

взаимодействии жестких инденторов с учетом трения, считая, что распределения давлений на поверхности задано действием сосредоточенных сил.

Литература

1. Уфлянд, Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости / Я. С. Уфлянд // Л. : Наука, 1968. – 403 с.
2. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
3. Hsueh, C.-H. Master curves for Hertzian indentation on coating/substrate systems / Chun-Hway Hsueh, Pedro Miranda // J. Mater. Res. – Vol. 19, Iss. 1, Jan 2004. – P. 94–100.

В. А. Климович

(ГГТУ имени П. О. Сухого, Гомель)

Науч. рук. **И. А. Концевой**, ст. преподаватель

ТОЧЕЧНОЕ ВОЗМУЩЕНИЕ НА ЛИНИИ РОСТА ДЕНДРИТА В ПЕРЕОХЛАЖДЕННОМ РАСПЛАВЕ

Разработка новых технологий получения материалов с улучшенными эксплуатационными свойствами требует решения теоретических и экспериментальных задач высокоскоростной кристаллизации чистых веществ [1]. Цель работы: изучить дендритный режим роста кристалла под воздействием волновых возмущений на линии роста.

Фазовую границу кристаллизации (ФГК) моделируем плоской линией сильного разрыва $x - F(y, t) = 0$. Здесь t – время; x – координата вдоль оси симметрии в сторону твердой фазы; y – поперечная декартова координата. Нормаль \mathbf{n} границы образует с осью x угол θ : $\cos \theta = 1/G$, $G = (1 + (\partial F / \partial y)^2)^{1/2}$. ФГК перемещается со скоростью N справа налево ($N = N\mathbf{n}$, $N < 0$), и на ее вершине $\partial F / \partial y = 0$, $\cos \theta = 1$. По мере удаления от вершины $\theta \rightarrow \pi/2$. Угол заострения линии роста равен $\theta_1 = (\pi/2) - \theta$.

На ФГК имеем замкнутую систему трех граничных условий.

I. Баланс энергии

$$q_j = Nc(T_j - T_*) - Q, \quad Q = L \left(N + \gamma_j \frac{\partial N}{\partial t} \right), \quad N = (\partial F / \partial t) / G. \quad (1)$$

II. Кинетическая связь, описывающая нормальный механизм роста

$$|N| = \mu(T_e - T_j), \quad T_e = T_c[1 - (UK / L)] \quad (2)$$

III. Отклонение температуры кристалла T_j от равновесного значения T_c в зависимости от локального угла наклона θ [2]:

IV.

$$(T_c - T_j) = (\cos \theta)^\delta B, \quad \delta \geq 1, \quad B \equiv \text{const}. \quad (3)$$

Звездочкой отмечены параметры расплава перед ФГК; индекс j – для значения функции на правой стороне сильного разрыва, в твердой фазе; μ – кинетический коэффициент роста; $B = T_c - T_j(\theta = 0)$ – переохлаждение ФГК на вершине дендрита; μB – модуль характерной скорости роста на вершине; δ – параметр неоднородности переохлаждения ФГК вдоль линии роста. Остальные условные обозначения – общепринятые. Расплав находится в однородном отрелаксировавшем состоянии. В данной работе принято $\delta = 3$, что позволило найти функции N, T_j, q_j в конечной форме, см. (1)–(3).

Уравнение роста записываем в виде [2]

$$\partial^2 F / \partial y^2 = \alpha B + \varphi(\partial F / \partial t)[1 + (\partial F / \partial y)^2], \quad \alpha = L / (UT_c), \quad \varphi = \alpha / \mu. \quad (4)$$

Точное решение этого дифференциального уравнения

$$F(y, t) = A_1 t + A_2(y), \quad A_1 \equiv \text{const} < 0, \\ A_2(y) = \frac{1}{a^2} \ln \left[\left(\frac{1 + \exp(2aby)}{2} \right) \right] - \frac{b}{a} y, \quad (5)$$

$$a = (-\varphi A_1)^{1/2} > 0, \quad b = (\alpha B + \varphi A_1)^{1/2} > 0, \quad -\mu B < A_1 < 0$$

определяет стационарный профиль, который перемещается с постоянной скоростью. При $y \rightarrow \infty$ этот профиль принимает форму клина

$$F^0 = A_1 t + A_2 y, \quad A_1 = -\mu B / (1 + A_2^2) < 0, \quad A_2 \equiv \text{const}, \quad (6)$$

который тоже является точным решением уравнения (4). После линеаризации уравнения (4) на точном решении (6) получаем:

$$F(y, t) = F^0(y, t) + f(y, t), \quad \partial^2 f / \partial y^2 = B_1 (\partial f / \partial y) + B_2 (\partial f / \partial t), \quad (7)$$

$$B_1 = 2\varphi A_1 A_2 < 0, \quad B_2 = (1 + A_2^2)\varphi > 0.$$

Здесь $f(y, t)$ – малая добавка к основному решению (6). Далее выполняем сдвиг по координате, $y \rightarrow y - Y_1 \geq 0$, где $Y_1 > 0$ – координата, соответствующая начальному поперечному сечению клина. Решение уравнения (7) принимает вид:

$$f/H = \frac{1}{t^{1/2}} \exp\left(h_1 t + h_2 y - \frac{y^2 B_2}{4t}\right), \quad y \geq 0, \quad t > 0, \quad (8)$$

где H – произвольная малая постоянная. Исходное возмущение линии роста локализовано в точке $y = 0$ при $t = +0$. При каждом конечном значении $y > 0$ функция $f(y, t)$ в (8) является немонотонной по отношению к аргументу t : $\partial f / \partial t = 0$ вдоль линии $y_m(t)$, на которой отношение f/H достигает своего максимального по $t > 0$ значения.

Приведем результаты числовых расчетов для двух металлов со следующими теплофизическими параметрами:

1. медь, Cu: $T_c = 1357\text{K}$, $L = 1,77 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3$, $c = 4,17 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$, $\lambda = 317 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, $U = 1,351 \text{ Дж/м}^2$, $\gamma = 4,755 \cdot 10^{-8} \text{ с}$, $\mu = 10,06 \text{ м/(К} \cdot \text{с)}$, $T_* = 1177\text{K}$, $N_b = 11,0 \text{ м/с}$.

2. серебро, Ag: $T_c = 1234\text{K}$, $L = 1,1 \cdot 10^9 \text{ Дж/м}^3$, $c = 2,62 \cdot 10^6 \text{ Дж/(м}^3 \cdot \text{К)}$, $\lambda = 379 \text{ Вт/(м} \cdot \text{К)}$, $U = 0,12 \text{ Дж/м}^2$, $\mu = 1,24 \text{ м/(К} \cdot \text{с)}$, $T_* = 1157,8\text{K}$, $N_b = 14,7 \text{ м/с}$.

Свойства точечного возмущения (8) иллюстрируются графиками на рисунке 1. Все расчеты выполнены в безразмерных величинах. Относительная величина возмущения f/H демонстрирует значительные количественные различия между указанными металлами.

Данная работа выполнена в рамках работы по заданию ГПНИ «Энергетические и ядерные процессы и технологии», подпрограмма

«Энергетические процессы и технологии». Руководитель задания профессор О. Н. Шабловский.

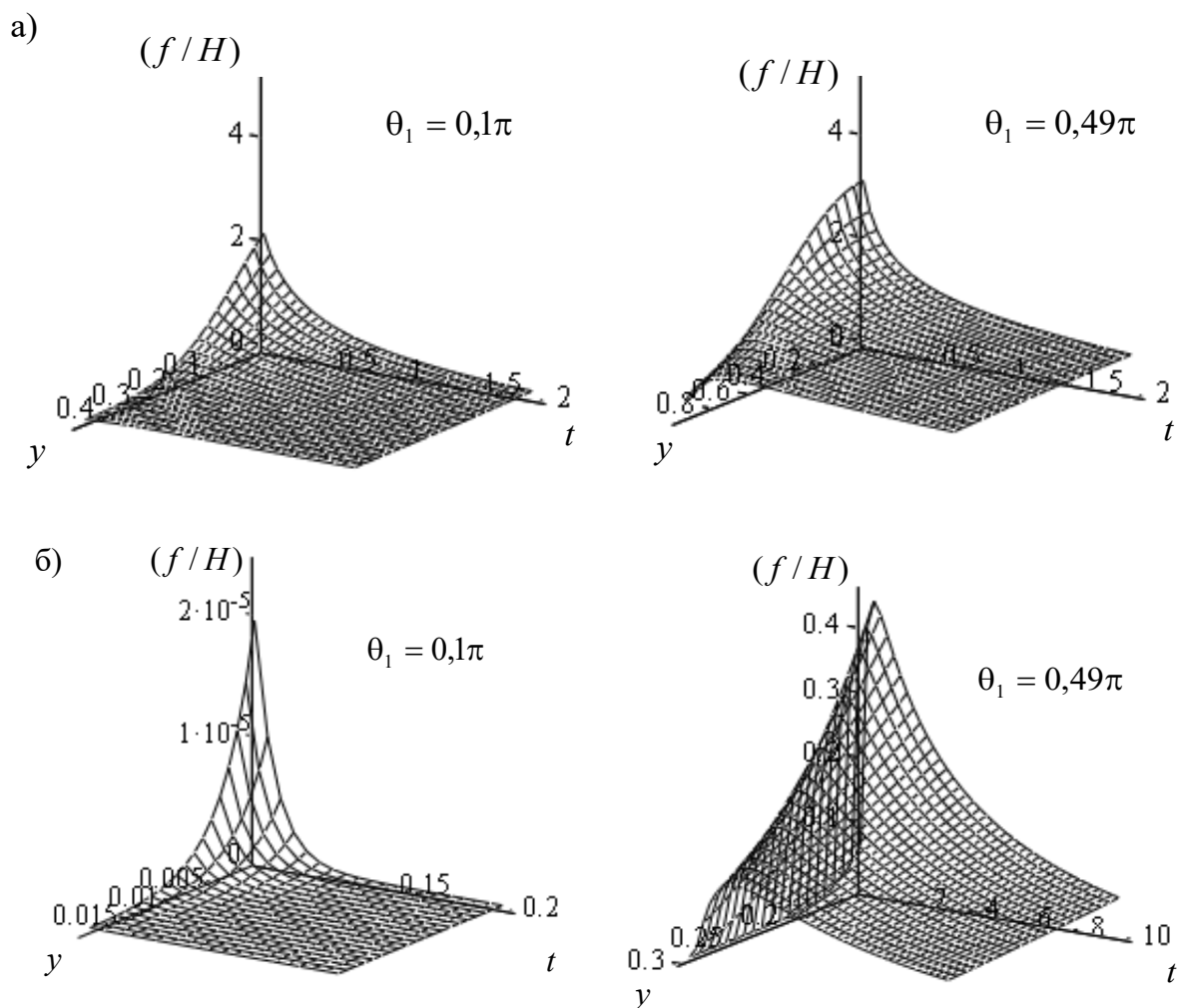


Рисунок 1 – Точечное возмущение: пространственно-временной портрет линии роста (а – медь; б – серебро)

Литература

1. Strickland, J. On Directional Dendritic Growth and Primary Spacing – A Review / J. Strickland, B. Nanchev // Crystals. – 2020. – 10(7). – P. 627.
2. Шабловский, О. Н. Форма поверхности роста и предвестники ветвления дендрита в переохлажденном расплаве / О. Н. Шабловский, Д. Г. Кроль // Успехи прикладной физики. – 2018. – Т.6, №4. – С. 316–324.