

УДК 621-192

МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕМАТИКИ МОБИЛЬНОГО КОЛЕСНОГО РОБОТА

М. И. МИХАЙЛОВ

*Учреждение образования «Гомельский государственный технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

Изложена методика моделирования кинематики мобильных колесных роботов. Разработаны траектории движений мобильных трех- и четырехколесных роботов с учетом их конструктивных особенностей. Определены параметры положений и расположений мобильных роботов.

Ключевые слова: моделирование, кинематика, мобильный колесный робот, траектория движения робота.

MODELING THE KINEMATICS OF A MOBILE WHEELED ROBOT

M. I. MIKHAILOV

*Educational Institution “Sukhoi State Technical University
of Gomel”, the Republic of Belarus*

The article presents the methodology for modeling the kinematics of mobile wheeled robots. The trajectories of movements of mobile three- and four-wheeled robots have been developed, taking into account their design features. The mobile robot position and location parameters are defined.

Keywords: modeling, kinematics, mobile wheeled robot, robot trajectory.

Введение

Робототехнические комплексы (РТК) являются эффективным средством комплексной автоматизации производственных процессов в промышленности [1–3].

Как известно, манипуляционные системы структурно представляют собой разомкнутые кинематические цепи. Как правило, звенья моделируются абсолютно твердыми телами [4, 5].

Для обеспечения обслуживания РТК необходимо решать прямую и обратную задачи кинематики и динамики. Существует несколько методов решения обратных задач, к числу которых относятся методы обратных преобразований, винтовой алгебры, а также геометрический метод [6, 7]. Программирование движений манипуляционной системы промышленного робота (offline-программирование) обычно производится поэтапно.

На первом этапе выполняется планирование траекторий движения рабочего органа промышленного робота [8–13].

Эта задача может быть разрешена различными способами, суть которых сводится к аппроксимации или интерполяции выбранной траектории полиномами некоторого класса. Затем выбирается последовательность опорных точек, в которых производится коррекция параметров движения манипулятора на пути от начальной к конечной точкам траектории.

Начальная и конечная точки траектории могут быть заданы как в присоединенных, так и в декартовых координатах. Чаще всего используются декартовы координаты, поскольку в них удобнее задавать правильное положение схвата. Кроме того,

присоединенные координаты непригодны в качестве рабочей системы координат еще и потому, что оси сочленений большинства манипуляторов не ортогональны, вследствие чего невозможно независимое описание положения и ориентации схвата. Если же в начальной и конечной точках траектории требуется знание присоединенных координат, их значения можно получить с помощью программы решения обратной задачи кинематики. Как правило, траектория, соединяющая начальное и конечное положения схвата, не единственна.

На втором этапе определяются обобщенные координаты, обеспечивающие положение рабочего органа на заданной (программной) траектории [9, 14–16].

Существуют два основных подхода к планированию траекторий в декартовом пространстве.

В первом из них большинство вычислений, оптимизация траекторий и последующее регулирование движения производятся в декартовых координатах. Узловые точки на заданной прямолинейной траектории в декартовом пространстве выбираются через фиксированные интервалы времени. Вычисление значений присоединенных координат в этих точках производится в процессе управления движением манипулятора.

Второй подход состоит в аппроксимации прямолинейных участков траектории в декартовом пространстве траекториями в пространстве присоединенных переменных, полученных в результате интерполяции траектории между соседними точками полиномами низкой степени. Регулирование движения в этом подходе производится на уровне присоединенных переменных.

Поскольку управление роботом осуществляется в пространстве присоединенных переменных, а траектория движения задается в декартовом пространстве, обычно пользуются полиномиальной аппроксимацией для формирования заданной траектории в декартовом пространстве.

Основой этого способа является алгоритм формирования последовательности дополнительных узловых точек на заданной декартовой траектории при аппроксимации ее кривой траекторией. Для мобильного робота особое значение имеют управляемость и устойчивость движения.

Одной из самых простых и рентабельных систем управления является система дифференциального привода. Дифференциальный привод состоит из независимых друг от друга ведущих колес. Каждое ведущее колесо приводится в движение отдельным двигателем. Дифференциальный привод – это неголономная система, которая имеет ограничения в изменении положения робота.

Мобильный робот имеет шесть степеней свободы. Три степени свободы – x , y и z – связаны с тремя координатными осями, позволяющими определить положение его в трехмерном пространстве. Остальные три степени свободы относятся к ориентации робота в пространстве.

Робот с дифференциальным приводом перемещается в двухмерной плоскости (2D), и его положение в любой момент можно описать двумя глобальными координатами X и Y , лежащими в горизонтальной плоскости. При этом курс робота обозначается как θ .

Цель работы – решение задачи кинематики мобильного колесного робота с учетом его конструктивных особенностей.

Методика и результаты моделирования

Дифференциальный привод трехколесного робота обуславливает его положение разностью между скоростью вращения правого и левого ведущих колес. Если скорость вращения ведущих колес одинакова, робот движется прямо. При изменении

скорости вращения одного ведущего колеса относительно другого робот будет выполнять поворот в ту сторону, в которой скорость вращения ведущего колеса меньше по отношению ко второму ведущему колесу.

Способы поворота колесных роботов рассмотрим на примере трехколесных систем (рис. 1).

Начальное положение робота в момент времени $t - X, Y, \theta$. Требуется определить, какое положение робот займет (X_1, Y_1, θ_1) за промежуток времени $t + \delta t$.

Эта методика расчета положения используется для проводки робота по требуемой траектории.

Допустим, что колеса не проскальзывают. В этом случае за один оборот обод колеса пройдет расстояние, равное $2\pi r$, где r – радиус колеса. Будем считать, что движение происходит в двухмерном пространстве с плоской ровной поверхностью. Выполняя движение, робот будет поворачиваться вокруг точки, находящейся на оси, совпадающей с осью правого и левого ведущих колес. Эта точка находится за пределами робота и называется мгновенным центром поворота (МЦП).

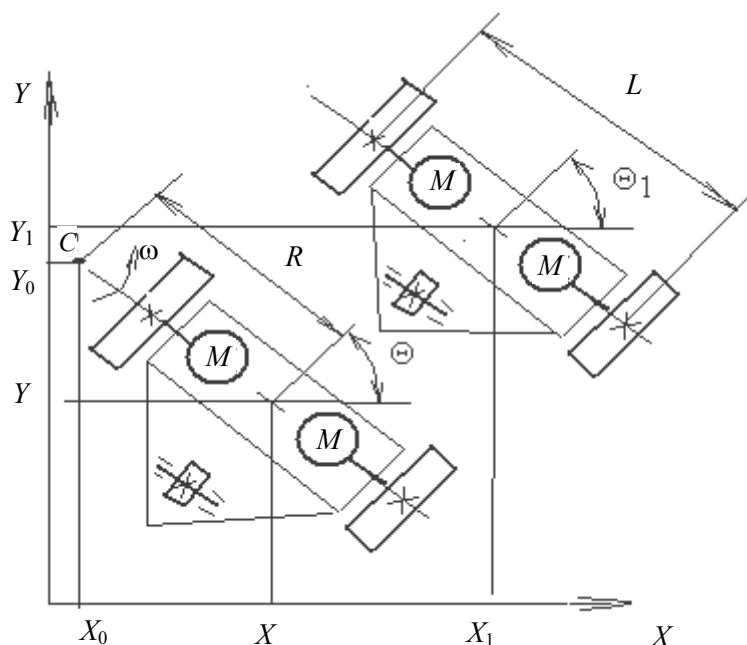


Рис. 1. Положение трехколесного робота в глобальной системе координат

При повороте ведущие колеса робота катятся по окружности, центр которой совпадает с МЦП.

Скорость колеса описывается формулой $v = \frac{2\pi r}{T}$, где T – время, затраченное на прохождение колесом расстояния, равного длине полной окружности с центром, совпадающим с точкой C . Угловая скорость ω определяется как $\frac{2\pi}{T}$ и измеряется в радианах (градусах) в секунду.

Определим радиус поворота робота и его угловую скорость:

$$R = \frac{(v_n + v_n)L}{2(v_n - v_n)}; \quad (1)$$

$$\omega = \frac{v_{\text{п}} - v_{\text{л}}}{L}, \quad (2)$$

где $v_{\text{п}}$ и $v_{\text{л}}$ – линейные скорости правого и левого колес, соответственно.

Предположим, что робот движется с угловой скоростью ω в течение δt секунд. В этом случае траектория движения и направление робота изменятся:

$$\theta_1 = \omega \delta t + \theta. \quad (3)$$

Координаты центра вращения определяются по следующим соотношениям:

$$[X_0 Y_0] = [X - R \sin \theta; Y + R \cos \theta]. \quad (4)$$

С учетом исходной позиции (X, Y) новое положение (X_1, Y_1) может быть вычислено с помощью 2D-матрицы вращения:

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega \delta t) & -\sin(\omega \delta t) \\ \sin(\omega \delta t) & \cos(\omega \delta t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \end{bmatrix} \quad (5)$$

Вместо непосредственного вычисления скорости колеса можно измерить его угловую скорость с помощью энкодера.

Тогда

$$v = \frac{\Delta n}{\delta t}, \quad (6)$$

где Δ – величина импульса энкодера, мм; n – количество импульсов за данное время.

Зная количество импульсов на энкодерах правого и левого колес, можно определить угол и радиус мгновенного поворота робота:

$$\omega \delta t = (n_{\text{п}} - n_{\text{л}}) \frac{\Delta}{L}; \quad (7)$$

$$R = \frac{(n_{\text{п}} + n_{\text{л}})L}{2(n_{\text{п}} - n_{\text{л}})}. \quad (8)$$

В этом случае новое положение робота будет иметь координаты

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ Y_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega \delta t) & -\sin(\omega \delta t) & 0 \\ \sin(\omega \delta t) & \cos(\omega \delta t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X - X_0 \\ Y - Y_0 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ \omega \delta t \end{bmatrix}. \quad (9)$$

Для четырехколесного робота из треугольников $O_T DB$ и $O_T DA$ определим номинальный радиус мгновенного центра поворота робота (рис. 2):

$$R_T = \frac{L}{\text{tg} \alpha_1 + \text{tg} \alpha_2}. \quad (10)$$

Если передние и задние управляемые колеса поворачиваются на одинаковые углы $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$, то теоретический радиус поворота равен:

$$R_T = \frac{L}{2 \operatorname{tg} \alpha}. \quad (11)$$

У робота с передними управляемыми колесами $\alpha_2 = 0$ и $R_T = \frac{L}{\operatorname{tg} \alpha_1}$, а для роботов с задними управляемыми колесами $\alpha_1 = 0$ и $R_T = \frac{L}{\operatorname{tg} \alpha_2}$.

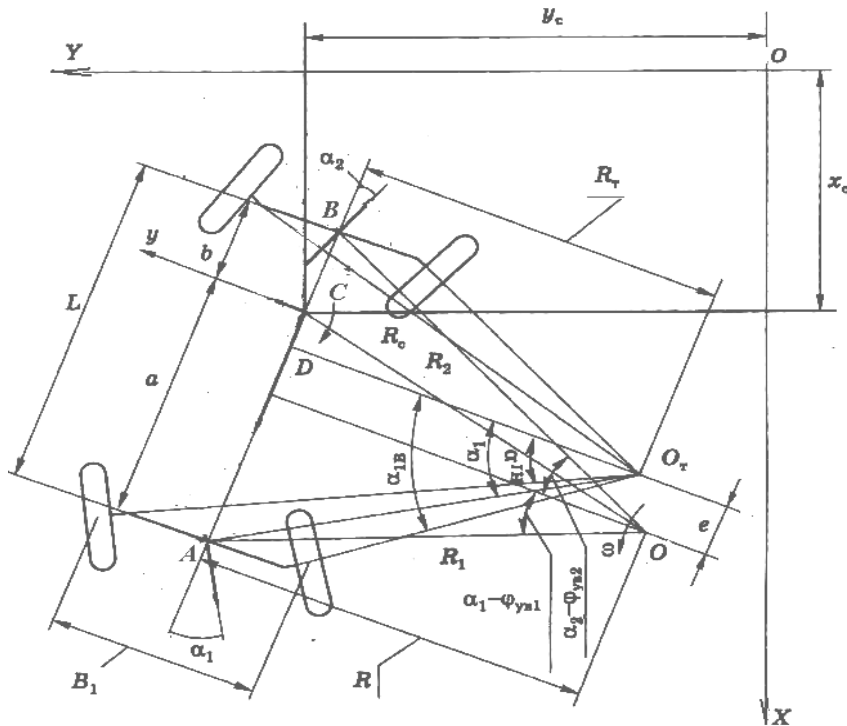


Рис. 2. Схема поворота четырехколесного робота с управляемыми колесами

Кроме того, анализируя формулу (10), можно заключить, что для уменьшения радиуса поворота робота необходимо уменьшить его базу и увеличить углы поворота управляемых колес. Оба эти параметра имеют конструктивное ограничение.

Для того чтобы при криволинейном движении все колеса робота перемещались без скольжения, наружное и внутреннее колеса каждого моста должны поворачиваться на разные углы. Эти углы можно определить из кинематики поворота робота, зная средние углы поворота α_i управляемых колес каждого моста.

Так, углы поворота внутренних колес мостов

$$\operatorname{tg} \alpha_{iB} = \frac{R_T \operatorname{tg} \alpha_i}{R_T - 0,5B_i} = \frac{L \operatorname{tg} \alpha_i}{L - 0,5B_i(\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)}, \quad (12)$$

где B_i – ширина колес i -го моста. Аналогично формуле (12) найдем углы поворота наружных колес:

$$\operatorname{tg} \alpha_{iB} = \frac{R_T \operatorname{tg} \alpha_i}{R_T + 0,5B_i} = \frac{L \operatorname{tg} \alpha_i}{L + 0,5B_i(\operatorname{tg} \alpha_1 + \operatorname{tg} \alpha_2)}. \quad (13)$$

Определим взаимосвязь между углами поворота колес одного моста. Для переднего моста, изображенного на рис. 2, находим

$$\operatorname{tg}\alpha_{1B} = \frac{AD}{R_T - 0,5B_1}; \operatorname{tg}\alpha_{1H} = \frac{AD}{R_T + 0,5B_1}. \quad (14)$$

Исключая из этих выражений R_T , получаем

$$\operatorname{ctg}\alpha_{1H} - \operatorname{ctg}\alpha_{1B} = \frac{B_1}{L} \frac{\operatorname{tg}\alpha_1 + \operatorname{tg}\alpha_2}{\operatorname{tg}\alpha_1}. \quad (15)$$

Выражение (15) позволяет заключить, что при повороте управляемых колес переднего и заднего мостов на разные средние углы ($\alpha_1 \neq \alpha_2$) разница котангенсов углов поворота наружного и внутреннего колес – величина переменная. Если колеса мостов поворачивать на одинаковые средние углы ($\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$), то разница котангенсов углов поворота колес каждого из мостов будет постоянной величиной:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{1H} - \operatorname{ctg}\alpha_{1B} = 2 \frac{B_i}{L}. \quad (16)$$

Для робота с передними управляемыми колесами ($\alpha_2 = 0$) углы поворота наружного и внутреннего колес должны соответствовать следующей зависимости:

$$\operatorname{ctg}\alpha_{1H} - \operatorname{ctg}\alpha_{1B} = \frac{B_1}{L}. \quad (17)$$

Возникновение увода передних и задних колес приводит к тому, что действительный радиус поворота отличается от теоретического (в основном в большую сторону). Кроме того, наблюдается некоторое смещение мгновенного центра поворота у робота с эластичными в боковом направлении колесами по сравнению с положением мгновенного центра поворота робота с жесткими колесами.

Для робота со всеми управляемыми колесами:

$$R = \frac{L}{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \varphi_{yB1}) + \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi_{yB2})}. \quad (18)$$

Для робота с передними управляемыми колесами ($\alpha_2 = 0$):

$$R = \frac{L}{\operatorname{tg}(\alpha_1 - \varphi_{yB1}) + \operatorname{tg}\varphi_{yB2}}.$$

Смещение центра поворота $e = ED$ определится как разность отрезков $BE = R \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi_{yB2})$ и $BD = R_T \operatorname{tg}\alpha_2$:

$$e = R \operatorname{tg}(\alpha_2 + \varphi_{yB2}) - R_T \operatorname{tg}\alpha_2. \quad (19)$$

Анализ формул (18), (19) позволяет заключить, что радиус поворота и смещение центра поворота зависят от базы робота, углов поворота управляемых колес и углов увода шин передних и задних колес. Это означает, что на траекторию криволинейного движения робота оказывают влияние углы поворота колес, характеристики шин и грунта, а также силы (радиальные, тангенциальные, боковые), действующие на колеса.

Литература

1. Асфаль, Р. Роботы и автоматизация производства / Р. Асфаль ; пер. с англ. М. Ю. Евстигнеева [и др.]. – М. : Машиностроение, 1989. – 446 с.
2. Афонин, В. Л. Интеллектуальные робототехнические системы : курс лекций / В. Л. Афонин, В. А. Макушкин. – М. : ИНТУИТ, 2009. – 199 с.
3. Белоусов, И. Р. Управление роботами через сеть Интернет / И. Р. Белоусов // Докл. НАН Беларуси. – 2002. – № 2 (383). – С. 198–201.
4. Виттенбург, И. С. Динамика систем твердых тел / И. С. Виттенбург ; пер. с англ. В. Н. Рубановского [и др.]. – М. : Мир, 1980. – 292 с.
5. Воробьев, Е. И. Анализ кинематики пространственных исполнительных механизмов манипуляторов методом матриц / Е. И. Воробьев // Механика машин. – 1970. – Вып. 53. – С. 8–16.
6. Воробьев, Е. И. Механика промышленных роботов : в 3 кн. / Е. И. Воробьев, О. Д. Егоров, С. А. Попов. – М. : Высш. шк., 1988. – Кн. 1: Кинематика и динамика. – 304 с.
7. Крахмалев, О. Н. Методика анализа влияния сил инерции на динамику манипуляционных роботов / О. Н. Крахмалев // Теория механизмов и машин. – 2012. – Т. 10, № 2 (20). – С. 41–53.
8. Булгаков, А. Г. Промышленные роботы. Кинематика, динамика, контроль и управление / А. Г. Булгаков, В. А. Воробьев. – М. : СОЛОН-ПРЕСС, 2012. – 485 с.
9. Верещагин, А. Ф. Планирование траектории исполнительного органа манипуляционного робота / А. Ф. Верещагин, В. Л. Генерозов // Изв. АН СССР. Технич. кибернетика. – 1978. – № 2. – С. 76–87.
10. Вертю, Ж. Телеуправление роботами с помощью ЭВМ / Ж. Вертю, Ф. Куафе ; пер. с фр. В. Б. Тарасова. – М. : Мир, 1989. – 198 с.
11. Воробьев, Е. И. Синтез механизмов по заданному движению твердого тела в пространстве / Е. И. Воробьев // Механика машин. – 1978. – Вып. 54. – С. 25–33.
12. Механика миниатюрных роботов / В. Г. Градецкий [и др.]. – М. : Наука, 2010. – 265 с.
13. Медведев, В. П. Синтез оптимального управления приводами манипулятора / В. П. Медведев // Современные технологии в задачах управления, автоматизации и обработки информации : тр. XII Междунар. науч.-техн. семинара, Алушта, 15–19 сент. 2003 г. – М., 2003. – С. 133.
14. Гречановский, Е. Н. Метод планирования движения манипулятора при наличии препятствий / Е. Н. Гречановский, И. Ш. Пинскер // Модели. Алгоритмы. Принятие решения : сб. науч. ст. – М., 1979. – С. 100–142.
15. Пол, Р. Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора / Р. Пол ; пер. с англ. А. Ф. Верещагина, В. Л. Генерозова. – М. : Наука, 1976. – 103 с.
16. Luh, J. Y. S. On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators / J. Y. S. Luh, M. W. Walker, R. P. C. Paul // ASME. – 1980. – Vol. 102. – P. 69–76.

References

1. Asfal' R. *Robots and factory automation*. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989. 446 p. (in Russian).
2. Afonin V. L., Makushkin V. A. *Intelligent robotic systems*. Moscow, INTUIT Publ., 2009. 199 p. (in Russian).

3. Belousov I. R. Robot control via the Internet. *Doklady NAN Belarusi = Doklady Nacional'noj akademii nauk Belarusi*, 2002, no 2 (383), pp. 198–201 (in Russian).
4. Vittenburg I. S. *Dynamics of systems of rigid bodies*. Moscow, Mir Publ., 1980. 292 p. (in Russian).
5. Vorob'ev E. I. Analysis of the kinematics of spatial actuators of manipulators by the matrix method. *Mekhanika mashin* Publ., 1970, iss. 53. pp. 8–16 (in Russian).
6. Vorob'ev E. I., Egorov O. D., Popov S. A. *Mechanics of industrial robots*. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1988. book. 1. Kinematika i dinamika. 304 p. (in Russian).
7. Krakhmalev O. N. Method of analysis of the influence of inertial forces on the dynamics of manipulation robots. *Teoriya mekhanizmov i mashin*, 2012, vol. 10, no. 2 (20), pp. 41–53 (in Russian).
8. Bulgakov A. G., Vorob'ev V. A. *Industrial robots. Kinematics, dynamics, control and management*. Moscow, SOLON-PRESS Publ., 2012. 485 p. (in Russian).
9. Vereshhagin A. F., Geperozov V. L. Planning the trajectory of the executive body of the manipulation robot. *Izvestija Akademii Nauk SSSR. Tehnicheskaja Kibernetika*, 1978, no. 2, pp. 76–87 (in Russian).
10. Vertju Zh., Kuafe F., *Computer remote control of robots*. Moscow, Mir Publ., 1989. 198 p. (in Russian).
11. Vorob'ev E. I. Synthesis of mechanisms for a given motion of a rigid body in space. *Mekhanika mashin*, 1978, iss. 54, pp. 25–33 (in Russian).
12. Gradeckij V. G., Nyazkov M. M., Fomin L. F., Chashuhin V. G. *Miniature robot mechanics*. Moscow, Nauka Publ., 2010. 265 p. (in Russia).
13. Medvedev V. P. Synthesis of optimal control of manipulator drives. *Sovremennye tekhnologii v zadachakh upravleniya, avtomatiki i obrabotki informatsii: trudy XII Mezhdunar. nauch.-tekhn. seminar, Alushta, 15–19 sent. 2003 g.* [Modern technologies in control, automation and information processing: trudy XII International Scientific and Technical. Alushta, Sept. 15–19, 2003]. Moscow, 2003, 133 p. (in Russian).
14. Grechanovskii E. N., Pinsker I. Sh. Manipulator motion planning method in the presence of obstacles. *Modeli. Algoritmy. Prinyatie resheniya: sb. nauch. statey* [Models. Algorithms. Decision making: sat. scientific articles]. Moscow, 1979, pp. 100–142 (in Russia).
15. Pol R. *Modelirovanie, planirovanie traektorii i upravlenie dvizheniem robota-manipulyatora*. Moscow, Nauka Publ., 1976. 103 p. (in Russian).
16. Luh J. Y. S., Walker M. W., Paul R. P. C. *On-Line Computational Scheme for Mechanical Manipulators*. ASME, 1980, vol. 102, pp. 69–76 (in Russian).

Поступила 15.05.2023