохождении электрического тока в катушке возбуждения возникает магнитный поток, в результате ферромагнитная смесь, заполняющая зазор между полумуфтами, намагничивается, что обеспечивает сцепление смеси с поверхностями полумуфт.

На рабочие поверхности дисков наносят фрикционный слой или крепят накладки из фрикционного материала, повышающего силу трения.

В зависимости от условий эксплуатации, фрикционные муфты разделяют: на муфты без смазывания трущихся поверхностей и на муфты со смазыванием трущихся поверхностей. Последние передают меньший вращающий момент, однако они более долговечны, так как интенсивность изнашивания рабочих поверхностей меньше, чем у сухих муфт.

Самоуправляемые или автоматические муфты включаются и выключаются в зависимости от изменения режима работы машины. К ним относятся: обгонные муфты или муфта свободного хода, передающие момент только при одном направлении вращения ведущей полумуфты относительно ведомой и проворачивающиеся при обратном направлении вращения, центробежные муфты, включающиеся и выключающиеся в зависимости от скорости вращения ведущей полумуфты, муфты предельного момента, отключающие машину при опасном увеличении вращающего момента.

Предохранительные муфты. Предохранительная муфта служит разъединения валов или вала с сидящей на нём деталью при перегрузке или недопустимой скорости вращения, т. е. предохраняющая машину от поломки в случае нарушения нормального режима работы. Муфты предохранительные с разрушающимся элементом отличаются малыми габаритами и высокой точностью срабатывания. При перегрузке предохранительный элемент срезается, и полумуфты замыкаются. Для восстановления работоспособности машины, ее необходимо остановить и заменить предохранительный элемент.

Кулачковые предохранительные муфты удерживаются во включенном состоянии пружинами, до тех пор, пока возрастающий момент не создаёт силы, способной преодолеть усилие пружины.

Фрикционные предохранительные муфты автоматически восстанавливают работоспособность машины после прекращения действия перегрузки, однако, точность срабатывания их не высока из-за непостоянства коэффициента трения на трущихся поверхностях дисков.

Тема 23. Нормирование точности и технические измерения

Точность изготовления деталей. В машиностроении показатели качества изделий весьма тесно связаны с точностью изготовления деталей машин. Точность обработки разных поверхностей детали в виде допусков задает конструктор в рабочем чертеже. Заданную точность обработки выдерживает технолог, который должен иметь ясное представление о причинах возникновения погрешностей при механической обработке. Практически изготовить деталь абсолютно точно невозможно, так как при ее обработке всегда возникают погрешности. Вместе с тем абсолютная точность при изготовлении деталей практически и не требуется. Обеспечить точность обработки - это значит обеспечить соблюдение геометрических параметров обработанных деталей в пределах заданных допусков.

Понятие точности детали включает: точность выполнения размеров; точность формы поверхностей; точность взаимного расположения поверхностей.

Полученные при изготовлении размер, форма и расположение элементарных поверхностей детали определяют фактические зазоры и натяги в соединениях деталей машин, а, следовательно, технические параметры продукции, влияющие на ее качество, надежность и экономические показатели эксплуатации.

Точность выполнения размеров детали определяется допусками, взятыми с рабочего чертежа детали.

Точность формы поверхностей детали определяется величиной отклонения формы поверхностей от геометрически правильной формы. Так, цилиндрические поверхности, например, могут иметь небольшую конусность, овальность, искривление оси и др..

Точность взаимного расположения поверхностей определяется величинами отклонений поверхностей и осей детали от точного взаимного расположения. К погрешностям взаимного расположения деталей относят несоосность поверхностей, отклонения от параллельности, перпендикулярности, отклонения в расположении отверстий и др.

На производстве точность обработки деталей удобнее определять не степенью соответствия действительных размеров деталей заданным на чертеже, а их отличием, т. е. отклонением размеров реальной детали от требуемых. В связи с этим различают погрешности формы, размеров и шероховатости поверхностей.

Понятие о взаимозаменяемости. На современных заводах автомобили, тракторы и другие машины изготавливаются не единицами, а тысячами. При таких размерах производства важно, чтобы каждая деталь или сборочная единица при сборке точно подходила к своему месту, без какой-либо дополнительной подгонки. Детали или сборочные единицы, удовлетворяющие этим условиям, называются взаимозаменяемыми. Первоначально взаимозаменяемость возникла из требований эксплуатации и ремонта машин, а затем, с развитием крупносерийного и массового производства, перешла и в область производства машин.

Обеспечить взаимозаменяемость можно только в том случае, когда изготовление деталей и сборка узлов производятся с нормированной точностью и высоким качеством.

Различают полную, неполную (частичную), внешнюю, внутреннюю и функциональную взаимозаменяемость.

Полная взаимозаменяемость обеспечивает возможность бесперебойной сборки или замены при ремонте любых независимо изготовленных с заданной точностью однотипных деталей в сборочные единицы, а последних — в изделия при соблюдении предъявляемых к ним технических требований по всем параметрам качества. Это требует высокой точности изготовления деталей и, следовательно, несколько увеличивает себестоимость изделия, что не всегда экономически выгодно.

Поэтому очень часто переходят на принцип неполной, или частичной, взаимозаменяемости. В этом случае при сборке применяют компенсаторы (шайбы, прокладки, стопорные и регулировочные винты, пружины и т. п.) и допускают групповой подбор деталей (селективная сборка), а в некоторых случаях производят подгоночные, регулировочные и другие дополнительные технологические операции. По принципу неполной взаимозаменяемости может производиться сборка машин только в условиях данного предприятия. Так как частичная взаимозаменяемость позволяет значительно расширить допуски на размерах деталей и тем самым уменьшить себестоимость их обработки, это полностью компенсирует дополнительные затраты времени на регулировку при сборке машины.

Запасные части, узлы и агрегаты, поставляемые извне, должны изготавливаться по принципу полной взаимозаменяемости.

Внешняя взаимозаменяемость — это взаимозаменяемость готовых деталей и узлов на сложных машинах.

Например, в подшипниках качения внешняя взаимозаменяемость производится по наружному диаметру наружного кольца и внутреннему диаметру внутреннего кольца, по точности вращения.

Внутренняя взаимозаменяемость – взаимозаменяемость отдельных деталей, входящих в узел, или узлов и механизмов, входящих в изделие.

Функциональная взаимозаменяемость — это связь в определенных пределах между функциональными параметрами деталей и узлов и их экономическими оптимальными эксплуатационными показателями.

Для обеспечения наилучших эксплуатационных показателей работы машины, ее высокой надежности и долговечности функциональная взаимозаменяемость предполагает соблюдение не только геометрических параметров, но и механических свойств материала, деталей, электрических, гидравлических, оптических, химических и других функциональных параметров.

Успешное решение вопросов взаимозаменяемости потребовало максимальной унификации длины, диаметров, посадок, классов точности, резьб, радиусов округлений и других конструктивных элементов, а также применения стандартных, нормализованных типовых деталей, узлов и т. п.

Общие сведения о размерах. *Размер* это числовое значение линейной величины в выбранных единицах измерения. Другими словами под размером элемента детали понимают расстояние между двумя характерными точками этого элемента.

Различают номинальный, действительный, истинный и предельный размеры

Номинальный размер определяется на стадии разработки изделия исходя из функционального назначения деталей путем выполнения кинематических, динамических и прочностных расчетов с учетом конструктивных, технологических, эстетических и других условий и служит началом отсчета отклонений. Полученное расчетным путем значение номинального размера округляется до ближайшего значения из ряда номинальных размеров.

Действительный размер это размер, установленный в результате измерения с допустимой погрешностью.

Истинный размер это размер, полученный в результате изготовления и значение которого неизвестно, хотя он и существует. К значению истинного размера мы приближаемся по мере повышения точно-

сти измерения, поэтому понятие «истинный размер» часто заменяют понятием «действительный размер».

Предельные размеры – это два предельно допустимых размера, между которыми должен находиться действительный размер.

Отклонение это алгебраическая разность между соответствующим предельным или действительным размером и номинальным размером. Поэтому под отклонением следует понимать величину возможного или действительного отличия рассматриваемого размера от номинального размера при нормировании требований к точности или по результатам измерений.

Поскольку размер может быть как больше, так и меньше номинального, при нормировании требований к его точности используют термины «верхнее» и «нижнее» отклонения.

Верхнее отклонение это алгебраическая разность между наибольшим предельным размером и номинальным размером.

Нижнее отклонение это алгебраическая разность между наименьшим предельным размером и номинальным размером.

Отклонение всегда имеет знак (+) или (-).

Если оба отклонения положительные, то наибольший и наименьший предельные размеры больше номинального. Если оба отклонения отрицательные, то каждый из предельных размеров меньше номинального.

В соединении двух деталей, входящих одна в другую, различают охватывающую и охватываемую поверхности. Принято охватывающую поверхность называть *отверстием*, охватываемую – *валом*.

Поле допуска и ее величина. Допуском размера T называется разность между наибольшим и наименьшим предельными размерами. Для отверстия $TD = D_{\max} - D_{\min}$, для вала $Td = d_{\max} - d_{\min}$. Допуск является мерой точности размера. Чем меньше допуск, тем выше требуемая точность детали. Однако, следует помнить, что допуск непосредственно влияет на трудоемкость изготовления и себестоимость детали. Чем больше допуск, тем проще и дешевле изготовление.

Для упрощения чертежей введены понятия предельных отклонений от номинального размера, проставляемых рядом с размером со знаками “+” или “-”.

Верхним предельным отклонением ES (es) называется разность между наибольшим предельным размером и номинальным размером, т.е. для отверстий $ES = D_{\max} - D$, для валов $es = d_{\max} - d$.

Нижним предельным отклонением EI (ei) называется разность между наименьшим предельным размером и номинальным размером, т.е. для отверстий $EI = D_{\min} - D$, для валов $ei = d_{\min} - d$.

Выражение допуска размера через предельные отклонения есть алгебраическая разность между верхним предельным отклонением и нижним предельным отклонением

$$TD = ES - EI; Td = es - ei.$$

Квалитеты. К размерам, даже имеющим одинаковые значения, могут представляться различные требования в отношении точности. Это объясняется большим разнообразием механизмов, а также узлов и деталей, отличающихся конструкциями, назначением и условиями работы. Поэтому стандартные системы допусков и посадок содержат ряд квалитетов.

Квалитетом называют совокупность допусков, соответствующих одинаковой степени точности для всех номинальных размеров. Допуски в каждом квалитете возрастают с увеличением номинальных размеров, но они соответствуют одному и тому же уровню точности, определяемому квалитетом.

Для данного номинального размера допуск для разных квалитетов неодинаков, так как каждый квалитет определяет необходимость применения тех или иных методов и средств обработки изделий.

В ЕСДП установлено 19 квалитетов, обозначаемых порядковым номером: 01; 0; 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16 и 17. Наивысшей точности соответствует квалитет 01, а наименьшей точности – 17-й квалитет. Точность убывает от квалитета 01 к квалитету 17.

Определение оптимальной точности обработки и выбор квалитета точности часто представляют собой сложную задачу. При произвольном назначении необоснованно высокого квалитета с малыми допусками увеличивается стоимость изготовления деталей. При выборе более низкого квалитета точности стоимость изготовления уменьшается, но снижаются надежность и долговечность работы деталей в узле.

Для решения этой задачи необходимо учесть не только характер посадки конкретного соединения и условия его работы, но и рекомендации, учитывающие целесообразность назначения того или иного

кавалитета и возможность изготовления деталей необходимой точности.

Понятие о посадках. Посадкой называется характер соединения, определяемый величиной получающихся зазоров или натягов. В соответствии с этим разделяют посадки с зазором, посадки с натягом и переходные посадки.

Зазором S называется разность размеров отверстия и вала, если размер отверстия больше размера вала : он обеспечивает возможность относительного перемещения собранных деталей .

Натягом N называется разность размеров вала и отверстия до сборки, если размер вала больше размера отверстия : он обеспечивает взаимную неподвижность деталей после их сборки .

Посадка с зазором – это посадка, при которой обеспечивается зазор в соединении .

Посадка с натягом – посадка, при которой обеспечивается натяг в соединении.

Переходная посадка – посадка, при которой возможно получение, как зазора, так и натяга.

Совокупность рядов допусков и посадок, закономерно построенных на основе опыта, теоретических и экспериментальных исследований и оформленных в виде стандартов, образуют единую систему допусков и посадок СЭВ для гладких цилиндрических соединений. В системе ЕСДП СЭВ предусмотрены посадки преимущественно в системе отверстия и в отдельных случаях в системе вала.

Посадки в системе отверстия – это такие посадки, при которых для данного номинального размера детали и определенного качества предельные размеры и предельные отклонения основного отверстия (H) остаются неизменными, а различные посадки получаются за счет изменения предельных размеров и предельных отклонений валов, соединяемых с этим отверстием.

Посадки в системе вала – это такие посадки, при которых для данного номинального размера детали и определенного качества предельные размеры и предельные отклонения основного вала (h) остаются неизменными, а различные посадки получаются за счет изменения предельных размеров и предельных отклонений отверстий, соединяемых с этим валом.

Соединяя валы, которые обозначаются от a до zc с основным отверстием (H) получают посадки в системе отверстия, при этом посад-

ки с зазором обеспечиваются валами от a до h ; переходные – js, j, k, m, n ; с натягом – от p до zc .

Соединяя отверстия, которые обозначаются от A до ZC с основным валом (h) получают посадки в системе вала, при этом посадки с зазором обеспечиваются валами от A до H ; переходные – Js, J, K, M, N ; с натягом – от P до ZC .

Отклонение формы и расположения поверхностей. Отклонение Δ – отклонение формы реальной поверхности или реального профиля от формы номинальной поверхности или номинального профиля (рис. 23.1).

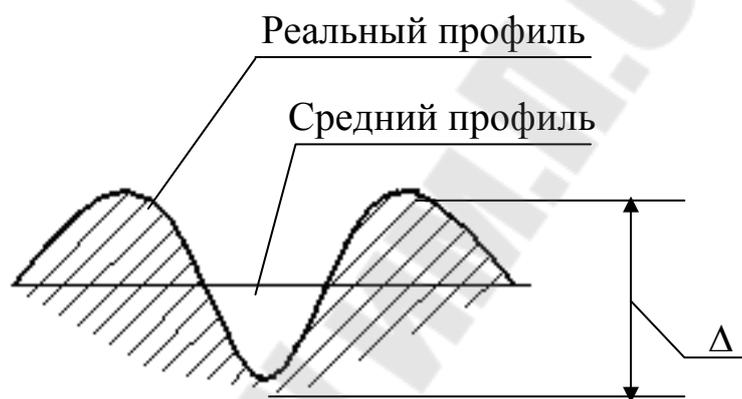


Рис. 23.1

При измерении отклонений формы допускается их количественная оценка относительно среднего элемента.

Средняя поверхность, имеющая форму номинальной поверхности и расположенная по отношению к реальной поверхности так, чтобы среднее квадратичное отклонение точек реальной поверхности от средней поверхности в пределах нормируемого участка имело минимальное значение.

При отсчете от среднего элемента отклонение формы равно сумме абсолютных значений наибольших отклонений точек реальной поверхности по обе стороны от среднего элемента.

Количественно отклонение формы оценивается наибольшим расстоянием от точек реальной поверхности до прилегающей поверхности по нормали к прилегающей поверхности.

Отклонение от круглости – наибольшее расстояние Δ от точек реального профиля до прилегающей окружности (рис. 23.2). Частным с видами отклонений от круглости являются овальность и огранка.

Овальность — отклонение от круглости, при котором реальный профиль представляет собой овалообразную фигуру



Рис. 23.2

Огранка — отклонение от круглости, при котором реальный профиль представляет собой многогранную фигуру.

Допуск круглости - наибольшее допускаемое значение отклонения от круглости.

Поле допуска круглости - область на поверхности перпендикулярной оси поверхности вращения или проходящей через центр сферы ограниченная двумя концентрическими окружностями, отстоящими друг от друга на расстоянии равном допуску круглости T .

Отклонение от цилиндричности - наибольшее расстояние Δ от точек реальной поверхности до прилегающего цилиндра в пределах нормируемого участка.

Допуск цилиндричности - наибольшее допускаемое значение отклонения от цилиндричности.

Поле допуска цилиндричности - область в пространстве, ограниченная двумя соосными цилиндрами, отстоящими друг от друга на расстоянии, равном допуску цилиндричности T .

Отклонение профиля продольного сечения цилиндрической поверхности - наибольшее расстояние от точек образующих реальной поверхности, лежащих в плоскости, проходящей через ее ось, до соответствующей стороны прилегающего профиля в пределах нормируемого участка.

Отклонение профиля продольного сечения характеризует отклонение от прямолинейности и параллельности образующих. Частными видами отклонения профиля продольного сечения являются конусообразность, бочкообразность и седлообразность.

Конусообразность - отклонение профиля продольного сечения, при котором образующие прямолинейны, но не параллельны.

Бочкообразность - отклонение профиля продольного сечения, при котором образующие непрямолинейны и диаметры увеличиваются от краев к середине сечения.

Седлообразность - отклонение профиля продольного сечения, при котором образующие непрямолинейны и диаметры уменьшаются от краев к середине сечения.

Отклонение расположения это отклонение реального расположения рассматриваемого элемента от его номинального расположения.

Группа допусков	Допуск	Условный знак
Допуски формы	Прямолинейности	—
	Плоскостности	▭
	Круглости	○
	Цилиндричности	∅
	Профиля продольного сечения	≡
Допуски расположения	Параллельности	∥
	Перпендикулярности	⊥
	Наклона	∕
	Соосности	⊙
	Симметричности	≡
	Позиционный	⊕
	Пересечения осей	×
Суммарные допуски формы и расположения	Радиального биения	↗
	Торцевого биения	
	Биения в заданном направлении	
Полного радиального биения	□	
		Полного торцевого биения
Заданного профиля	C	
		Формы заданной поверхности

Рис. 23.3

Количественно отклонения оцениваются в соответствии от типа отклонений и допуска расположения: **отклонение от перпендикулярности, допуск перпендикулярности; отклонение и поле допуска наклона; отклонение от соосности, допуск соосности; отклонение от симметричности, допуск симметричности; позиционное отклонение и**

позиционный допуск; отклонение от пересечения, допуск пересечения осей.

Обозначение на чертежах допусков формы и взаимного расположения поверхностей. Допуски формы и расположения поверхностей указывают на чертежах условными обозначениями или текстом в технических требованиях. Применение условных обозначений предпочтительно. Обозначения на чертежах допусков формы и расположения поверхностей выполняют по ГОСТ 2.308—79 (рис. 23.3).

Условные обозначения допусков помещают в прямоугольную рамку, разделенную на две или три части (рис. 23.4). В первой представляют условный знак допуска, во второй — числовое значение допуска в миллиметрах, в третьей — буквенное обозначение базы или другой поверхности, к которой относится отклонение.

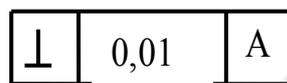


Рис. 23.4

Рамки вычерчивают сплошными тонкими линиями и располагают горизонтально. Высота цифр, букв и знаков, вписываемых в рамки, должна быть равна размеру шрифта размерных чисел, а высота рамки — на 2...3 мм больше.

Базы обозначают зачерненным треугольником, который соединяют при помощи соединительной линии с рамкой.

Треугольник, обозначающий базу, должен быть равносторонним, высотой приблизительно равной размеру шрифта размерных чисел. Если базой является ось или плоскость симметрии, то треугольник располагают на конце размерной линии (рис. 23.5).

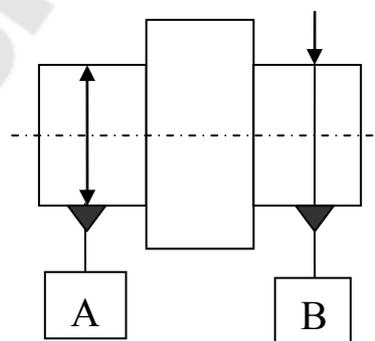


Рис. 23.5

Обозначение шероховатости поверхностей. Шероховатость поверхности обозначают на чертеже для всех выполняемых по дан-

ному чертежу поверхностей изделия, независимо от методов их образования, кроме поверхностей, шероховатость которых не обусловлена требованиями конструкции.

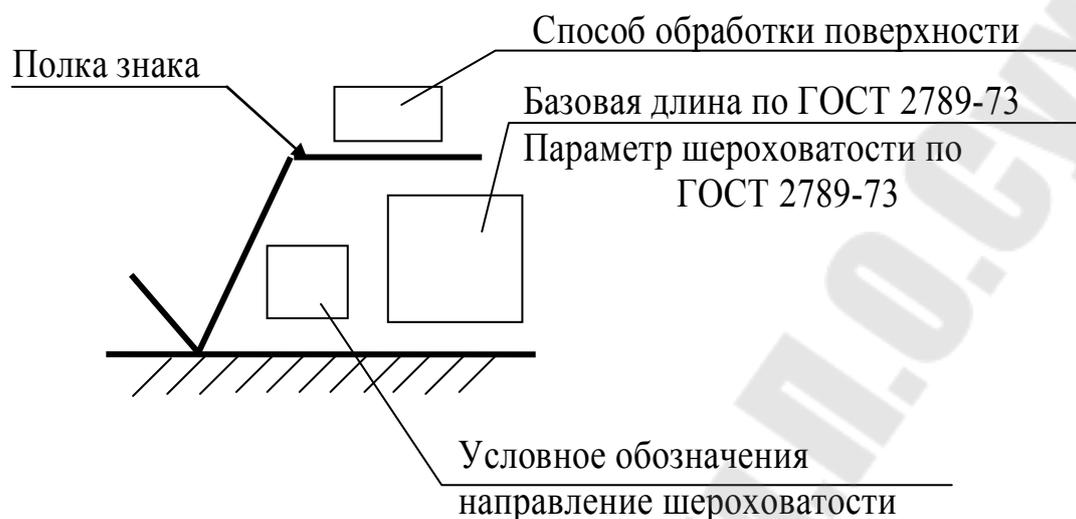


Рис. 23.6

Структура обозначения шероховатости поверхности приведена на рис. 23.6.

В обозначении шероховатости поверхности применяют один из знаков, изображенных на рис. 23.7.

В обозначении шероховатости поверхности, способ обработки которой конструктором не устанавливается, применяют знак (рис. 23.7, а).

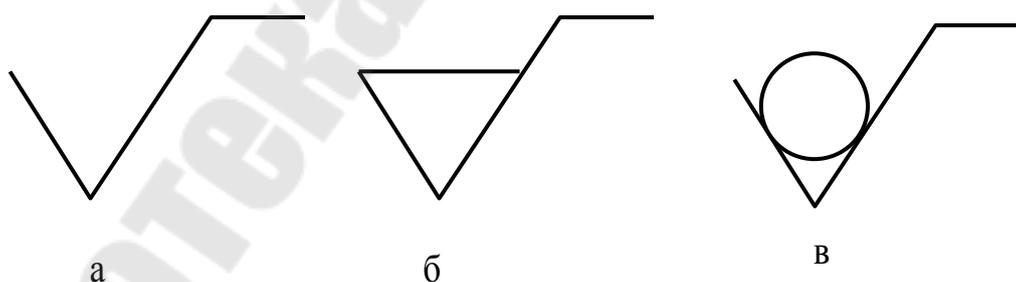


Рис. 23.7

В обозначении шероховатости поверхности, которая должна быть образована только удалением слоя материала, применяют знак (рис. 23.7,б).

В обозначении шероховатости поверхности, которая должна быть образована без удаления слоя материала, применяют знак (рис. 23.7,в) с указанием значения параметра шероховатости.

Поверхности детали, изготовляемой из материала определенного профиля и размера, не подлежащие по данному чертежу дополнительной обработке, должны быть отмечены знаком (рис. 57,в) без указания параметра шероховатости.

Значение параметра шероховатости по ГОСТ 2789-73 указывают в обозначении шероховатости после соответствующего символа, например: $R_a 0.4$; $R_z 50$.

Литература

1. Прикладная механика: Учеб. пособие / А.Т. Скойбеда, А.А. Миклашевич, Е.Н. Левковский и др.; Под общ. ред. А.Т. Скойбеды. – Мн.: Выш. шк., 1997. – 552 с.
2. Феодосьев В.И. Сопротивление материалов. – М.: Машиностроение, 1979.-560 с.
3. Першина С.В. Сопротивление материалов: Учеб. пособие. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2005. – 160 с.
4. Селиванов Ю.Т. Сопротивление материалов: Учеб. пособие. – Тамбов: Изд-во Тамб. гос. техн. ун-та, 2007. – 76 с.
5. Олофинская В.П. Техническая механика: Курс лекций с вариантами практических и тестовых заданий: Учеб. пособие. – М.: ФОРУМ: ИНФРА-М, 2007. – 349 с.
6. Мурин А.В., Осипов В.А. Прикладная механика: Учеб. пособие для вузов / под ред. А. В. Мурина. – Томск: Изд-во Томского политехнического университета. 2010. – 326 с.
7. Аркуша А.И. Техническая механика: Теоретическая механика и сопротивление материалов: Учеб. для машиностр. спец. Техникумов.- 2-е изд., доп. – М.: Высш. шк., 1989. – 352 с.
8. Теоретическая механика для студентов ФИТО: Учеб. пособие. – Пенза: Изд-во Пенз. гос. Ун-та. 2006. – 169 с.
9. Иванов М.Н. Детали машин: Учебник для вузов. – М.: Высш. шк., 1976. – 399 с.
10. Решетов Д.Н. Детали машин: Учебник для вузов. – М.: Машиностроение, 1989. – 496 с.
11. Детали машин в задачах и примерах / С.Н. Ничипорчик, М.И. Корженецкий, В.Ф. Калачев и др.; Под общ. Ред. С.Н. Ничипорчика. – Мн.: Выш. шк., 1981. – 432 с.
12. Вышинский Н.В. Техническая механика. – Мн.: ИВЦ Минфина. 2006. – 256 с.
13. Бутенин Н.В., Лунц Я.Л., Меркин Д.Р. Курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 2002. – 736 с.
14. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 2001. – 768 с.
15. Гузенков П.Г. Детали машин.- М.: Высш. шк., 1986 - 359 с.
16. Иосилевич Г.Б. Детали машин: Учебник для вузов.-М.: Машиностроение, 1988.-368 с.
17. Любощиц М.И., Ицкович Г.М. Справочник по сопротивлению материалов.- Мн.: Выш. шк., 1969.- 464 с.
18. Зозуля В.В., Мартыненко А.В., Лукин А.Н. Механика материалов. – Харьков: Изд-во Национ. ун-та внутр. дел, 2001. – 404 с.

Оглавление

Лекция 1 Общие сведения о машинах и механизмах	1
Лекция 2 Растяжение – сжатие	5
Лекция 3 Геометрические характеристики плоских сечений	10
Лекция 4 Теории напряженного состояния	15
Лекция 5 Чистый сдвиг	23
Лекция 6 Кручение	27
Лекция 7 Плоский изгиб	30
Лекция 8 Сложное сопротивление	36
Лекция 9 Устойчивость сжатых стержней	40
Лекция 10 Прочность при переменных напряжениях	44
Лекция 11 Основы проектирования машин	49
Лекция 12 Заклепочные соединения	59
Лекция 13 Сварные соединения	65
Лекция 14 Резьбовые соединения	69
Лекция 15 Соединения зацеплением	76
Лекция 16 Ременные передачи	83
Лекция 17 Зубчатые передачи (продолжение)	88
Лекция 18 Зубчатые передачи (продолжение)	92
Лекция 19 Червячные передачи	100
Лекция 20 Червячные передачи (продолжение)	105
Лекция 21	109
Лекция 22 Цепные передачи	118
Лекция 23 Валы и оси	123
Лекция 24 Подшипники	128
Лекция 25 Муфты	134
Литература	141

Тариков Георгий Петрович
Бельский Алексей Тимофеевич

МЕХАНИКА

Курс лекций
для студентов специальности 1-43 01 05
«Промышленная теплоэнергетика»
дневной и заочной форм обучения

Подписано к размещению в электронную библиотеку
ГГТУ им. П. О. Сухого в качестве электронного
учебно-методического документа 31.01.14.

Рег. № 24Е.
<http://www.gstu.by>