



There is given the solution of linked problem of heat conduction and thermoelasticity at heating of prismatic substances by radiant convection current, based on using of the method of equivalent sources.

Ю. С. ПОСТОЛЬНИК, Днепродзержинский государственный технический университет,
В. И. ТИМОШПОЛЬСКИЙ, Белорусский национальный технический университет,
О. А. ЧЕРНЫЙ, Днепродзержинский государственный технический университет,
Д. Н. АНДРИАНОВ, ГГТУ им. П. О. Сухого

УДК 536.12:518.61

ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ В ПРИЗМАТИЧЕСКИХ ТЕЛАХ ПРИ РАДИАЦИОННО-КОНВЕКТИВНОМ ТЕПЛОБМЕНЕ

Интенсификация процессов тепловой обработки в металлургической промышленности и повышение требований к качеству выпускаемой металлопродукции требуют детального исследования сопутствующих тепловых и термомеханических процессов. Как известно [1, 2], задача термомеханики состоит из двух основных составляющих – краевой задачи теплопроводности и задачи теории термоупругости или термоупругопластичности. Для решения задачи расчета термических напряжений необходимо в качестве нагрузочной функции использовать решение соответствующей задачи теплопроводности. Получение решения при нелинейном математическом моделировании, которое наиболее адекватно отображает сложную природу всех физических процессов, особенно точного решения, довольно сложно. В настоящее время развиваются методы расчета температурных полей и термических напряжений, базирующиеся как на использовании приближенных [2–6], так и численных методов [2, 7, 8]. При этом следует отметить, что наиболее изученными с точки зрения металлургической термомеханики являются тела простейшей формы (пластина, цилиндр, шар). Учитывая возрастающую тенденцию к вводу в эксплуатацию нагревательных печей современной конструкции (печей с шагающими балками, шагающим подом и др.), в которых заготовки располагаются с зазором, несомненный интерес представляют исследование термомеханики призматических тел и разработка надежной практической методики расчета теплового и термонапряженного состояния тел при нагреве их лучисто-конвективным потоком.

На первом этапе осуществим решение краевой задачи теплопроводности при нагреве неограниченной прямоугольной призмы сечением $2H_1 \times 2H_2$. Следует заметить, что в современной теории теплопроводности весь период нагрева тела принято делить на инерционный и упорядоченный этапы [9]. На инерционном этапе происходит прогрев тела, а на упорядоченном уже все тело участвует в теплообмене. Ввиду того что прогрев тела достаточно быстротечен, все дальнейшие выкладки будут проведены для упорядоченного этапа.

Запишем математическую формулировку:

$$a \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial x_2^2} \right] = \frac{\partial T}{\partial t}, \quad T(x_1, x_2, 0) = T_0 = \text{const}, \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} & \left\{ \lambda \frac{\partial T}{\partial x_i} - \sigma_{b,i} [T_c^4 - T^4(x_1, x_2, t)] - \alpha_{k,i} [T_c - T(x_1, x_2, t)] \right\}_{x_i=R_i} = 0, \\ & \frac{\partial T}{\partial x_i} \Big|_{x_i=0} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Перепишем математическую модель (1), (2) в безразмерном виде

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho_1^2} + k^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial \rho_2^2} = \frac{\partial \theta}{\partial \tau}, \quad \theta(\rho_1, \rho_2, 0) = \theta_0, \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} & \frac{\partial \theta}{\partial \rho_i} \Big|_{\rho_i=1} = \text{Sk}_i(\rho_j, \tau) [1 - \theta_{n,i}^4(\rho_j, \tau)] + \text{Bi}_i(\rho_j, \tau) [1 - \theta_{n,i}(\rho_j, \tau)], \\ & \frac{\partial \theta}{\partial \rho_i} \Big|_{\rho_i=0} = 0, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где введем следующие безразмерные величины:

$$\left. \begin{aligned} \theta(\rho_1, \rho_2, \tau) &= \frac{T(x_1, x_2, t)}{T_c}; \quad \rho_1 = \frac{x_1}{H_1}, \quad \rho_2 = \frac{x_2}{H_2}; \quad k = \frac{H_1}{H_2}; \\ \tau &= \frac{at}{H_1^2}; \quad Sk_i = \frac{\sigma_{ni} T_c^3 H_i}{\lambda}; \quad Bi_i = \frac{\alpha_{ni} H_i}{\lambda}. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Решение задачи радиационно-конвективного нагрева призмы можно свести к решению задачи конвективного нагрева призмы [9], полученному с помощью МЭИ. Тогда безразмерная температурная функция (с учетом специфики нелинейного радиационно-конвективного теплообмена) будет иметь вид

$$\theta_1(\rho_1, \rho_2, \tau) = 1 - \prod_{j=1}^2 \frac{3 + \overline{Bi}_j(\tau_0)}{2 + \overline{Bi}_j(\tau_0)} \frac{2 + \overline{Bi}_j(\tau)}{3 + \overline{Bi}_j(\tau)} \left[1 - \frac{\overline{Bi}_j(\tau) \rho_j^2}{2 + \overline{Bi}_j(\tau)} \right] \exp \left[-3k_j^2 \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\overline{Bi}_j(\eta) d\eta}{3 + \overline{Bi}_j(\eta)} \right], \quad (6)$$

где

$$\overline{Bi}_i = Bi_i \left[1 + \frac{Sk_i}{Bi_i} (1 + \theta_{ni}^2)(1 + \theta_{ni}) \right]; \quad (7)$$

θ_{ni} — определяется из задачи теплопроводности пластины при тех же условиях.

С другой стороны, эта задача решалась путем разложения задачи (3), (4), используя следующие подстановки:

$$u(\rho_1, \rho_2, \tau) = [1 - \theta(\rho_1, \rho_2, \tau)], \quad u(\rho_1, \rho_2, \tau) = u_1(\rho_1, \tau) u_2(\rho_2, \tau), \quad (8)$$

на решение двух одномерных задач конвективного теплообмена

$$\frac{\partial^2 u_1}{\partial \rho_1^2} = \frac{\partial u_1}{\partial \tau}; \quad \frac{\partial u_1}{\partial \rho_1} \Big|_{\rho_1=1} = -\overline{Bi}_1(\tau) u_{n1}(\tau); \quad \frac{\partial u_1}{\partial \rho_1} \Big|_{\rho_1=0} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{\partial^2 u_2}{\partial \rho_2^2} = k^2 \frac{\partial u_2}{\partial \tau}; \quad \frac{\partial u_2}{\partial \rho_2} \Big|_{\rho_2=1} = -\overline{Bi}_2(\tau) u_{n2}(\tau); \quad \frac{\partial u_2}{\partial \rho_2} \Big|_{\rho_2=0} = 0, \quad (10)$$

которые также решались при помощи МЭИ. Тогда решение задачи (3), (4) может иметь и другой вид

$$\theta_2(\rho_1, \rho_2, \tau) = 1 - (1 - \theta_0) \exp \left[\int_{\tau_0}^{\tau} \frac{6B(\eta)k^2 - dB(\eta)}{(B(\eta) - 6)k^2} d\eta \right] \left(1 - \frac{B(\tau)\rho_2^2}{2k^2} \right) \exp \left[\int_{\tau_0}^{\tau} \frac{6A(\eta) - dA(\eta)}{A(\eta) - 6} d\eta \right] \left(1 - \frac{A(\tau)\rho_1^2}{2} \right), \quad (11)$$

где

$$A(\tau) = \frac{\overline{Bi}_1(\tau)}{1 + \overline{Bi}_1(\tau)/2}; \quad B(\tau) = \frac{\overline{Bi}_2(\tau)}{1 + \overline{Bi}_2(\tau)/2k^2}. \quad (12)$$

Теперь перейдем к определению термонапряженного состояния. При использовании функции температурного поля призмы при ее конвективном нагреве в работе [3] были получены (в безразмерном виде) следующие функции температурных напряжений в призме:

осевые

$$\begin{aligned} \overline{\sigma}_z(\rho_1, \rho_2, \tau) / D(\tau) &= \frac{B_1(\tau) + B_2(\tau)}{3} - (B_1(\tau)\rho_1^2 + B_2(\tau)\rho_2^2) - \frac{B_1(\tau)B_2(\tau)(1 - 9\rho_1^2\rho_2^2)}{9} + \\ &+ \frac{\mu}{3} \left[\frac{B_1(\tau)B_2(\tau)}{45} + \frac{B_1(\tau)B_2(\tau)(\rho_1^2 - \rho_2^2)}{2} - B_1(\tau)B_2(\tau) \left(\rho_1^2\rho_2^2 - \frac{\rho_1^4\rho_2^4}{6} \right) \right], \end{aligned} \quad (13)$$

в направлении x

$$\overline{\sigma}_x(\rho_1, \rho_2, \tau) = (1 - \rho_1^2) D(\tau) \left[\frac{B_1(\tau) + B_2(\tau)}{2} - \frac{B_1(\tau)B_2(\tau)(1 + \rho_2^2)}{3} + \frac{1 - \rho_1^2}{6} \right], \quad (14)$$

в направлении y

$$\bar{\sigma}_y(\rho_1, \rho_2, \tau) = (1 - \rho_2^2) D(\tau) \left[\frac{B_1(\tau) + B_2(\tau)}{2} - \frac{B_1(\tau) B_2(\tau) (1 + \rho_1^2)}{3} + \frac{1 - \rho_2^2}{6} \right], \quad (15)$$

касательные

$$\bar{\sigma}_{xy}(\rho_1, \rho_2, \tau) = 2\rho_1\rho_2 D(\tau) \left[\frac{B_1(\tau) + B_2(\tau)}{2} - \frac{B_1(\tau) B_2(\tau) \left(1 + \frac{\rho_1^2 + \rho_2^2}{3}\right)}{3} \right]. \quad (16)$$

Такой же функциональный вид будут иметь и температурные напряжения для радиационно-конвективного нагрева призмы, только составляющие $D(\tau)$, $B_1(\tau)$, $B_2(\tau)$ в формулах (13)–(16) будут несколько другими, чем в работе [3], в которой рассмотрен сугубо конвективный теплообмен.

Учитывая, что для радиационно-конвективного нагревания призмы были получены два различных варианта решений (6) и (11), запишем составляющие уравнений (13)–(16) для каждого из этих вариантов отдельно. Так, для температурной функции (6)

$$D(\tau) = \frac{(3 + \bar{Bi}_1(\tau_0))(2 + \bar{Bi}_1(\tau))(3 + \bar{Bi}_2(\tau_0))(2 + \bar{Bi}_2(\tau))}{(2 + \bar{Bi}_1(\tau_0))(3 + \bar{Bi}_1(\tau))(2 + \bar{Bi}_2(\tau_0))(3 + \bar{Bi}_2(\tau))} \exp \left[-3 \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\bar{Bi}_1(\eta)}{3 + \bar{Bi}_1(\eta)} d\eta \right] \exp \left[-3k^2 \int_{\tau_0}^{\tau} \frac{\bar{Bi}_2(\eta)}{3 + \bar{Bi}_2(\eta)} d\eta \right], \quad (17)$$

$$B_1(\tau) = \frac{\bar{Bi}_1(\tau)}{2 + \bar{Bi}_1(\tau)}, \quad B_2(\tau) = \frac{\bar{Bi}_2(\tau)}{2 + \bar{Bi}_2(\tau)}; \quad (18)$$

для температурной функции (11)

$$D(\tau) = (1 - \theta_0) \exp \left[\int_{\tau_0}^{\tau} \frac{6B(\eta)k^2 - \frac{dB(\eta)}{d\eta}}{(B(\eta) - 6)k^2} d\eta \right] \exp \left[\int_{\tau_0}^{\tau} \frac{6A(\eta) - \frac{dA(\eta)}{d\eta}}{A(\eta) - 6} d\eta \right], \quad (19)$$

$$B_1(\tau) = \frac{A(\tau)}{2}, \quad B_2(\tau) = \frac{B(\tau)}{2k^2}. \quad (20)$$

Хотелось бы отметить, что решения задачи радиационно-конвективного теплообмена (6), (11) можно использовать для решения задачи чистого радиационного теплообмена, вместо (6) положив

$$\bar{Bi}_i = Sk_i [(1 + \theta_{ni}^2)(1 + \theta_{ni})]. \quad (21)$$

Тогда функциями (13)–(16) с учетом (17), (18) – для решения краевой задачи теплопроводности вида (6), либо (19), (20) – для решения краевой задачи теплопроводности вида (11) будут определяться температурные напряжения при чисто радиационном нагреве призмы.

Функции температурных напряжений (13)–(16) представлены в безразмерном виде. Для решения конкретных численных примеров необходимо перейти к размерным величинам. Сделаем это с помощью следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x(x_1, x_2, t) &= \bar{\sigma}_x(\rho_1, \rho_2, \tau) K_\sigma, \\ \sigma_y(x_1, x_2, t) &= \bar{\sigma}_y(\rho_1, \rho_2, \tau) K_\sigma, \\ \sigma_{xy}(x_1, x_2, t) &= \bar{\sigma}_{xy}(\rho_1, \rho_2, \tau) K_\sigma, \\ \sigma_z(x_1, x_2, t) &= \bar{\sigma}_z(\rho_1, \rho_2, \tau) K_\sigma. \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

Здесь K_σ – коэффициент перехода, причем если решение проводится по первому варианту (формулы (6), (13)–(16), (17), (18)), то

$$K_\sigma = \frac{\alpha_T E (T_c - T_0)^2}{T_c (1 - \nu)}, \quad (23)$$

если же решение проводилось по другому варианту (формулы (11), (13)–(16), (19), (20)), то

$$K_{\sigma} = \frac{\alpha_T E (T_c - T_0)}{(1 - \nu)}, \quad (24)$$

где α_T – коэффициент теплового расширения, 1/К; E – модуль упругости, МПа; ν – коэффициент Пуассона; T_c – температура греющей среды, К; T_0 – начальная температура тела, К.

В заключение хотелось бы продемонстрировать конкретный пример решения задачи термоупругости призматического тела. Ограничимся рассмотрением призмы квадратного сечения со стороной $2H$, $H = 0,2$ м, при этом отношение наименьшей стороны призмы к наибольшей $k=1$. Исходные данные для расчета: температура среды $T_c = 1500$ К, начальная температура призмы $T_0 = 300$ К, коэффициент излучения $\sigma_{\text{изл}} = 4,45 \cdot 10^{-8}$ Вт/(м²·К⁴), коэффициент температуропроводности $a = 0,025$ м²/ч, коэффициент теплоотдачи $\alpha = 250$ Вт/(м²·К), коэффициент линейного расширения стали $a_T = 12,4 \cdot 10^{-6}$ 1/К, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. При этом были проведены расчеты по обеим предложенным методикам как в безразмерной, так и в размерной форме.

На рис. 1 приведено изменение нормальных напряжений вдоль осей x и y , а также касательных напряжений во времени. Здесь очевидно некоторое расхождение в числовых значениях при расчете по

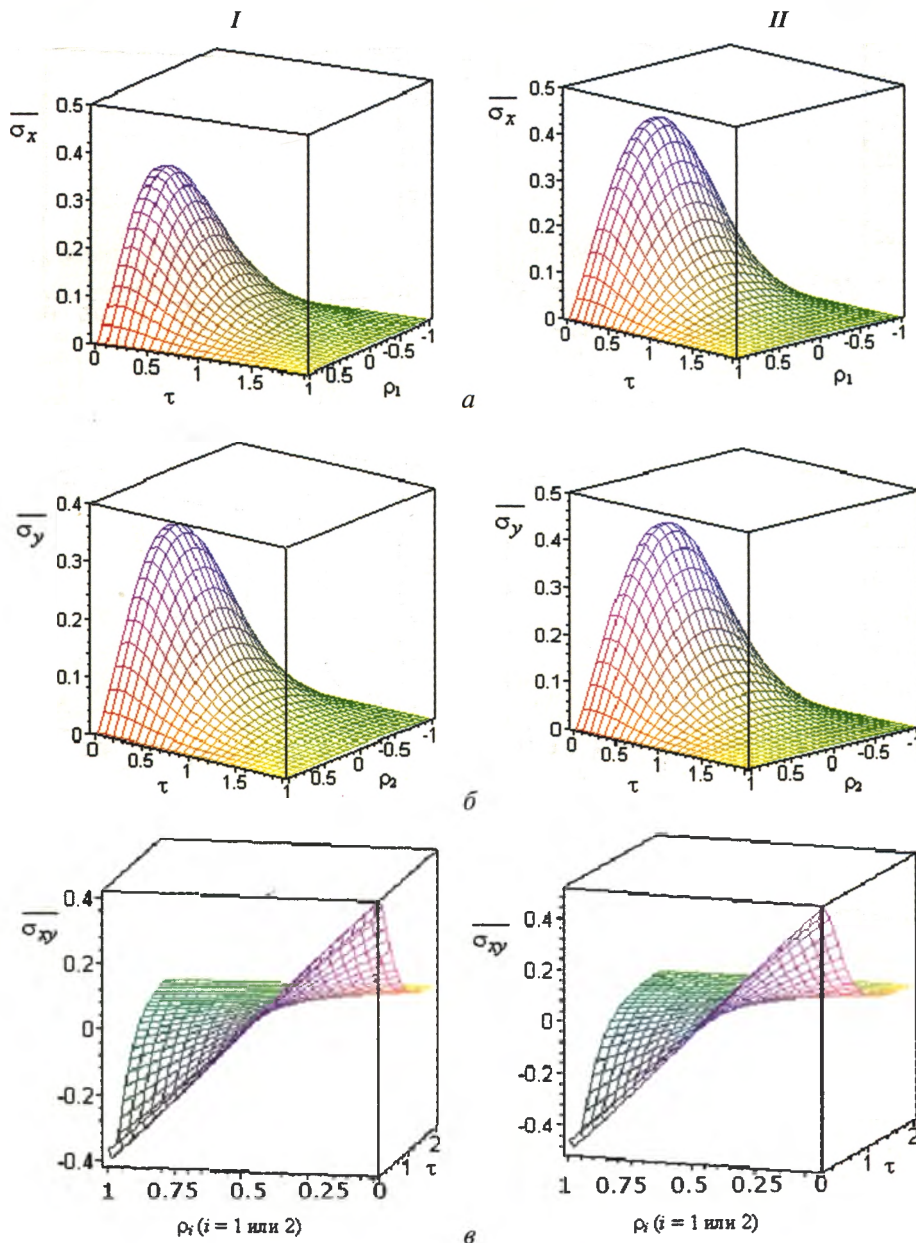


Рис. 1. Изменения безразмерных термических напряжений по сечению призматической заготовки во времени, рассчитанные по уравнениям (11), (13)–(16), (19), (20) (I) и уравнениям (6), (13)–(16), (17), (18) (II): а – нормальных напряжений в направлении x ; б – нормальных напряжений в направлении y ; в – касательных напряжений

приведенным методикам, однако качественная картина распределения напряжений аналогична в обоих случаях и соответствует общепринятым положениям в теории термоупругости. В центре призматической заготовки возникают растягивающие напряжения, которые имеют максимальное значение в начальный момент времени (т. е. в момент теплового удара), на поверхности наблюдаются сжимающие термические напряжения, причем на ребре заготовки наблюдаются большие значения, чем на середине боковой грани. По мере прогрева заготовки и выравнивания температур по ее сечению наблюдается монотонное снижение термонапряжений и к окончанию нагрева они практически равны нулю. Распределение максимальных нормальных и осевых термических напряжений по сечению заготовки в фиксированный момент времени приведено на рис. 2. Как и в предыдущем случае, величина безразмерных напряжений, рассчитанных при решении задачи теплопроводности путем разложения на две одномерные задачи, на 18–22% меньше соответствующих напряжений, рассчитанных при решении двумерной задачи. На рис. 3 показано распределение максимальных термических напряжений по сечению заготовки в размерном виде, рассчитанное с использованием различных коэффициентов (23) и (24). Здесь очевидно практически полное совпадение результатов, полученных по обоим методикам.

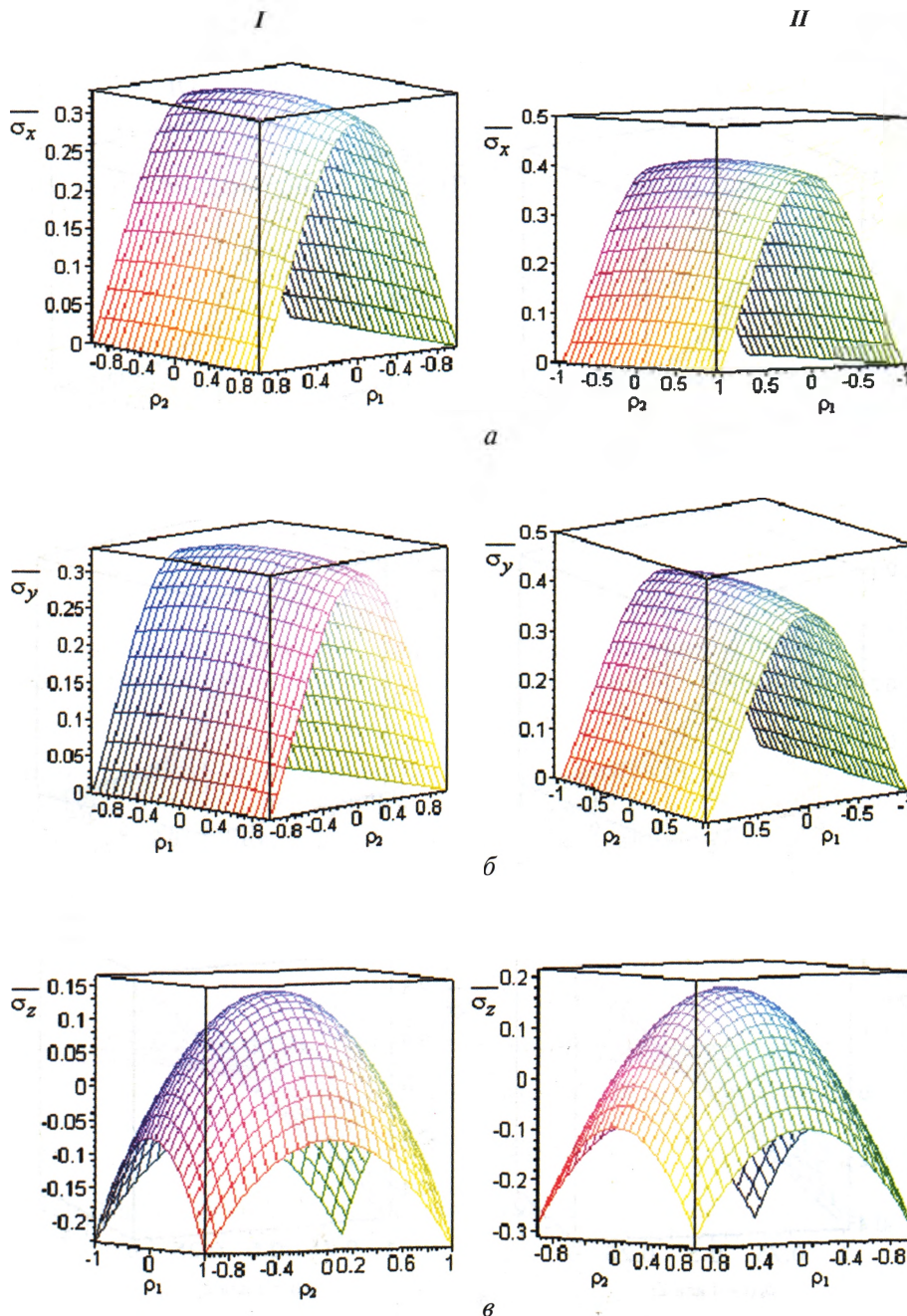


Рис. 2. Распределение безразмерных максимальных термических напряжений при расчете по уравнениям (11), (13)–(16), (19), (20) (I) и уравнениям (6), (13)–(16), (17), (18) (II): а – сжимающих нормальных напряжений в направлении x ; б – сжимающих нормальных напряжений в направлении y ; в – нормальных осевых напряжений

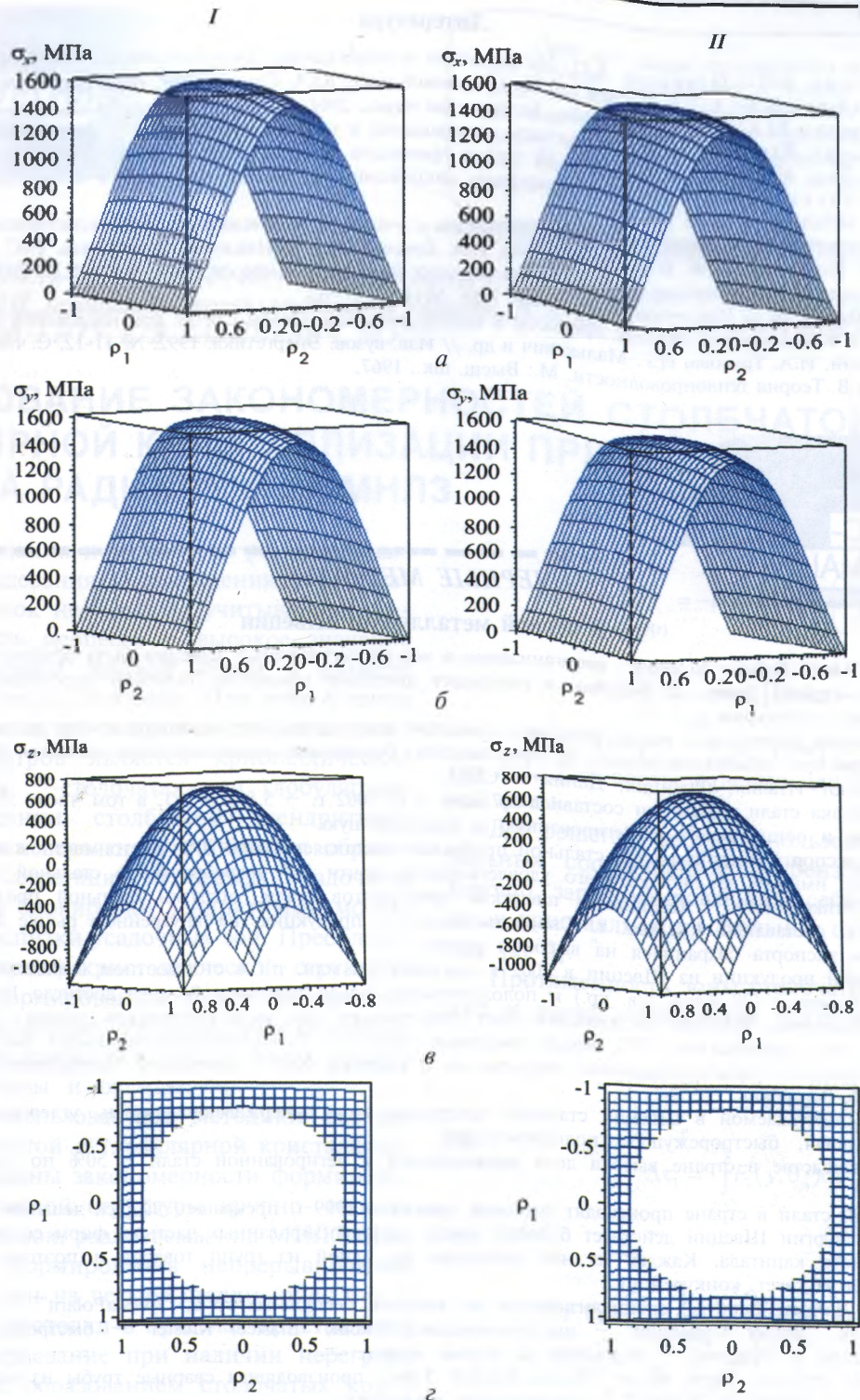


Рис. 3. Распределение размерных максимальных термических напряжений по уравнениям (11), (13)–(16), (19), (20) (I) и уравнениям (6), (13)–(16), (17), (18) (II): а – растягивающих нормальных напряжений в направлении x ; б – растягивающих нормальных напряжений в направлении y ; в – нормальных осевых напряжений; г – нейтральная линия сечения при действии максимальных осевых напряжений

Заключение

Получено полное решение задачи теплопроводности и термоупругости при нагреве призматической заготовки лучисто-конвективным потоком. При этом задача теплопроводности решена с использованием метода эквивалентных источников двумя способами: непосредственное решение двумерной задачи теплопроводности и разложение исходной задачи на решение двух одномерных задач. Приведены практические расчеты и доказано, что оба способа расчета температур и термических напряжений приводят, в конечном счете, к одному и тому же результату.

Литература

1. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Металургійна термомеханіка. Дніпропетровськ: Системні технології, 2002.
2. Стальной слиток. В 3-х т. Т.3. Нагрев / В.И. Тимошпольский, Ю.А. Самойлович, И.А. Трусова и др.; Под общ. ред. В.И. Тимошпольского и Ю.А. Самойловича. Мн.: Беларуская наука, 2001.
3. Постольник Ю.С. Приближенные методы исследований в термомеханике. Киев – Донецк: Виш. шк., 1984.
4. Постольник Ю.С., Огурцов А.П. Нелінійна прикладна термомеханіка. Київ: НМЦ ВО МОНУ, 2000.
5. Тимошпольский В.И. Расчет температурных напряжений массивного цилиндра в схеме термического слоя // Изв. вузов. Черная металлургия. 1982. №6.
6. Управление режимом нагрева массивного цилиндра с учетом ограничений на упругопластические температурные напряжения / В.И. Тимошпольский, В.Б. Ковалевский, И.А. Трусова и др. // Изв.вузов. Энергетика. 1987. №9. С. 81–86.
7. Тепловые и термомеханические расчеты металлических изделий в многозонных печах / В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, Н.Л. Мандель и др. // Изв. вузов. Энергетика. 1986. №11. С. 57–63.
8. Тепловые и термомеханические процессы в цилиндрическом осевом слитке при нагревании перед прошивкой / В.И. Тимошпольский, И.А. Трусова, Н.Г. Малькевич и др. // Изв. вузов. Энергетика. 1992. № 11-12. С. 104–107.
9. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М.: Высш. шк., 1967.



ЧЕРНЫЕ МЕТАЛЛЫ

В черной металлургии Швеции

Как отмечает "Metal Bulletin Monthly", реорганизация в черной металлургии Швеции была осуществлена раньше, чем во многих других странах Западной Европы, в результате шведские компании получили определенные преимущества при экспорте своей продукции.

Поскольку емкость внутреннего рынка невелика, шведские производители специализируются на выпуске дорогих видов стальной продукции при небольшом объеме их производства. Основными рынками сбыта являются ФРГ и Великобритания, далее следуют Италия, Франция, Дания и США.

В 2002 г. выплавка стали в Швеции составила 5,7 млн. т (в 2001 г. – 5,5 млн. т), в том числе 50% приходилось на углеродистую сталь и остальное – на легированную и нержавеющую.

Удельный вес экспорта в производстве стальной продукции составляет около 80%; в стоимостном выражении экспорт намного превышает импорт, за счет которого удовлетворяется почти 3/4 потребностей в стальной продукции.

По данным "Jernkontoret" – Ассоциации шведских производителей стали, отгрузки стальной продукции шведскими фирмами в 2002 г. составляли 4,8 млн. т. Спрос на стальную продукцию на внутреннем рынке Швеции в 2002 г. снизился, а объем экспорта сохранился на высоком уровне.

Экспорт стальной продукции из Швеции в 2002 г. составил 4,4 млн. т (в стоимостном выражении – 36 млрд. шв. кр.), импорт – 3,0 млн. т (20 млрд. шв. кр.) и положительное сальдо торгового баланса достигло 16 млрд. шв. кр.

В черной металлургии Швеции в прошлом году действовали два металлургических завода с полным циклом производства (на них приходилось 67% общей выплавки стали) и 11 электросталеплавильных заводов (33%). Число последних сократится до 10 после ожидаемого закрытия во II квартале 2003 г. компанией "AvestaPolarit" сталеплавильного цеха на заводе в г. Дегерфорс.

В ассортимент выпускаемой в Швеции стальной продукции входят: нержавеющая сталь, углеродистая, высокопрочная, инструментальная, быстрорежущая, подшипниковая.

В общем производстве в стране высока доля нержавеющей и легированной стали – 50% по сравнению с 10% в Японии и США.

Из углеродистой стали в стране производят листовой прокат, с 1999 г. прекращен выпуск дешевой арматурной стали.

В черной металлургии Швеции действует большое число специализированных частных фирм со значительной долей участия иностранного капитала. Каждая из них выпускает по одной из групп товаров и поэтому между местными фирмами почти отсутствует конкуренция.

Так, шведская фирма "Sandvik" специализируется на выпуске бесшовных труб, "AvestaPolarit" – толстого листа из нержавеющей стали, "Bohler Undeholm" – инструментальной стали, "Egasteel Kloster" – быстрорежущей, "Ovako" – подшипниковой стали и "Hoganas" – порошков на основе железа.

В число других крупных фирм входят "Avesta Sandvik Tube", производящая сварные трубы из нержавеющей стали, "Fagersta Stainless" – катанку и "Kanthal" – специальную проволоку.

Единственный в Швеции производитель, владеющий металлургическими заводами с полным циклом производства, – "SSAB" специализируется на выпуске листового проката из углеродистой стали (с покрытиями и без покрытий). Эта компания также известна на мировом рынке как поставщик высокопрочных конструкционных сталей.

В последние годы "SSAB" осуществляла крупные инвестиции в модернизацию своих заводов, в ходе которой было закрыто прокатное предприятие "Inexa Profil".

В 2002 г. завершился процесс приобретения производителя нержавеющей стали "Avesta Polarit" финляндской группой "Outokumpu". В результате была создана компания, ставшая одной из крупнейших в мире по выпуску такой стали.

"Avesta Polarit" приобрела у германской компании "Thyssen Krupp" предприятие по производству толстого листа мощностью 40–50 тыс. т в год.

Введение в США торговых барьеров затронуло в незначительной степени деятельность шведских фирм. Были установлены ограничения на поставки фирмой "SSAB" толстого листа, но его доля в общем экспорте (в стоимостном выражении) составляет менее 1%.

Ожидают, что в 2003 г. экспорт стальной продукции из Швеции останется на высоком уровне.