

## МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В БЛИЖНЕЙ ЗОНЕ СФЕРИЧЕСКОЙ НАНОЧАСТИЦЫ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОНЕЧНОГО ЭЛЕМЕНТА В ВИДЕ ТЕТРАЭДРА

К.С. Курочка, Д.Н. Трубенюк<sup>1</sup>

Гомельский государственный технический университет им. П.О. Сухого, Гомель, Беларусь;  
<sup>1</sup>rubindnt@yandex.ru

**Введение.** Материалы, представляющие собой пленки и стекла, которые содержат металлические наночастицы, находят применение при создании таких объектов, как среды для регистрации оптических сигналов, оптические сенсорные элементы для селективного детектирования.

Проведение моделирования распределения электромагнитного поля базируется на решениях системы уравнений Максвелла (J.C. Maxwell) [1, 2]. В настоящее время метод конечных элементов (МКЭ) является универсальным с точки зрения выбора граничных условий и эффективный по времени выполнения, а также позволяет учесть неоднородность исследуемого материала. Поэтому для решения поставленной задачи был выбран этот метод [3, 4].

**Материалы и методы.** Напряженность электрического поля, создаваемого источником с плотностью зарядов  $J_{imp}$  в области  $\Omega$ , которая характеризуется электрической  $\epsilon$  и магнитной  $\mu$  постоянными, может быть описана с помощью уравнений Максвелла [1, 2]:

$$\nabla \times E = -i\omega\mu H; \quad (1)$$

$$\nabla \times H = i\omega\epsilon E + J_{imp}; \quad (2)$$

$$\nabla \cdot (\epsilon E) = -\frac{1}{i\omega} \nabla J_{imp}; \quad (3)$$

$$\nabla \cdot (\mu H) = 0, \quad (4)$$

где  $E$  — напряженность электрического поля;  $H$  — напряженность магнитного поля;  $\omega$  — частота источника;  $i$  — мнимая единица;  $\nabla$  — гамильтонов (W.R. Hamilton) оператор.

Дискретизацию расчетной области  $\Omega$  будем проводить конечными элементами в форме тетраэдра с тремя степенями свободы в каждом узле ( $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E_z$ ) и будем аппроксимировать значения искоемых функций линейными полиномами:

$$E_x(x, y, z) = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z,$$

$$E_y(x, y, z) = \alpha_5 + \alpha_6 x + \alpha_7 y + \alpha_8 z,$$

$$E_z(x, y, z) = \alpha_9 + \alpha_{10} x + \alpha_{11} y + \alpha_{12} z;$$

$$E = [A]\alpha, \quad (5)$$

где  $[A]$  — матрица координат [1, 3],

$$E^T = \{E_x \quad E_y \quad E_z\};$$

$$\alpha^T = \{\alpha_1 \quad \alpha_2 \quad \dots \quad \alpha_{12}\}.$$

Так как выражение (3) имеет место для любой точки тетраэдра, то для его узлов получим

$$E^e = [B]\alpha, \quad (6)$$

где  $[B] = [Q][A]^{-1}$ ,  $[Q]$  — матрица деформаций [3].

Полагая что вектор  $E^e$  известен, найдем из (6) вектор коэффициентов  $\alpha$ :

$$\alpha = [B]^{-1} E^e, \quad (7)$$

Подставив (7) в (5), получим

$$E = [N^e] E^e, \quad (8)$$

$$\text{где} \quad [N^e] = [A][B]^{-1} \quad (9)$$

матрица, содержащая функции формы конкретного конечного элемента.

Электрическое поле  $E$  в области  $\Omega$  может быть найдено по следующей формуле

$$E = \sum_{l=1}^{N_{uzl}} N_l E_l + \sum_{l=1}^{N_D} N_l^D E_l^D, \quad (10)$$

где  $N_{uzl}$  — число уникальных узлов в дискретизованной области;  $E_l$  — значение электрического поля в  $l$ -м узле;  $N_l$  — функция формы для  $l$ -го узла;  $N_D$  — количество узлов на  $\Gamma_D$ ;  $N_l^D$  и  $E_l^D$  — соответственно векторная базисная функция и значение поля на  $\Gamma_D$ .

Подставив (10) в вариационную форму волнового уравнения [1, 3], получим

$$\sum_{l=0}^{N_{uzl}} K_{ij} E_l = b_j, \quad j = \overline{1, N_{uzl}}, \quad (11)$$

Система линейных алгебраических уравнений (11) представляет собой основное уравнение МКЭ. Функции формы для каждого конечного элемента вычисляются по формуле (9) [1, 4].

**Заключение.** Предлагаемая математическая модель может быть использована для исследования распределения электромагнитного поля в ближней зоне сферической наночастицы.

1. Курочка К.С. Конечно-элементное моделирование распределения электромагнитного поля в ближней зоне сферической наночастицы // Информатика. — 2016 (52), № 4, 33—42
2. Климов В.В. Наноплазмоника. — М.: Физматлит. — 2009
3. Jianming J. The Finite Element Method in Electromagnetics. — 2nd ed. — N. Y.: Wiley. — 2002
4. Курочка К.С., Кухаренко А.А. Моделирование распространения электромагнитного поля в ближней зоне металлической частицы методом конечных элементов // Материалы VII науч. конф. «Математическое и имитационное моделирование систем (МОДС — 2012)», 25—28 июня 2012 г., Украина. — 2012, 36—39