УДК 539.12

Е. С. КОКОУЛИНА, В. И. КУВШИНОВ

НАРУШЕНИЕ КНО СКЕЙЛИНГА И ФЕНОМЕН NBD В РАМКАХ МОДЕЛИ СТАТИСТИЧЕСКОГО БУТСТРАПА

Рассмотрена связь распределений по множественности на трех стадиях: партонной, адронизации и адронной. Найдена интерпретация параметра ЛоПАД. Показано, что при определенных предположениях о виде спектра масс модель статистического бутстрапа приводит к отрицательным биномиальным распределениям (NBD) на адронной стадии развития процесса множественного рождения с конкретными аналитическими зависимостями параметров NBD.

1. Возникновение отрицательного биномиального распределения по множественности с двумя параметрами $\bar{n}$ и κ^{-1}, на основе которого удается представить основные экспериментальные закономерности как жестких, так и мягких процессов, было интерпретировано Джиованнини и Ван-Ховом как результат конволюции независимого рождения N «кланов» (пуассоновское распределение $Q(N, \bar{N})$) и их распада с логарифмическим распределением (LD) $R(\nu, \bar{\nu})$ на ν частиц [1]

$$P(n, \bar{n}, \kappa) = \sum_N Q(N, \bar{N}) \sum \delta\left(n - \sum \nu_i\right) \prod_{i=1}^{N} R(\nu_i, \bar{\nu}). \quad (1)$$

Следующим шагом было отождествление распределения $Q(N, \bar{N})$ с распределением по числу тормозных глюонов родителей в жестком процессе, а $R(\nu, \bar{\nu})$ — с распределением по числу глюонов в одном среднем клане и использование для перехода к адронным распределениям соотношений локальной партон-адронной дуальности (ЛоПАД) [2]. Конволюция (1) на адронной стадии соответствует идеям модели статистического бутстрапа (SBM) [3] и приводит в рамках этой модели к распределениям по множественоcти, зависящим от кластерной температуры и удовлетворительно описывающим те же данные, что и NBD [4]. Наконец, в работе [5] соотношение конволюции (1) использовалось для перехода от партонной к адронной стадии с субпуассоновскими распределениями на стадии адронизации, на основе чего, в частности, удается описывать переход второго корреляционного момента в отрицательную область и сужение адронной функции КНО по сравнению с партонной, наблюдаемое экспериментально.

Здесь показано, что при определенных предположениях о виде спектра масс SBM приводит к NBD на адронной стадии развития процесса с конкретными аналитическими зависимостями $\kappa^{-1}(T, \bar{N})$ и $\bar{n}$. Рассмотрена связь распределений по множественности на трех стадиях: партонной, адронизации и адронной, найдена интерпретация параметра локальной партон-адронной дуальности.

2. В соответствии с SBM, на адронной стадии образуются кластеры, причем вероятность распада каждого случайно выбранного кластера на ν адронов (пионов) определяется выражением [4]

$$R(\nu, T) = c_1 \int dM W(M, T) p(\nu, M), \quad (2)$$

где $p(\nu, M)$ — вероятность распада кластера массы M на ν пионов.

Вероятность обнаружить в адронном газе кластер с массой M и температурой T

$$W(M, T) = c_2 \rho(M, T_0) f(M, T) \quad (3)$$

определяется спектром масс $\rho(M, T_0)$, найденным из бутстрапного уравнения

$$\rho(M, T_0) = c_3 M^{-a} \exp(M/T_0) \qquad (4)$$

($T_0 = m_0 = 190$ МэВ — предельная температура), и больцмановским фактором

$$f(M, T) = \int d^3 p \exp(-\sqrt{p^2 + M^2}/T) = M^2 K'_2(M/T). \qquad (5)$$

В строгой SBM $R(\nu, M)$ определяется ν-частичным элементом фазового объема и не имеет простого аналитического выражения. После подстановки его в (1) получаем распределение $P(n, \bar{n}, T)$, зависящее от коэффициентов, определяемых из рекуррентных соотношений [4]. Это распределение отличается от NBD, но одинаково успешно с ним описывает данные как по полному фазовому объему, так и в симметричных интервалах по псевдобыстроте.

Возникает вопрос, при каких приближениях в рамках SBM можно получить NBD в качестве распределения по числу конечных адронов. Выберем в качестве приближения для функции $R(\nu, M)$ пуассоновское распределение

$$p(\nu, M) = [\bar{\nu}(M)]^\nu \exp[-\bar{\nu}(M)]/\nu! \qquad (6)$$

со средней множественностью

$$\bar{\nu}(M) = M/\langle\varepsilon\rangle, \quad \langle\varepsilon\rangle = m_0 + 3/2\, T, \qquad (7)$$

где $\langle\varepsilon\rangle$ — средняя энергия, приходящаяся на одну частицу в кластере.

Интегралы типа (2), где $p(\nu, M)$ определяется выражением (6), с различными функциями $W(M)$ представляют собой так называемые интегралы оптического типа и использовались в ряде работ [6]. В [7] было показано, что для достаточно произвольной функции $\bar{\nu}(M)$, если

$$W(M, \beta) = A(d\bar{\nu}(M)/dM) \exp(\beta\bar{\nu}(M))/\bar{\nu}(M), \qquad (8)$$

где $\beta(s)$ — неизвестная функция $\sqrt{s}$, то $R(\nu, \beta)$ есть LD:

$$R^{\mathrm{LD}}(\nu, \beta) = (1-b)\bar{\nu} b^{\nu-1}/\nu, \quad b = 1/(\beta+1), \quad \nu = 1, 2, \ldots; \quad 0 < b < 1, \qquad (9)$$

и, следовательно, после конволюции (1) в качестве $P(n, \bar{n}, \kappa)$ получаем NBD.

Здесь мы принимаем конкретную форму SBM для $\bar{\nu}(M)$ (7) и для $W(M, T)$ (3)—(5) и после стандартного приближения SBM $K'_2(x) \approx \approx (4\pi T)(\pi/2x)^{1/2} e^{-x}$ (для больших x) получаем

$$R_\nu(\nu, T) = c(\langle\varepsilon\rangle\alpha)^{-\nu}/(\alpha)^{-a+5/2}(\nu!) \int\limits_{\alpha m_0}^{\alpha M_{\max}} M'^{(\nu-a+5/2)-1} e^{-M'} dM', \qquad (10)$$

$$M' = \alpha M, \quad \alpha = 1/\langle\varepsilon\rangle + \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0}, \quad c = c_1 c_2 c_3 (2\pi T)^{3/2}. \qquad (11)$$

Если мы сделаем приближения а) $\alpha M_{\max} \to \infty$, б) $\alpha m_0 \to 0$, то увидим, что (10) дает LD (и, следовательно, (1) NBD) только при условии

$$a = 5/2. \qquad (12)$$

Таким образом, для того чтобы получить NBD, мы должны потребовать $a = 5/2$ в спектре масс SBM (4), что соответствует слабому бутстрапу [3] и спектру масс дуально-резонансной модели [8].

Приближение $\alpha M_{\max} \to \infty$ при $\bar{\nu}(M) = M/\langle\varepsilon\rangle$ в соответствии с [7] дает поправки к P_ν меньшие, чем 10^{-3}, а приближение $\alpha m_0 \to 0$ ведет, очевидно; к поправкам к гамма-функции вида $\Gamma(\nu)+\gamma(\nu, am_0)$, $\gamma(\nu, am_0)\to 0$ (при $\nu\to\infty$), $\gamma(1, am_0)\approx 0{,}4$ (при $m_0=140$ МэВ, $T\simeq T_0$, $am_0\approx 0{,}5$).

После нормировки из (10) получаем LD (9), где параметры b и $\bar{\nu}$ зависят от температуры в кластере:

$$b=1/(\beta+1)=1/(\alpha\cdot\langle\varepsilon\rangle),\quad \bar{\nu}=1/(\beta\ln(1+1/\beta)),\tag{13}$$

$$\beta=m_0/T-m_0/T_0-(3/2)\,(T/T_0-1).\tag{14}$$

Заметим, что при $0<T<T_0$ параметр b автоматически находится в нужном интервале $0<b<1$.

После конволюции (1) распределения по числу частиц, рождающихся из кластера, $R(\nu, T)$ с распределением по числу кластеров $Q(N, \bar{N})$ получаем распределение по числу частиц в виде NBD

$$P(n, \bar{N}, T)=\exp(-\bar{N})b^n\kappa(\kappa+1)\ldots(\kappa+n-1)/n!\tag{15}$$

с параметрами $\bar{N}$, T, причем стандартные параметры

$$\kappa^{-1}=\ln[1+1/\beta(T)]/\bar{N}(s),\tag{16}$$

$$\bar{n}=\bar{N}\bar{\nu}(T).\tag{17}$$

Легко видеть, что все параметры κ^{-1}, $\bar{\nu}$ и β имеют физически естественные пределы изменения в зависимости от T. При $T\to 0$, $T\to T_0$ соответственно имеем $\kappa^{-1}\to 0$, $\kappa^{-1}\to\infty$; $\bar{\nu}\to 0$, $\bar{\nu}\to\infty$; $\beta\to\infty$, $\beta\to 0$. Функция $\kappa^{-1}(T)$ имеет мягкий переход в область отрицательных κ^{-1} $(T<0)$, наблюдаемую на эксперименте и соответствующую переходу к положительному биномиальному распределению (κ — целое), которая должна рассматриваться отдельно.

Соотношения (13), (16), (17) так же, как и в строгом подходе [4], качественно объясняют основные закономерности экспериментальных данных в поведении $\kappa^{-1}(s)$ и $\bar{n}(s)$ как в полном фазовом объеме, так и в ограниченном быстротном интервале при очевидных для SBM предположениях о росте температуры кластера $T(s)$ с энергией и независимости ее от обрезания по быстроте $J_{\text{cut}}\gtrsim 1$. Так, поскольку кластеры рождаются независимо, то справедливо в соответствии с тормозной аналогией [9]

$$d\bar{N}/dy=\text{const},\tag{18}$$

тогда в ограниченных быстротных интервалах в соответствии с (13), (16)—(18) $\bar{N}\sim J_{\text{cut}}$, $\kappa^{-1}\sim J_{\text{cut}}$, $\bar{\nu}\sim\text{const}(J_{\text{cut}})$, $\bar{n}=\bar{N}\bar{\nu}\sim J_{\text{cut}}$. Зависимость параметров определяется их зависимостью от температуры $T(s)$, растущей с энергией. Для полного фазового объема $\bar{N}\sim\text{const}(s)$ или медленно растет, $\bar{\nu}$, $\bar{n}$, κ^{-1} растут с ростом энергии, что и наблюдается экспериментально. Из этих формул можно найти обратно $T=T(s)$, если известны $\kappa^{-1}(s)$, $\bar{N}(s)$ и $\bar{n}(s)$. Например, из (16) имеем при $T\approx T_0$

$$T=T_0-(\langle\varepsilon(T_0)\rangle/T_0^2)/(\exp\bar{N}\kappa^{-1}-1),\tag{19}$$

откуда видно, что точка $T=T_0$ — точка фазового перехода к состоянию кварк-глюонной плазмы — достигается в данном подходе асимптотически, если κ^{-1} гладко растет с энергией или в случае осцилляций кривой $\kappa^{-1}(s)$.

3. Джиованнини и Ван-Хов в работе [10] интерпретировали независимое рождение кланов в соотношении (1) на партонной стадии как излучение тормозных глюонных струй, каждая из которых в соответствии с главным логарифмическим приближением (ГЛП) КХД в жест-

ких процессах в среднем дает число партонов (глюонов), распределенное по LD (9). Для того, чтобы затем получить реально наблюдаемое распределение адронов в [2], использовались соотношения ЛоПАД [11]

$$Q^h(z) \cong Q^p(z'), \quad z'-1 \cong \rho(z-1), \tag{20}$$

что конкретно для NBD дает

$$\kappa_h \approx \kappa_p, \quad \rho = \bar{n}_h/\bar{n}_p \approx 2. \tag{21}$$

Здесь $Q^h(z)$, $Q^p(z')$ — производящие функции распределений по числу адронов и партонов соответственно, $Q(z) = \sum_n P_n(z+1)^n$, $0<z<1$, ρ — некоторый параметр.

В работе [5] было показано, что имея NBD по числу партонов после жесткого ГЛП КХД каскада, можно успешно описывать распределения по числу адронов в различных процессах [12], если предположить, что на стадии адронизации партонов каждый средний партон приводит к субпуассоновскому положительному биномиальному распределению (PBD) по числу адронов. Результирующее адронное распределение при этом также определялось конволюцией (1) с NBD на стадии партонного каскада (с производящей функцией $Q^{P\,\mathrm{NBD}}$) и PBD на стадии адронизации (с производящей функцией $Q^{H\,\mathrm{PBD}}$)

$$Q^h(z) = Q^{P\,\mathrm{NBD}}(Q^{H\,\mathrm{PBD}}(z)), \tag{22}$$

$$Q^{H\,\mathrm{PBD}}(z) = [1+\bar{n}^H(z-1)/N_P]^{N_P}, \tag{23}$$

где $\bar{n}^H$ — средняя множественность адронов, возникающих при адронизации партона; N_P имеет смысл максимального числа адронов, которое может возникнуть от одного партона ($N_P=1, 2, \ldots$). Субпуассоновские распределения на стадии адронизации сужают функцию КНО адронов по сравнению с партонной, что диктовалось данными эксперимента, и позволяют получить непрерывный переход из области положительных корреляционных моментов $f_2 = \overline{n(n-1)} - \bar{n}^2$ ($\kappa^{-1}>0$) в область отрицательных f_2 ($\kappa^{-1}<0$), чего нельзя добиться в рамках только NBD для партонов. Пользуясь малостью величины $\bar{n}^H(z-1)/N_P$, можно представить $Q^{H\,\mathrm{PBD}}(z)$ в виде

$$Q^{H\,\mathrm{PBD}} \approx 1+\bar{n}^H(z-1)+[\bar{n}^H(z-1)]^2(1+1/N_P)/2!+\ldots . \tag{24}$$

Ограничиваясь в разложении (24) двумя первыми членами и подставляя результат в (22), мы приходим к соотношению ЛоПАД (20), причем

$$z'-1 \approx \bar{n}^H(z-1). \tag{25}$$

Таким образом, в рамках модели адронизации [5] мы получаем соотношение ЛоПАД. При этом параметр ρ имеет смысл средней множественности на стадии адронизации $\bar{n}^H$. Очевидно, что уже из (22) следует, в частности, точное соотношение

$$\bar{n}_h = \bar{n}^H \bar{n}_P. \tag{26}$$

Фитирование распределений по множественности адронов в процессе e^+e^--аннигиляции в широком диапазоне энергий (с $f_2<0$ и $f_2>0$) по формуле (22) приводит к примерно постоянному значению $\bar{n}^H \simeq 2$, что также соответствует (21).

4. Распределения по множественности, формируемые на стадии партонного каскада, управляемого соотношениями КХД, $Q^{P\,\text{КХД}}(z)$ оказываются близкими к распределениям, образующимся на адронной стадии по законам SBM [4] $Q^{h\,\mathrm{SBM}}$, а структура партонной струи, состоящей из независимо рождающихся тормозных струй партонов, соот-

ветствует кластерной структуре конечного адронного состояния. Если предположить, что термодинамическое равновесие успевает установиться в процессе адронизации, то в соответствии с ЛоПАД и (22) распределения по числу адронов в кластере должны быть согласованы:

$$Q^{h\,\mathrm{SBM}}_{\text{кластер}}(z) = Q^{\text{РКХД}}_{\text{клан}}(Q^H(z)). \tag{27}$$

Это условие согласования связывает распределения и динамические параметры партонов в КХД и термодинамические параметры SBM для конечного адронного состояния.

Один из авторов (В. И. Кувшинов) благодарен Р. Хагедорну и Х. Бергерсу за многочисленные дискуссии.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Giovannini A., Van Hove L.//Z. Phys. — 1986. — V. C30. — P. 391—400.
2. Van Hove L., Giovannini A. — CERN, 1988. — 20 p./Preprint CERN-TH 4957.
3. Hagedorn R. Thermodinamics of strong interactions: Lectures, given in the Academic Training Programme of CERN. — 1971/CERN Yellow Report 71—12.
4. Burgers G., Hagedorn R., Kuvshinov V.//Phys. Lett. — 1987. — V. B195. — № 3. — P. 507—510.
5. Kuvshinov V. I., Kokoulina E. S.//Acta Phys. Pol. — 1982. — V. B13. — № 1. — P. 53—58.
6. Жирков Л. Ф., Кувшинов В. И. — Минск, 1976. — 41 с./Препринт ИФ АН БССР № 14.
7. Fuglesang C. — USIP, 1987. — 16 p./Preprint USIP Stockholm 87—01.
8. Fubini S., Veneziano G.//Nuovo Cim. — 1969. — V. 64A. — P. 811—832.
9. Stodolsky L.//Phys. Rev. Lett. — 1972. — V. 28. — P. 60—62.
10. Van Hove L., Giovannini A. — CERN, 1987. — 16 p./Preprint CERN-TH 4885/87.
11. Asimov Ya. I. et al.//Z. Phys. — 1986. — V. C31. — P. 213—218.
12. Кокоулина Е. С., Кувшинов В. И.//Изв. вузов. Физика. — 1985. — № 9. — С. 78—82.

Гомельский политехнический институт

Поступила в редакцию 02.01.90., после доработки — 27.11.90.